中学受験算数・徹底攻略シリーズ(1)

数の性質・徹底攻略

この教材プリントは，「むずかしすぎず，やさしすぎもしない」ぐらいのレベルの問題について，徹底解説しています。
ウンウンうなってやっと解けるような，むずかしい問題は載っていませんし，「２４と１８の公約数を求めなさい。」のような，やさしい問題も載っていません。
中学入試において，大変よく出題され，しかも「解けないとマズい」，「差がつく」問題だけを１６種類載せています。
解説はクドいほど詳しく，類題も豊富に用意されています。
この教材プリントを，解説もふくめてスミからスミまで読んで，問題もすべて学習すれば，必ず「数の性質」の得点力アップに結びつきます。
また，一度マスターした人のために，例題の簡単な解説もp110以降に載せました。テスト直前にチェックするときに便利です。
しっかり学習して，「数の性質」を不得意分野から得意分野にかえてしまいましょう！

例題一覧

例題 1 ――― *3ページ*

２０でわると１２あまり，３０でわると２２あまり，５０でわると４２あまる数の中で，小さい方から３番目の数を求めなさい。

例題 2 ――― *7ページ*

２でわっても，３でわっても，４でわっても１あまる数の中で，７０より大きく８０より小さい数を求めなさい。

例題 3 ――― *11ページ*

５３をわっても８１をわっても１１あまる数を求めなさい。

例題 4 ――― *15ページ*

３つの整数５１７，６１３，８７７をある整数でわると，あまりが等しくなります。このような整数をすべて求めなさい。

例題 5 ――― *19ページ*

$\frac{7}{12}$と$\frac{9}{14}$の間にある分数で，分母が２８の分数を求めなさい。

例題 6 ――― *23ページ*

$4\frac{1}{12}$をかけても$1\frac{13}{15}$をかけても整数となるような分数のうちで，最も小さいものを求めなさい。

例題 7 ――― *27ページ*

$\frac{23}{44}$の分母と分子から同じ数をひいて約分すると$\frac{2}{5}$になりました。
ひいた数を求めなさい。

例題 8 ――― *31ページ*

$$\frac{1}{10\times12}+\frac{1}{12\times14}+\frac{1}{14\times16}+\frac{1}{16\times18}=$$

例題 9 ――― *35ページ*

０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。
このカードを使って，同時に１から１００までの整数を作るには，全部で何枚のカードが必要ですか。

例題10 39ページ

５４とある数の最大公約数は６で，最小公倍数は２１６です。ある数を求めなさい。

例題11 43ページ

１１でわって小数第１位を四捨五入すると７となる整数のうち，最も大きいものを求めなさい。

例題12 47ページ

３でわると２あまり，５でわると３あまる数の中で，４番目に小さい数を求めなさい。

例題13 51ページ

Ａ社は新発売したジュースの空きビン３本でそのジュース１本を交換するサービスを始めました。たとえばジュースを５本買ったとき，空きビンは５本になりますが，そのうちの３本で１本もらえます。その空きビンと前の残りの２本の空きビンでさらにもう１本もらえて，全部で７本のジュースを飲むことができます。

(1)　ジュースを２０本買ったとき，全部で何本飲めることになりますか。

(2)　全部で１００本のジュースを飲むためには少なくとも何本買えばよいですか。

例題14 55ページ

１×２×３×４×……×１００　の積には，右はしから０が何個連続して並んでいますか。

例題15 59ページ

次の個数を求めなさい。

①　１から１２３までの整数のうち，５でわりきれるもの。

②　１から２３４までの整数のうち，２でも３でもわりきれるもの。

③　１から３４５までの整数のうち，８でわりきれないもの。

④　１から４５６までの整数のうち，３でわりきれるが４ではわりきれないもの。

⑤　１から１００までの整数のうち，４でも６でもわりきれないもの。

例題16 63ページ

次の個数を求めなさい。

①　１００から３２３までの整数のうち，５でわりきれるもの。

②　３２０から５６７までの整数のうち，２でも３でもわりきれるもの。

③　６５から３４５までの整数のうち，８でわりきれないもの。

④　２００から４５６までの整数のうち，３でわりきれるが４ではわりきれないもの。

⑤　８０から８００までの整数のうち，４でも６でもわりきれないもの。

例題１

２０でわると１２あまり，３０でわると２２あまり，５０でわると４２あまる数の中で，小さい方から３番目の数を求めなさい。

解説

このような問題では，解き方を覚えるのではなくて，「何円」とか「何㎝」などの単位をつけてリアルにイメージすることが大切。次のようなイメージでとらえよう。

(ア)　１個２０円の品物を買えるだけ買うと，１２円あまる。
(イ)　１個３０円の品物を買えるだけ買うと，２２円あまる。
(ウ)　１個５０円の品物を買えるだけ買うと，４２円あまる。

ところで(ア)は，次のように考えることもできる。

あと８円あれば，１個２０円の品物をちょうどぴったり買える。

１２円あまっていたのだから，あと８円あれば，１２＋８＝２０(円)になって，１個２０円の品物がもう１個よけいに買えて，あまりがなくなるわけだ。

(イ)や(ウ)も，同じように考えると，

(ア)　あと８円あれば，１個２０円の品物がちょうどぴったり買える。
(イ)　あと８円あれば，１個３０円の品物がちょうどぴったり買える。
(ウ)　あと８円あれば，１個５０円の品物がちょうどぴったり買える。

(ア)も(イ)も(ウ)も，「あと８円あれば」の部分の金額が同じになっている。実は，同じになるように仕組まれた問題だったのだ。

さらに整理すると，次のようになることがわかるだろう。

あと８円あれば，１個２０円，３０円，５０円の品物がどれもぴったり買える。

ここまでの解き方が理解できただろうか。例題１にもどって，もう一度整理してみよう。

・２０でわると１２あまる　→　あと　２０－１２＝８　あれば，２０でわり切れる。
・３０でわると２２あまる　→　あと　３０－２２＝８　あれば，３０でわり切れる。
・５０でわると４２あまる　→　あと　５０－４２＝８　あれば，５０でわり切れる。

よって,

あと８あれば，２０でも３０でも５０でもわり切れる。

ということになる。

２０でも３０でも５０でもわり切れる数は，２０と３０と５０の公倍数になる。

最小公倍数は３００だから，さらに次のように整理できる。

あと８あれば，３００でわり切れる。

３００でわり切れる数のうち，最も小さい数はモチロン３００。２番目は，３００の２倍だから，６００。３番目は，３００の３倍なので，９００になる。

よって，次のように整理できたことになる。

小さい方から３番目の数は，あと８あれば，９００になるような数。

あと８あれば９００になる数は，９００－８＝８９２　だ。これが答えだ。

解き方を整理すると，次のようになる。

・２０でわると１２あまる　→　あと　２０－１２＝８　あれば，２０でわり切れる。
・３０でわると２２あまる　→　あと　３０－２２＝８　あれば，３０でわり切れる。
・５０でわると４２あまる　→　あと　５０－４２＝８　あれば，５０でわり切れる。

↓「あと８あれば」が共通

あと８あれば，２０でも３０でも５０でもわり切れる。

↓２０と３０と５０の最小公倍数は３００

あと８あれば，３００でわり切れる。

↓小さい方から３番目だから

あと８あれば，９００になる。

↓

９００－８＝８９２

このように，どんどん整理，整理をくり返していって，答えに行き着くわけだ。

答え　８９２

例題１の類題　(解答・解説は67ページ)

類題1.1　２でわると１あまり，３でわると２あまり，４でわると３あまる数の中で，最も小さい数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題1.2　７でわると３あまり，５でわると１あまり，６でわると２あまる数の中で，最も小さい数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題1.3　４でわると１あまり，５でわると２あまる数の中で，最も小さいものと，８５０に最も近いものを求めなさい。

答え　最も小さい…(　　　　　)，８５０に最も近い…(　　　　　)

類題1.4　３でわると１あまり，４でわると２あまり，６でわると４あまる数の中で，４６０４に最も近い数と，２番目に近い数を求めなさい。

答え　最も近い…(　　　　　)，２番目に近い…(　　　　　)

類題1.5　６でわると４あまり，８でわると６あまる数の中で，小さい方から１０番目の数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題1.6}}$　１０でわると７あまり，１２でわると９あまる数の中で，小さい方から５番目の数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題1.7}}$　３でわると２あまり，５でわると４あまる数の中で，１００に最も近い数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題1.8}}$　１０でわると３あまり，８でわると１あまる数の中で，１０００に最も近い数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題1.9}}$　１２でわると２あまり，１５でわると５あまる数の中で，小さい方から１０番目の数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題1.10}}$　６でわると５あまり，７でわると６あまる数の中で，２００よりも小さい数をすべて求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

例題２

２でわっても，３でわっても，４でわっても１あまる数の中で，７０より大きく８０より小さい数を求めなさい。

解説

この問題も例題１と同じように，単位をつけてリアルなイメージを持つことが大切。次のようなイメージでとらえよう。

(ア)　１個２円の品物を買えるだけ買うと，１円あまる。
(イ)　１個３円の品物を買えるだけ買うと，１円あまる。
(ウ)　１個４円の品物を買えるだけ買うと，１円あまる。

ところで，(ア)の，「１個２円の品物を買えるだけ買うと１円あまる」というのは，次のように考えることもできる。

もし１円少なければ，１個２円の品物をちょうどぴったり買える。

つまり，最初から１円少なく持ってお店に行けば，１個２円の品物がぴったり買えて，あまりがなくなるわけだ。

(イ)や(ウ)も，同じように考えると，

(ア)　もし１円少なければ，１個２円の品物がちょうどぴったり買える。
(イ)　もし１円少なければ，１個３円の品物がちょうどぴったり買える。
(ウ)　もし１円少なければ，１個４円の品物がちょうどぴったり買える。

(ア)も(イ)も(ウ)も，「もし１円少なければ」の部分が同じになっている。っていうか，同じになるように仕組まれた問題だったのだ。

さらに整理すると，次のようになることがわかるだろう。

もし１円少なければ，１個２円，３円，５円の品物がどれもぴったり買える。

ここまでの解き方が理解できただろうか。例題２にもどって，もう一度整理してみよう。

・２でわると１あまる　→　もし１少なければ，２でわり切れる。
・３でわると１あまる　→　もし１少なければ，３でわり切れる。
・４でわると１あまる　→　もし１少なければ，４でわり切れる。

よって，

もし１少なければ，２でも３でも４でもわり切れる。

ということになる。

２でも３でも４でもわり切れる数は，２と３と４の公倍数になる。

最小公倍数は１２だから，さらに次のように整理できる。

もし１少なければ，１２でわり切れる。

１２でわり切れる数のうち，最も小さい数はモチロン１２。２番目は，１２の２倍だから，２４。３番目は，１２の３倍なので，３６になる。

例題２では，７０より大きく８０より小さい数を求めたいのだが，１２の６倍が，その条件に合う。１２×６＝７２。

よって，次のように整理できたことになる。

もし１少なければ，７２になるような数。

１少なくすれば７２になるような数は，７２＋１＝７３　だ。これが答えだ。

解き方を整理すると，次のようになる。

・２でわると１あまる　→　もし１少なければ，２でわり切れる。
・３でわると１あまる　→　もし１少なければ，３でわり切れる。
・４でわると１あまる　→　もし１少なければ，４でわり切れる。

↓「もし１少なければ」が共通

もし１少なければ，２でも３でも４でもわり切れる。

↓２と３と４の最小公倍数は１２

もし１少なければ，１２でわり切れる。

↓７０より大きく８０より小さいのだから

もし１少なければ，７２になるような数。

↓

７２＋１＝７３

このように，どんどん整理，整理をくり返していって，答えに行き着くわけだ。

答え　７３

例題２の類題 (解答・解説は70ページ)

類題2.1　１２でわっても１５でわっても５あまる数の中で，２００より大きく３００より小さいものを求めなさい。

答え ＿＿＿＿＿＿

類題2.2　１２でわっても２８でわっても３あまる数のうち，２００より大きく３００より小さいものを求めなさい。

答え ＿＿＿＿＿＿

類題2.3　１２でわっても１８でわっても４あまる３けたの整数で最大の数を求めなさい。

答え ＿＿＿＿＿＿

類題2.4　６でわっても９でわっても１６でわっても４あまる４けたの整数の中で，最も小さい数を求めなさい。

答え ＿＿＿＿＿＿

類題2.5　２００より大きくて，２４でわっても，３０でわっても１５あまる最小の数を求めなさい。

答え ＿＿＿＿＿＿

類題2.6　１５でわっても１２でわっても１１あまる3けたの数のうち，最も小さい整数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題2.7　６でわっても７でわっても８でわっても２あまる３けたの数のうち，最も大きい整数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題2.8　６でわっても１０でわっても１あまる３けたの数のうち，最も大きい整数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題2.9　６でわっても８でわっても３あまる数のうち，１００より大きく２００より小さいものの和を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題2.10　５でわっても６でわっても１あまり，７でわるとわり切れる整数のうちで，最も小さいものを求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

例題３

５３をわっても８１をわっても１１あまる数を求めなさい。

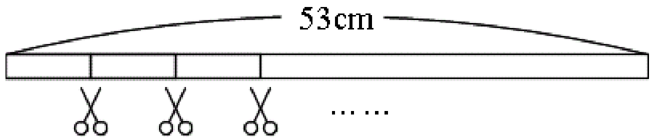
解説

まず問題文の「を」というひらがなに注意しよう。
「５３をわっても」であって，「５３でわっても」ではないことに注意。
さて，この問題は，次のように整理することができる。

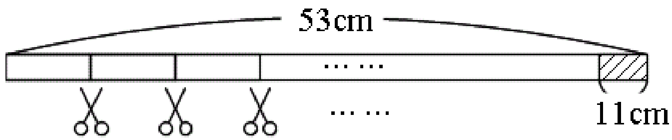
・５３をわると１１あまる。
・８１をわると１１あまる。

「５３をわると１１あまる」という文の意味を，イメージしてみよう。
たとえば５３cmのテープがあって，

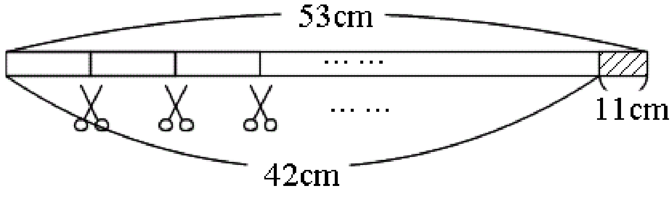
そのテープを同じ長さずつ切っていくと，



最後に１１cmが残ってしまう，というイメージだ。



ということは，切った長さは　５３－１１＝４２(cm)　になる。



つまり，４２cmをぴったり切れるような長さで，切っていったことになる。
ということは。切った長さは，４２cmの**約数**，ということになる。

さて，この問題は，次のように整理できることがわかった。

・５３をわると１１あまる。 → ５３－１１＝４２ の約数
・８１をわると１１あまる。 → ８１－１１＝７０ の約数

よって，求める数は，

４２の約数でもあるし，７０の約数でもある。

ということがわかった。つまり，

４２と７０の公約数

ということになる。

公約数の求め方はわかっているだろうか。公約数は，まず最大公約数を求めて，その約数をすべて書けばよい。最大公約数は１４になり，その約数をすべて書くと，

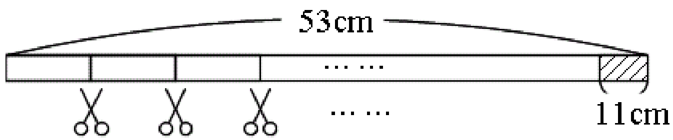
１，２，７，１４

となる。

実は，まちがいやすいのはここからなのだ。

というのは，１，２，７，１４をすべて書けば正解，というわけではないからだ。

前ページで，次のような図でイメージしたのをおぼえていると思う。



答えの候補としては，「１，２，７，１４」があったが，このうちの「２cm」の場合を考えてみよう。２cmずつ切ったときに１１cmあまるのはおかしいことに気づく。

そう，２cmずつ切ったら，最後に１１cmあまることはありえないからだ。１１cmもあまっていたら，まだ２cmずつ切れるから，１１cmもあまることはありえない。

つまり，切った長さは，あまりである「１１cm」よりも長くなければならないことに気づくわけだ。「１，２，７，１４」のうち，１１cmより長いのは，１４だけだ。

では，解き方を整理することにしよう。

・５３をわると１１あまる。 → ５３－１１＝４２ の約数
・８１をわると１１あまる。 → ８１－１１＝７０ の約数

↓

４２と７０の公約数 → 最大公約数である１４の約数だから，１，２，７，１４

↓

「１１あまる」ということから，答えは１１より大きい → 答えは１４

答え　１４

例題３の類題
(解答・解説は72ページ)

$\boxed{\text{類題3.1}}$　５１をわっても，６３をわっても３あまる数のうち，１０より大きい数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題3.2}}$　７５をわると３あまり，１１５をわると７あまる数の中で，最小の数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題3.3}}$　３２と６２のどちらをわっても２あまる整数の和を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題3.4}}$　３８をわれば２あまり，６３をわれば３あまる数の中で，最大の数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題3.5}}$　５１と７５のどちらをわっても３あまる整数の和を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題3.6　４２，９６のどちらをわっても６あまる数をすべて求めなさい。

答え

類題3.7　９７と１３９のどちらをわっても１３あまる整数をすべて求めなさい。

答え

類題3.8　１００をわると４あまり，２５０をわると１０あまる数の中で，最小の数を求めなさい。

答え

類題3.9　６０をわれば３あまり，１００をわれば５あまる数を求めなさい。

答え

類題3.10　４２１をわると１あまり，５９０をわると２あまり，７３５をわると３あまる整数の中で，最小の数を求めなさい。

答え

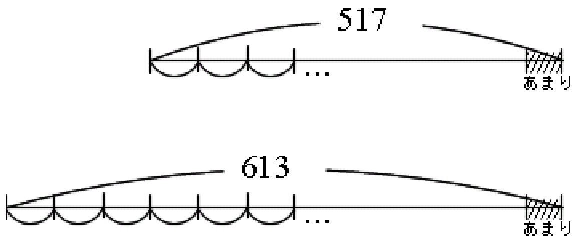
例題４

３つの整数５１７，６１３，８７７をある整数でわると，あまりが等しくなります。このような整数をすべて求めなさい。

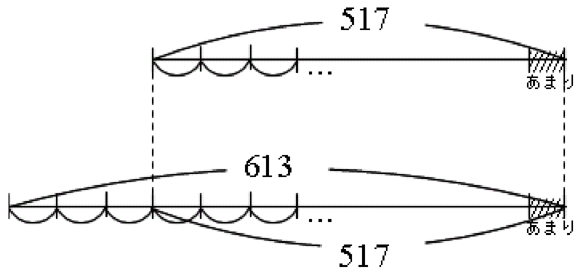
解説

この問題は，例題３と似ているが，あまりが等しいと書いてあるだけで，あまりが何であるかは書いていない。そこがむずかしい。

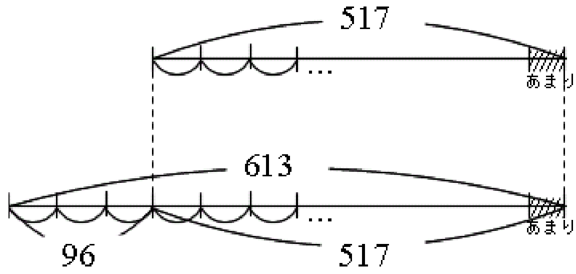
まず，５１７や６１３をある整数でわると，同じあまりが出るということを図に表してみよう。



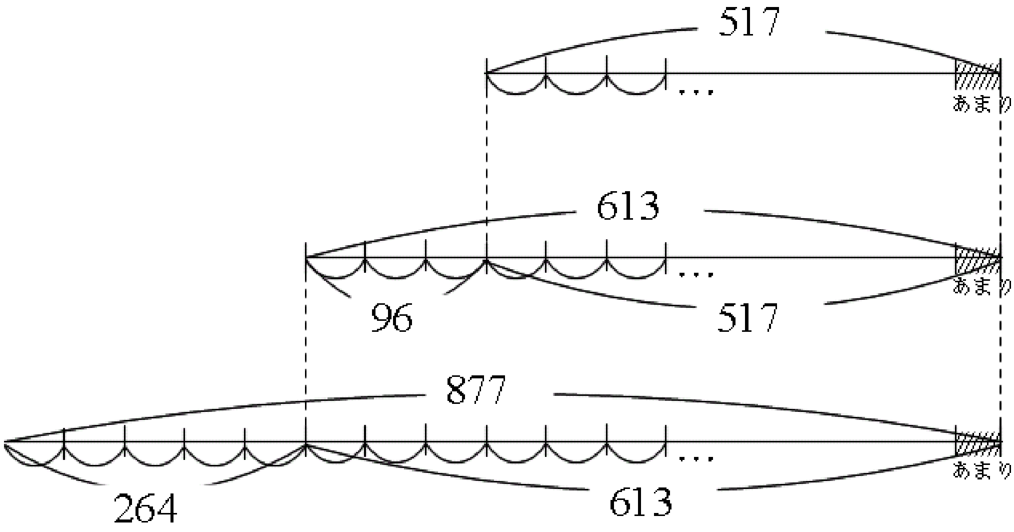
下の図のように，点線から点線までの部分は５１７だから，



６１３－５１７＝９６　の部分は，ぴったり切り分けられていて，あまりがない。



同じように考えて，８７７－６１３＝２６４　の部分も，ぴったり切り分けられていて，あまりがない。



よって，「ある整数」というのは，９６や２６４をぴったり切り分けるような整数だということがわかる。よって，**９６と２６４の公約数**，ということになる。

９６と２６４の最大公約数は２４で，その約数は，１，２，３，４，６，８，１２，２４だ。

ところが，これがすべて答えとは限らない。

というのは，問題にはあまりが等しくなると書いてあるが，それぞれの数を１でわってもわり切れてしまう，つまり，あまりが出ないからだ。

２，３，４，６，８，１２，２４の場合はチャンとあまりが出るのでＯＫだ。

(念のため，５１７，６１３，８７７を２でわってみるとよい。あまりはみな１になる。)

では，解き方を整理することにしよう。

線分図を書く

↓

６１３－５１７＝９６ と，８７７－６１３＝２６４ を，ぴったりわり切る数

↓

９６と２６４の公約数

↓

わり切れてしまうもの以外を答えにする

答え　２，３，４，６，８，１２，２４

例題４の類題 (解答・解説は75ページ)

$\boxed{類題4.1}$　２７３，４５３，５７３の３つの数をある数でわったら同じあまりが出ました。どんな数でわったのですか。すべて求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{類題4.2}$　９３，１５３，２４３の３つの数をある数でわったら同じあまりが出ました。どんな数でわったのですか。すべて求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{類題4.3}$　３２，６２，１０７の３つの数をある数でわったら同じあまりが出ました。どんな数でわったのですか。すべて求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{類題4.4}$　４２，９６，１７７の３つの数をある数でわったら同じあまりが出ました。どんな数でわったのですか。すべて求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{類題4.5}$　３つの整数１１３，２６６，３８５をある整数でわると，あまりが等しくなります。ある整数を求めなさい。また，あまりを求めなさい。

答え　ある整数…(　　　　　　)，あまり…(　　　　　　)

$\boxed{\text{類題4.6}}$　５３，８１の２つの数をある数でわったら同じあまりが出ました。
どんな数でわったのですか。すべて求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題4.7}}$　１１５，１４２の２つの数をある数でわったら同じあまりが出ました。
どんな数でわったのですか。すべて求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題4.8}}$　４２１，５８９，７３３の３つの数をある数でわったら同じあまりが出ました。
どんな数でわったのですか。すべて求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題4.9}}$　６３，１０３，２０３の３つの数をある数でわったら同じあまりが出ました。
どんな数でわったのですか。すべて求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題4.10}}$　１６４，２７２，４３４の３つの数をある数□でわったら，同じあまりが出ました。このような□の中で，小さい方から３番目の数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿

例題５

$\frac{7}{12}$と$\frac{9}{14}$の間にある分数で，分母が２８の分数を求めなさい。

解説

ちょっと，次の問題をやってみてほしい。

> $\frac{8}{17}$と$\frac{10}{17}$の間にある分数で，分母が１７の分数を求めなさい。

この問題は簡単に解くことができたはずだ。分子は８と１０の間だから９しかない。

よって，答えは$\frac{9}{17}$ だ。

この問題にくらべて，どうして例題５はむずかしいのか？　そう，それは，分母が違うからだ。

ということは，分母をそろえることができたら，例題５も簡単に解くことができるはずだ。

「分母が２８の…」と書いてあったから，どうにかして分母を２８にしよう。

$\frac{7}{12}$の分母を２８に，$\frac{9}{14}$の分母も２８にすることができたら，あとは簡単なわけだ。

$\frac{7}{12}$の分母を２８にするのはむずかしそうだ。でも，$\frac{9}{14}$の分母を２８にするのは簡単すぎるほど簡単だ。１４の２倍が２８だから，分子も２倍して，$\frac{9}{14}=\frac{18}{28}$ となる。

たすきがけの方法を理解しよう

突然だが，$\frac{18}{48}$を約分してみてほしい。簡単にできるだろう。そう，$\frac{18}{48}=\frac{3}{8}$ だ。

$$\frac{\boxed{18}}{48}=\frac{3}{\boxed{8}}$$

ここで，１８と８をかけ算してみてほしい。

１８×８＝１４４　になるはずだ。

$$\frac{18}{\boxed{48}}=\frac{\boxed{3}}{8}$$

同様に，４８と３をかけ算してみてほしい。

やっぱり，１８×８＝１４４　になるはずだ。

このようにして，次のことがわかる。

$\frac{イ}{ア}=\frac{エ}{ウ}$ のとき，イ×ウ＝ア×エ

ちょっと練習してみよう。$\frac{6}{8}=\frac{(\quad)}{20}$ の(　)は何でしょう。

６×２０＝１２０ だから，８×(　)も１２０。(　)＝１２０÷８＝１５。

では，$\frac{7}{12}$の分母を２８にしてみよう。$\frac{7}{12}=\frac{(\quad)}{28}$ となるから，

７×２８＝１９６　　　１２×(　)＝１９６ だから，

(　)＝１９６÷１２＝１６.３…

(正確に求める必要はない。小数第１位まででよい)

よって，$\frac{7}{12}=\frac{16.3\cdots}{28}$ ，$\frac{9}{14}=\frac{18}{28}$ となるから，分子は１６.３…より大きく，１８より小さい数。このような数は，１７だけ。

したがって，答えは$\frac{17}{28}$となる。

答え　$\frac{17}{28}$

(注意１)　答えを書くときに，分子だけ答えるのか，分数で答えるのか，問題文をしっかり読むこと。

(注意２)　答えが約分できるものであっても，約分してはいけない。

約分すると，分母が違ってしまうから。

(約分できるような答えになった場合，間違っている可能性が高いのでもう一度見直しした方がよい。)

例題５の類題 (解答・解説は77ページ)

類題5.1　$\frac{2}{3}$より大きく$\frac{3}{4}$より小さい分数で，分母が３０の分数をすべて求めなさい。

答え ________

類題5.2　$\frac{7}{9}$より大きく$\frac{6}{7}$より小さい分数で，分子が１３の分数を求めなさい。

答え ________

類題5.3　$\frac{7}{9}$より大きく$\frac{6}{7}$より小さい分数で，分母が１３の分数を求めなさい。

答え ________

類題5.4　$\frac{6}{7}$より大きく$\frac{8}{9}$より小さい分数で，分子が４８の分数を求めなさい。

答え ________

類題5.5　$\frac{3}{7}$より大きく$\frac{7}{9}$より小さい分数で，分母が２２の既約分数(もうこれ以上約分できない分数)をすべて求めなさい。

答え ________

$\boxed{\text{類題5.6}}$ $\dfrac{7}{5}$と$\dfrac{10}{7}$の間にある分数で，分子が１７の分数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題5.7}}$ $\dfrac{7}{12}$より大きく$\dfrac{5}{6}$より小さい分数で，分母が４の分数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題5.8}}$ $\dfrac{2}{3}$より大きく$\dfrac{3}{4}$より小さい分数で，分母が１７の分数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題5.9}}$ $\dfrac{4}{5}$より大きく$\dfrac{7}{8}$より小さい分数で，分母が１６の分数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題5.10}}$ $\dfrac{1}{2}$と$\dfrac{4}{5}$の間にあって，分子が８で約分できない分数は何個ありますか。

答え（＿＿＿＿＿＿）個

例題６

$4\frac{1}{12}$をかけても$1\frac{13}{15}$をかけても整数となるような分数のうちで，最も小さいものを求めなさい。

解説

求める分数を$\frac{\triangle}{\bigcirc}$とし，帯分数を仮分数にして問題を書き直すと，

$\frac{\triangle\times 49}{\bigcirc\times 12}$＝整数，$\frac{\triangle\times 28}{\bigcirc\times 15}$＝整数　となる。

ここで，どういう場合に**分数×分数が整数になる**のか，考えてみよう。

たとえば$\frac{14\times 27}{3\times 7}$は整数になる。なぜなら，

まず１４と７が約分できて，$\frac{\overset{2}{\cancel{14}}\times 27}{3\times \underset{1}{\cancel{7}}}$となり，

さらに２７と３が約分できて，$\frac{\overset{2}{\cancel{14}}\times \overset{9}{\cancel{27}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\times \underset{1}{\cancel{7}}}$となり，

結局$\frac{2\times 9}{1\times 1}=\frac{18}{1}=18$　となるからだ。

このように，分数×分数が整数となるためには，約分していって，分母が１にならなければならない。

$\frac{\triangle\times 49}{\bigcirc\times 12}$ が整数になるためには，分母が１にならねばならない。

$\frac{\cancel{\triangle}\times 49}{\bigcirc\times \underset{1}{\cancel{12}}}$ のように約分されるときの△はどんな数か考えてみよう。

△は，１２，２４，３６，…などが考えられる。つまり，**１２の倍数**だ。

次に，$\frac{\cancel{\triangle}\times 28}{\bigcirc\times \underset{1}{\cancel{15}}}$ のように約分されるときの△はどんな数か考えてみよう。

△は，１５，３０，４５，…などが考えられる。つまり，**１５の倍数**だ。

よって△は，１２の倍数でもあり，１５の倍数でもあることがわかる。

つまり，**△は１２と１５の公倍数**だ。

続いて，○がどんな数なのか考えてみる。

$\frac{\triangle\times \cancel{49}}{\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}\times 12}$ のように約分されるときの○はどんな数か考えてみよう。

○は，１，７，４９が考えられる。つまり，**４９の約数**だ。

次に，$\dfrac{\triangle\times\cancel{28}}{\cancel{\bigcirc}_{1}\times15}$ のように約分されるときの○はどんな数か考えてみよう。

○は，１，２，４，７，１４，２８が考えられる。つまり，**２８の約数**だ。
よって○は，４９の約数でもあり，２８の約数でもあることがわかる。
つまり，**○は４９と２８の公約数**だ。

ここで，分数の大きさについて考えてみよう。

たとえば，$\dfrac{2}{7}$と$\dfrac{6}{7}$では，どちらが小さいだろうか。

そう，とても簡単，$\dfrac{2}{7}$の方が小さいにきまってる。

つまり，分母が等しかったら，分子が小さい方が，分数としても小さいことがわかる。

次に，$\dfrac{1}{5}$と$\dfrac{1}{7}$では，どちらが小さいか考えてみよう。

すると，$\dfrac{1}{7}$の方が小さいことがわかる。$\dfrac{1}{7}$の方が細かく分けているからだ。

つまり，分子が等しかったら，分母が大きい方が，分数としては小さいことがわかる。

以上まとめると，**分数を小さくするには、分子をできる限り小さく、分母をできる限り大きくすべき**だということがわかった。

さて，求めたい分数$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}$の分子である△は１２と１５の公倍数だった。△は分子だから，できる限り小さくすべきだ。つまり，公倍数は公倍数でも最も小さい公倍数だから，**１２と１５の最小公倍数**である６０になる。

また，○は４９と２８の公約数だった。○は分母だから，できる限り大きくすべきだ。つまり，公約数は公約数でも最も大きい公約数だから，**４９と２８の最大公約数**である７になる。

よって，$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}=\dfrac{60}{7}=8\dfrac{4}{7}$ となる。

答え　$8\dfrac{4}{7}$

以上整理すると，次のようになる。

$\dfrac{\triangle\times49}{\bigcirc\times12}$＝整数，$\dfrac{\triangle\times28}{\bigcirc\times15}$＝整数

↓

△は１２や１５と約分できる　→　１２と１５の公倍数　→　分子だから最小公倍数
○は４９や２８と約分できる　→　４９と２８の公約数　→　分母だから最大公約数

例題６の類題 (解答・解説は79ページ)

類題6.1 $\frac{6}{7}$でわっても，$\frac{10}{21}$でわっても答えが整数となる分数のうち，最も小さい数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題6.2 $8\frac{2}{5}$と$31\frac{1}{2}$のどちらにかけても整数となる分数のうちで，最も小さい分数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題6.3 $1\frac{2}{3}$，$2\frac{1}{7}$，$2\frac{2}{9}$にできるだけ小さい同じ分数をかけて，おのおのを整数にするには，どんな分数をかけるとよいですか。

答え＿＿＿＿＿＿

類題6.4 $4\frac{1}{26}$をかけても$2\frac{17}{65}$をかけても整数となるような分数のうちで，最も小さいものを求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題6.5 $3\frac{5}{21}$をかけても$9\frac{11}{12}$をかけても整数となるような分数のうちで，最も小さいものを求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題6.6　$\frac{5}{24}$と$\frac{3}{16}$に同じ整数をかけ，それぞれを整数にする最も小さい整数を求めなさい。

答え

類題6.7　ある分数に$3\frac{1}{51}$をかけても，$2\frac{12}{85}$をかけてもその積は整数になります。このような分数のうち，最も小さいものを求めなさい。

答え

類題6.8　$5\frac{13}{15}$をかけても，$\frac{25}{144}$でわっても整数になる分数のうち，最も小さいものを求めなさい。

答え

類題6.9　$\frac{5}{9}$でわっても，$\frac{4}{15}$でわっても答えが整数になる分数のうち，最も小さいものを求めなさい。

答え

類題6.10　2つの分数　$1\frac{13}{15}$，$\frac{35}{39}$があります。この2つの分数を，ある分数でわったところ，答えはいずれも整数になりました。このような分数のうち，最も大きなものを求めなさい。

答え

例題７

$\dfrac{23}{44}$の分母と分子から同じ数をひいて約分すると$\dfrac{2}{5}$になりました。

ひいた数を求めなさい。

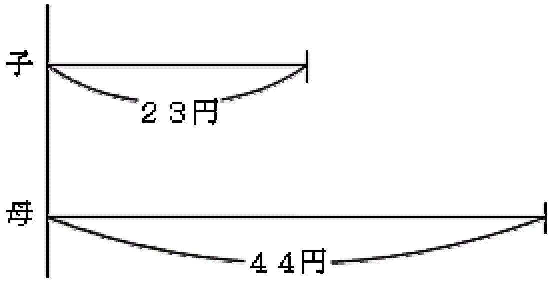
解説

この問題のような，分数の分母や分子に足したり引いたりするような問題のときは，線分図を書けばたいがいの問題はうまくいく。

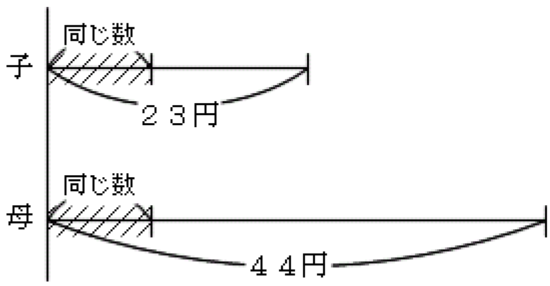
分母はお母さん，分子は子どもだと思って解いていくわけだ。

この問題では，まず$\dfrac{23}{44}$という分数がある。

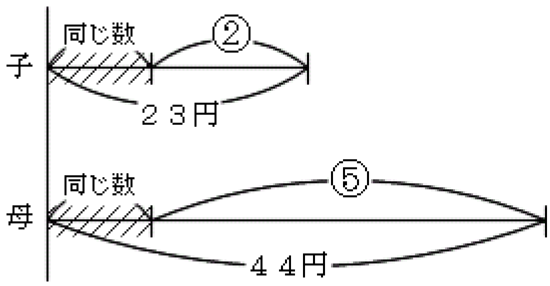
分母は４４，分子は２３だから，お母さんが４４円，子どもが２３円持っているものとしよう。次のような線分図になる。



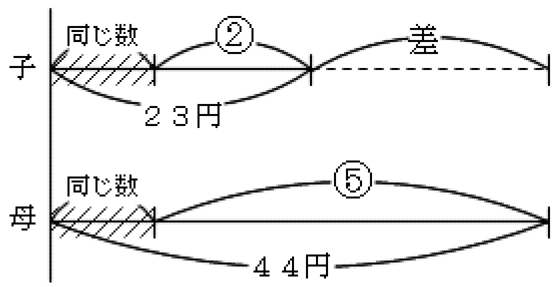
分母と分子から同じ数をひくということは，母も子も同じものを買ったということだから，



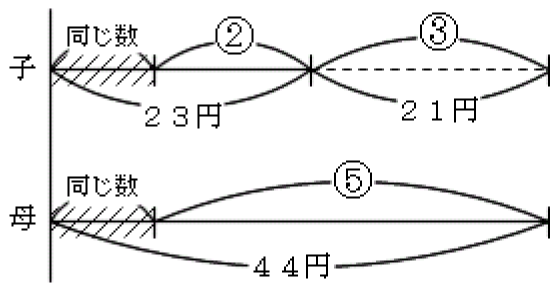
残ったお金は，子は母の$\dfrac{2}{5}$になったのだから，



この問題では，同じ数を引いている。**同じ数を引いても差は変わらない**のだから，
子と母の差の部分を考えることにしよう。



差は，４４－２３＝２１(円)で，それが ⑤－②＝③ にあたる。



よって，①あたり，２１÷３＝７(円)。
子の「同じ数」の部分は，２３－７×２＝９　で，
母の「同じ数」の部分は，４４－７×５＝９。
ちゃんと同じ数になったことを確認して，それを正解にする。

答え　９

整理すると，次のようになる。

線分図を書く。

↓

同じ数を引いても差は変わらない。差の部分に注目。

↓

①あたりがわかる。

↓

引いた数がわかる。

例題７の類題 *(解答・解説は83ページ)*

類題7.1　$\frac{49}{79}$の分子と分母からある同じ整数をひいて約分すると$\frac{2}{7}$になりました。
分子と分母からひいた整数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題7.2　$\frac{35}{41}$の分子と分母にある同じ整数をたして約分すると$\frac{8}{9}$になりました。
分子と分母にたした整数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題7.3　$\frac{47}{72}$の分子と分母からある整数をひいて約分すると$\frac{2}{7}$になりました。
分子と分母からひいた整数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題7.4　$\frac{23}{43}$の分子と分母にある同じ整数をたして約分すると$\frac{5}{9}$になりました。
分子と分母にたした整数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題7.5　$\frac{19}{67}$の分子と分母からある同じ整数をひいて約分すると$\frac{1}{5}$になりました。
分子と分母からひいた整数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題7.6 $\frac{10}{27}$の分子と分母にある同じ整数をたして約分すると$\frac{1}{2}$になりました。
分子と分母にたした整数を求めなさい。

答え

類題7.7 $\frac{9}{17}$の分子と分母からある同じ整数をひいて約分すると$\frac{3}{7}$になりました。
分子と分母からひいた整数を求めなさい。

答え

類題7.8 $\frac{43}{70}$の分子と分母にある同じ整数をたして約分すると$\frac{5}{8}$になりました。
分子と分母にたした整数を求めなさい。

答え

類題7.9 $\frac{43}{70}$の分子と分母からある同じ整数をひいて約分すると$\frac{2}{11}$になりました。
分子と分母からひいた整数を求めなさい。

答え

類題7.10 $\frac{4}{13}$の分子と分母にある同じ整数をたして約分すると$\frac{8}{11}$になりました。
分子と分母にたした整数を求めなさい。

答え

例題８

$$\frac{1}{10\times12}+\frac{1}{12\times14}+\frac{1}{14\times16}+\frac{1}{16\times18}=$$

解説

ミスする人が多い問題だ。きちんと解き方をマスターしたい。

基本は，次のことがらだ。

基本その１

$\frac{1}{8\times9}$ と $\frac{1}{8}-\frac{1}{9}$ は同じ。

実際に計算してみると，同じであることがわかる。

同様にして，$\frac{1}{5\times6}$ と $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$は同じだし，$\frac{1}{99\times100}$ と $\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$ は同じ。

よって，次のような問題も，とても簡単に求めることができる。

$\frac{1}{17\times18}$ を，$\frac{1}{ア}-\frac{1}{イ}$ の形に直しなさい。

もちろん答えは，ア＝１７，イ＝１８。

ところで突然だが，次の問題を暗算でできるだろうか。

基本その２

３２７６４－５８７２＋５８７２－２８６８＋２８６８－２７６４＝

次の波線を引いた部分は，何かをひいて，同じ数をたしているのだから，何も計算していないのと同じ。

３２７６４－５８７２＋５８７２　－２８６８＋２８６８　－２７６４＝

よってこの問題は，３２７６４－２７６４ だけを計算すればよいから，３００００になる。

ではいよいよ，次の問題を暗算でやってみよう。

$$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{8\times9}=$$

マトモに計算するのは無理。しかし，**基本その１・その２**を利用すれば暗算で解ける。

まず，**基本その１**を利用すれば，$\frac{1}{1\times2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ となる。

同じように考えれば，

$$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{8\times9}$$

$$=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}$$ となる。

基本その2のように，計算しなくてよいところを波線にすると，

$$\frac{1}{1}\ \underbrace{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}\ \underbrace{-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}\ \underbrace{-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}\ \underbrace{-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}}\ \underbrace{-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}}\ \underbrace{-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}}\ \underbrace{-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}\ -\frac{1}{9}$$

$=\frac{1}{1}-\frac{1}{9}$

$=\frac{8}{9}$ となる。

さてさて，やっと，例題８の問題にトライしよう。

例題８

$$\frac{1}{10\times12}+\frac{1}{12\times14}+\frac{1}{14\times16}+\frac{1}{16\times18}=$$

まず，基本その１を利用できるのかどうか，ためしてみよう。つまり，

$\frac{1}{10\times12}$ と $\frac{1}{10}-\frac{1}{12}$ は同じかどうか。

$\frac{1}{10\times12}=\frac{1}{120}$，$\frac{1}{10}-\frac{1}{12}=\frac{12}{120}-\frac{10}{120}=\frac{2}{120}$ となり，同じにはならない。残念。

しかし，$\frac{1}{120}$は$\frac{2}{120}$ を２でわったものだから，次のことがわかった。

$\frac{1}{10\times12}$ は $\frac{1}{10}-\frac{1}{12}$ を２でわったもの。

実は，10と12の差が２だから，２でわったものになる。もし差が３なら，３でわったものになる。

$\frac{1}{12\times14}$ も $\frac{1}{12}-\frac{1}{14}$ を２でわったもの，$\frac{1}{14\times16}$ も $\frac{1}{14}-\frac{1}{16}$ を２でわったもの，……

となっている。同じように考えると，

$\frac{1}{10\times12}+\frac{1}{12\times14}+\frac{1}{14\times16}+\frac{1}{16\times18}$

$=\boxed{\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\frac{1}{12}-\frac{1}{14}+\frac{1}{14}-\frac{1}{16}+\frac{1}{16}-\frac{1}{18}}$ を２でわったもの

$=\boxed{\frac{1}{10}\ \underbrace{-\frac{1}{12}+\frac{1}{12}}\ \underbrace{-\frac{1}{14}+\frac{1}{14}}\ \underbrace{-\frac{1}{16}+\frac{1}{16}}\ -\frac{1}{18}}$ を２でわったもの

$=\boxed{\frac{1}{10}-\frac{1}{18}}$ を２でわったもの

$=\frac{1}{45}$ となる。

答え　$\frac{1}{45}$

例題８の類題 *(解答・解説は86ページ)*

類題8.1　$\dfrac{1}{2\times3}+\dfrac{1}{3\times4}+\dfrac{1}{4\times5}+\dfrac{1}{5\times6}=$

答え＿＿＿＿＿＿

類題8.2　$\dfrac{1}{10\times11}+\dfrac{1}{11\times12}+\dfrac{1}{12\times13}=$

答え＿＿＿＿＿＿

類題8.3　$\dfrac{1}{3\times4}+\dfrac{1}{4\times5}+\dfrac{1}{5\times6}+\cdots+\dfrac{1}{97\times98}+\dfrac{1}{98\times99}=$

答え＿＿＿＿＿＿

類題8.4　$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{30}+\dfrac{1}{42}=$

答え＿＿＿＿＿＿

類題8.5　$\dfrac{1}{20\times22}+\dfrac{1}{22\times24}+\dfrac{1}{24\times26}+\dfrac{1}{26\times28}+\dfrac{1}{28\times30}=$

答え＿＿＿＿＿＿

類題8.6 $\frac{1}{10\times12}+\frac{1}{12\times14}+\frac{1}{14\times16}+\cdots\cdots+\frac{1}{76\times78}+\frac{1}{78\times80}=$

答え

類題8.7 $\frac{1}{1\times4}+\frac{1}{4\times7}+\frac{1}{7\times10}+\frac{1}{10\times13}+\frac{1}{13\times16}=$

答え

類題8.8 $\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}=$

答え

類題8.9 $\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\frac{1}{7\times9}+\cdots\cdots\frac{1}{97\times99}=$

答え

類題8.10 (1)　次の式の□にあてはまる数を求めなさい。

$$\frac{1}{1\times2\times3}=\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}\right)\div\square$$

答え

(2)　次の計算をしなさい。

$$\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\cdots+\frac{1}{8\times9\times10}$$

答え

例題９

０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に１から１００までの整数を作るには，全部で何枚のカードが必要ですか。

解説

たとえば**７２**という整数を作るには，７と２の，２枚のカードが必要だ。

１００という整数を作るには，１と０と０の，３枚のカードが必要だ。

つまり，１ケタの整数なら１枚の，２ケタの整数なら２枚の，３ケタの整数なら３枚のカードが必要なわけだ。

たとえば，１から１３までの整数を作るには，全部で何枚のカードが必要だろうか。

実際にやってみると，

１，２，３，４，５，６，７，８，９，１，０，１，１，１，２，１，３

全部で１７枚のカードが必要になる。これを，計算で求めてみよう。

まず，１から１３までの整数を，１ケタと２ケタに分ける。

１ケタ…　１～　９
２ケタ…１０～１３

１ケタの整数は，１から９までの，９個ある。

２けたの整数は，１０から１３までだが，さて何個あるだろうか。３個じゃないよ！

１０から１３までは，１０，１１，１２，１３の４個になる。なぜ，１３－１０＝３ではいけないのか？　それは，１０も，１３も数えるからだ。植木算で，「両はしを数えるときは，＋１」というキマリがあった。それと同様だ。たとえば１００から３００までなら，３００－１００＝２００(個)ではなく，２００＋１＝２０１(個) になる。

１ケタ…　１～　９ だから，９個。
２ケタ…１０～１３ だから，１３－１０＋１＝４(個)。

ところで，２ケタの整数を作るには，２枚のカードが必要だ。１ケタの整数を作るならば，１枚のカードでＯＫだが。

１ケタ…　１～　９ だから，９個。　→　１×９＝９(枚)
２ケタ…１０～１３ だから，１３－１０＋１＝４(個)　→　２×４＝８(枚)

よって，９＋８＝１７(枚) となる。

例題９も，同じ方針で解いていこう。

まずは，ケタによって分ける。

１ケタ…　１～　９ ２ケタ…１０～９９ ３ケタ…１００のみ

次に，それぞれのケタの整数が何個あるかを求める。
(整数が何個あるかということと，カードの枚数が何枚あるかということとは違うから注意すること。)

１ケタ…　１～　９　だから，９個。 ２ケタ…１０～９９　だから，９９－１０＋１＝９０(個)。 ３ケタ…１００のみ　だから，１個。

次に，それぞれのケタには，何枚のカードが必要かを求める。

１ケタ…　１～　９	だから，９個。	→	１×９　＝９(枚)
２ケタ…１０～９９	だから，９９－１０＋１＝９０(個)。	→	２×９０＝１８０(枚)
３ケタ…１００のみ	だから，１個。	→	３×１　＝３(枚)

よって，全部で ９＋１８０＋３＝１９２(枚) となる。

答え　１９２枚

この問題の解き方を整理しておこう。

ケタに分ける。

↓

それぞれのケタの整数が何個あるかを求める。

↓

それぞれのケタには，何枚のカードが必要かを求める。

↓

枚数の合計を求める。

例題９の類題

（解答・解説は90ページ）

類題9.1　０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に１から２００までの整数を作るには，全部で何枚のカードが必要ですか。

答え　(　　　　　)枚

類題9.2　０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に１から１０００までの整数を作るには，全部で何枚のカードが必要ですか。

答え　(　　　　　)枚

類題9.3　０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に８８から２０００までの整数を作るには，全部で何枚のカードが必要ですか。

答え　(　　　　　)枚

類題9.4　０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に３１４から８７７４までの整数を作るには，全部で何枚のカードが必要ですか。

答え　(　　　　　)枚

$\boxed{類題9.5}$　０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に１から$\boxed{}$までの整数を作るには，全部で６４２枚のカードが必要でした。$\boxed{}$にあてはまる数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{類題9.6}$　０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に１から$\boxed{}$までの整数を作るには，全部で３６９３枚のカードが必要でした。$\boxed{}$にあてはまる数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{類題9.7}$　０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に１から$\boxed{}$までの整数を作るには，全部で２５１４枚のカードが必要でした。$\boxed{}$にあてはまる数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{類題9.8}$　０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に８０から$\boxed{}$までの整数を作るには，全部で７７５枚のカードが必要でした。$\boxed{}$にあてはまる数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

例題10

５４とある数の最大公約数は６で，最小公倍数は２１６です。ある数を求めなさい。

解説

ふつう，最大公約数や最小公倍数は，連除法で求める。
ある数を □ として，次のように書こう。

6) 54　□
×　ア × イ ＝216

アは，５４÷６ で求められるのだから，９になる。

6) 54　□
×　9 × イ ＝216

６×９×イ＝２１６ だから，イ＝２１６÷(６×９)＝４。

6) 54　□
×　9 × 4 ＝216

□÷６＝４ だから，□＝４×６＝２４。

6) 54　24
×　9 × 4 ＝216

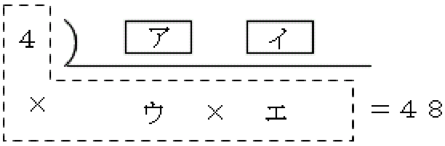
答え　２４

もう少しむずかしい，次のような問題もよく出題される。

問題

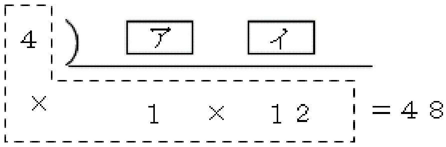
アとイの最大公約数は４，最小公倍数は４８でした。このような整数の組(ア，イ)をすべて求めなさい。ただし，アよりもイの方が大きいものとします。

例題10と同様に，連除法で求めてみよう。

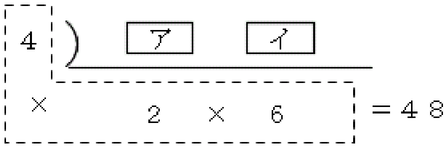


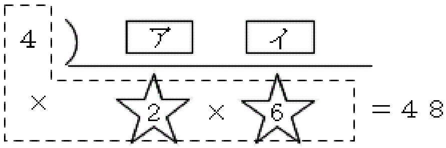
４×ウ×エ＝４８ だから，ウ×エ＝４８÷４＝１２
積が１２になるのは，１×１２，２×６，３×４だけだ。

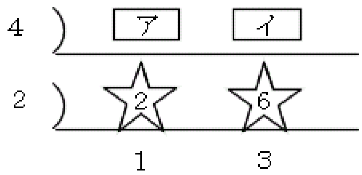
ウ＝１，エ＝１２のときは，右のようになる。
このとき，ア÷４＝１だから，ア＝４。
イ÷４＝１２ だから，イ＝４８。
まず，(ア，イ)＝(４，４８) という答えをゲットできた。



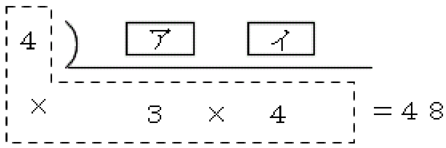
次に，ウ＝２，エ＝６について考えよう。
このとき，ア÷４＝２ だから，ア＝８。
イ÷４＝６ だから，イ＝２４。
よって，(ア，イ)＝(８，２４) という答えをゲットしたのだが，これは**正解ではない。**
その理由は，右の図の☆の部分を見るとわかる。
２と６は，まだ両方とも２でわれるのだ。
すると，最大公約数は ４×２＝８ となり，
問題に書いてある「最大公約数が４」という条件に合わなくなってしまう。







最後に，ウ＝３，エ＝４ のときを考えよう。
ア÷４＝３ だから，ア＝１２。
イ÷４＝４ だから，イ＝１６。
よって，(ア，イ)＝(１２，１６) という答えをゲットできた。



以上のことから，(ア，イ)＝(４，４８)，(１２，１６)という２組が答えになることがわかった。

例題10の類題 (解答・解説は92ページ)

類題10.1　６０とある数の最小公倍数は５４０で，最大公約数は１２でした。ある数を求めなさい。

答え

類題10.2　６８とある数の最大公約数が１７で，最小公倍数が４７６でした。ある数を求めなさい。

答え

類題10.3　アとイの最大公約数は６，最小公倍数は１２０でした。このような整数の組(ア，イ)をすべて求めなさい。ただし，アよりもイの方が大きいものとします。

答え

類題10.4　アとイの最大公約数は８，最小公倍数は２４０でした。このような整数の組(ア，イ)をすべて求めなさい。ただし，アよりもイの方が大きいものとします。

答え

類題10.5　アとイの最大公約数は５，最小公倍数は３９０でした。このような整数の組(ア，イ)の中で，アとイの和が最小のものを求めなさい。ただし，アよりもイの方が大きいものとします。

答え　(　　　　，　　　　)

類題10.6　６とある数の最小公倍数は５４で，最大公約数は３でした。ある数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿

類題10.7　６０とある数の最大公約数が６で，最小公倍数が１８０でした。ある数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿

類題10.8　アとイの最大公約数は１０，最小公倍数は２４０でした。このような整数の組(ア，イ)をすべて求めなさい。ただし，アよりもイの方が大きいものとします。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

類題10.9　アとイの和は５６，最大公約数は７でした。このような整数の組(ア，イ)をすべて求めなさい。ただし，アよりもイの方が大きいものとします。

答え＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

類題10.10　アとイの和は１２３０，最大公約数は１２３でした。このような整数の組(ア，イ)を求めなさい。ただし，アはイの２倍よりも大きく３倍よりも小さいものとします。

答え　(　　　　，　　　　)

例題11

１１でわって小数第１位を四捨五入すると７となる整数のうち，最も大きいものを求めなさい。

解説

この問題で大切なのは，**四捨五入すると７になる**という文だ。この文を見て，まず何をすべきなのか，すぐに気がつくようになってほしい。

すべきなのは，この数の範囲を求めることだ。しかも，「～から～まで」とか，「～以上～以下」という求め方ではいけない。必ず，

～以上～未満

という求め方でなければならない。(そういうビミョーなところをねらって，受験生がまちがいやすいように問題を作成している場合もある。)

小数第１位を四捨五入して７になる，最も小さい数は，**６.**□の形をしているはずだ。

一の位が６でも，小数第１位の数によっては切り上げされて，一の位はちゃんと７になるからだ。切り上げになるためには，□は最低でも５でなければならないから，

よって，

６．５以上

であることがわかった。

次に，小数第１位を四捨五入して７になる，最も大きい数を考えてみよう。**７.**□の形をしているはずだ。しかも，小数第１位は切り捨てになるような数でなければならない。よって，

まちがい

７．４以下

と書きたくなる。しかし，これではまちがいだ。

たとえば７．４７という数を考えてみよう。この数の小数第１位は４なので，切り捨てになり，四捨五入すればちゃんと７になるのでＯＫなのだ。同様にして，７．４８でも，７．４９でも，７．４９９でもＯＫだ。つまり，７．４□□□…という形をした小数ならば，小数第１位は４なので，必ず切り捨てになるので，四捨五入したら７になる。もちろん，７．５ならば切り上げになって８になってしまうからダメだ。

ということは，７．４９９９…までＯＫということになるから，

７．５未満

となる。以上まとめて，

小数第１位を四捨五入して７になる数の範囲は，６．５以上７．５未満

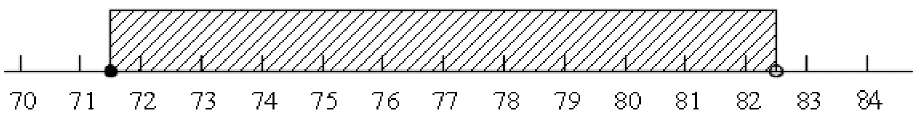
となる。
つまり例題１１は，整理すると，次の問題と同じことになる。

問題
１１でわると６．５以上７．５未満になる整数のうち，最も大きいものを求めなさい。

簡単に書くと，次のようになる。

問題
□÷１１＝６．５以上７．５未満　となる，最も大きい整数を求めなさい。

まず，□÷１１＝６．５　とすると，□＝６．５×１１＝７１．５。
□÷１１＝７．５　とすると，□＝７．５×１１＝８２．５。
よって，７１．５以上８２．５未満となる，最も大きい整数を求める問題になった。
このあとは，数直線を書けば必ずできる。
７１．５以上８２．５未満という範囲を，数直線に書き込む。



（その点をふくむときは●，ふくまないときは○の記号を使うキマリになっている）

最も大きい整数は，８２であることがわかる。

答え　８２

確かに，８２÷１１＝７．４５４…を四捨五入すると，きちんと７になる。

（注意）もし，四捨五入して７になる数の範囲を，「６．５以上７．４以下」というマチガイをしたら，７．４×１１＝８１．４　だから，７１．５以上８１．４以下となり，最も大きい整数は８１になり，不正解となってしまう。注意しよう。

では少々，およその数の範囲を求める練習をしてみよう。
①　小数第１位を四捨五入すると　２４　になる数　…　２３．５以上２４．５未満
②　小数第２位を四捨五入すると　１２．７　になる数　…　１２．６５以上１２．７５未満
③　一の位を四捨五入すると　６３０　になる数　…　６２５以上６３５未満
④　小数第２位を四捨五入すると　７．０　になる数　…　６．９５以上７．０５未満
⑤　十の位を四捨五入すると　５００　になる数　…　４５０以上５５０未満
⑥　一の位を四捨五入すると　５００　になる数　…　４９５以上５０５未満

例題11の類題

(解答・解説は95ページ)

類題11.1　２３でわって小数第２位を四捨五入すると，１３.８となる整数のうち，最も大きいものを求めなさい。

答え ________

類題11.2　４５でわって小数第２位を四捨五入すると，７.２となる整数のうち，最も大きいものを求めなさい。

答え ________

類題11.3　１８でわって小数第２位を四捨五入すると，２５.６となる整数のうち，最も小さいものを求めなさい。

答え ________

類題11.4　３０でわって小数第１位を四捨五入すると，３となる整数のうち，最も大きいものを求めなさい。

答え ________

類題11.5　４２でわって小数第２位を四捨五入すると，２２.７となる整数のうち，最も大きい数と最も小さい数を求めなさい。

答え　最も大きい数…(　　　　　　)，最も小さい数…(　　　　　　)

$\boxed{\text{類題11.6}}$　５０でわって小数第２位を四捨五入すると，１３.０となる整数のうち，最も大きい数と最も小さい数を求めなさい。

答え　最も大きい数…(　　　　　　　)，最も小さい数…(　　　　　　　)

$\boxed{\text{類題11.7}}$　５０でわって小数第１位を四捨五入すると，１３となる整数のうち，最も大きい数と最も小さい数を求めなさい。

答え　最も大きい数…(　　　　　　　)，最も小さい数…(　　　　　　　)

$\boxed{\text{類題11.8}}$　５０でわって一の位を四捨五入すると，１３０となる整数のうち，最も大きい数と最も小さい数を求めなさい。

答え　最も大きい数…(　　　　　　　)，最も小さい数…(　　　　　　　)

$\boxed{\text{類題11.9}}$　３５でわって小数第１位を四捨五入すると２８となる整数として考えられるものを全部加えると，いくらになりますか。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題11.10}}$　２４０でわって小数第２位を四捨五入すると１２.０となる整数として考えられるものを全部加えると，いくらになりますか。

答え＿＿＿＿＿＿

例題12

３でわると２あまり，５でわると３あまる数の中で，４番目に小さい数を求めなさい。

解説

例題１や例題２と似ているが，ずっとむずかしい。

例題１は，「あと～あれば，～でわり切れる」という解き方で，

例題２は，「もし～少なければ，～でわり切れる」という解き方だった。

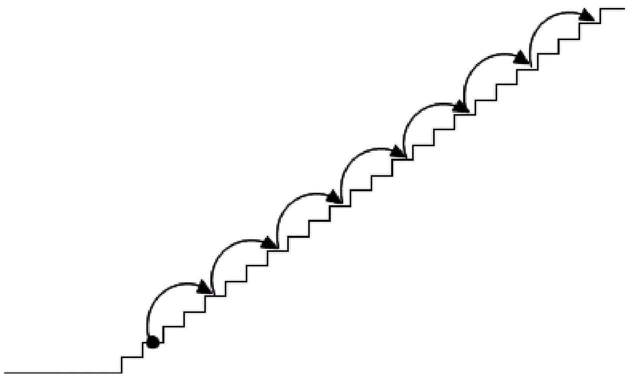
ところがこの問題は，そのどちらの解き方でも解くことができない。

そこで，階段をジャンプしてのぼっていくイメージで考えてみよう。

階段は，いちばん下が０段目，その１つ上が１段目，……と番号がついていることにしよう。

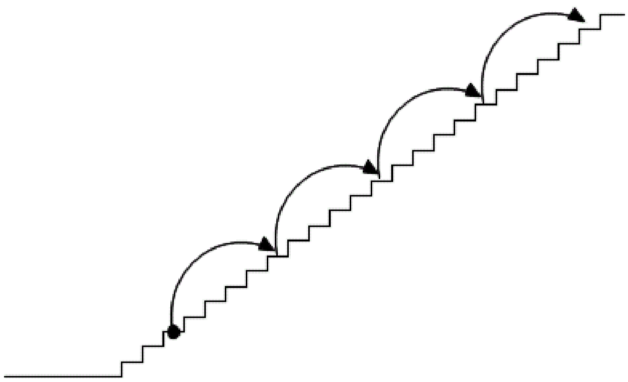
まず，「３でわると２あまる」という数は，２，５，８，１１，１４，……という数だ。

これは，下から２段目にいる人が，そこから３段ずつジャンプしていったときの，着地した段の番号を表していると考えることができる。

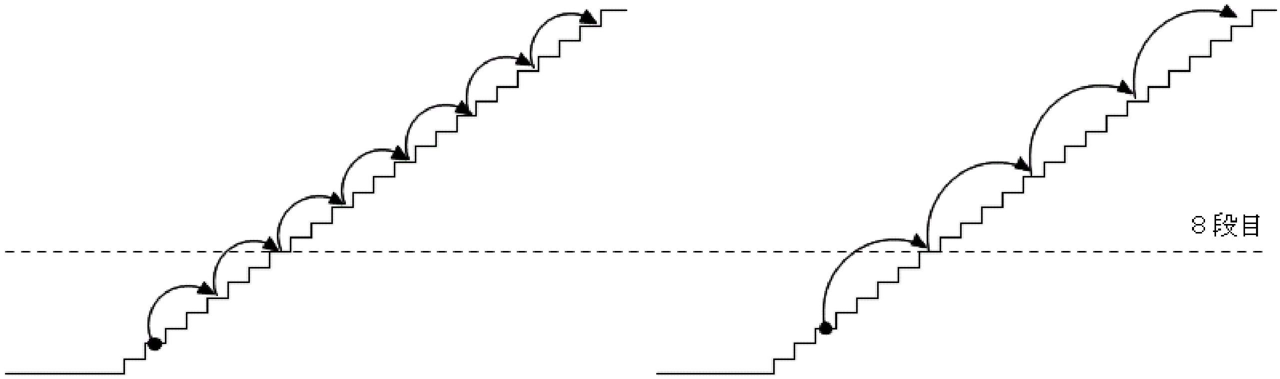


次に，「５でわると３あまる」という数について考える。３，８，１３，１８，……という数だ。

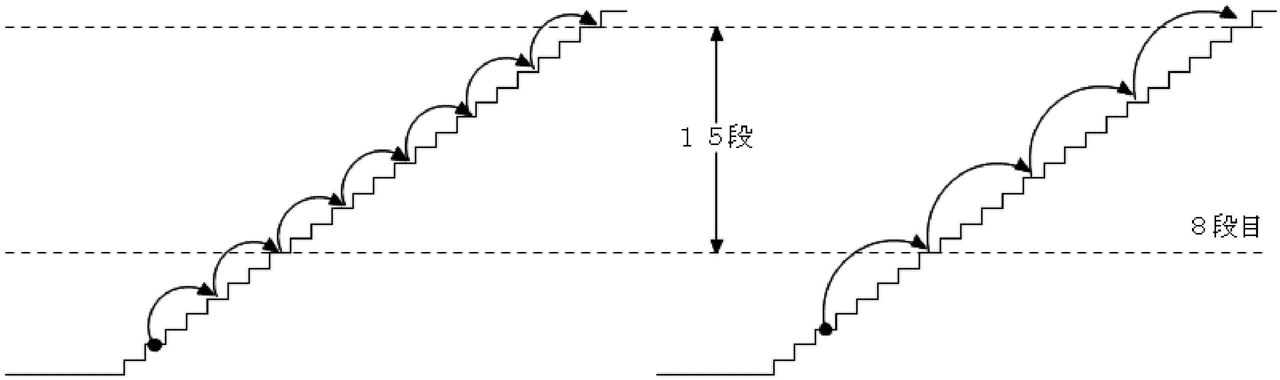
これは，下から３段目にいる人が，そこから５段ずつジャンプしていったときの，着地した番号を表していると考えることができる。



すると，どちらののぼり方でも，下から８番目の段に着地していることがわかる。



８段目のあとは，３段ずつと５段ずつでのぼっていくのだから，３と５の最小公倍数である１５段をのぼったときに，また同じ段に着地することになる。



よって，次のような数列の，４番目の数を求めることになる。

+15 +15

８，２３，……

はじめが８で，１５ずつ３回増えることになるから，

８＋１５×３＝５３　　　　答え　５３

では，解き方を整理しておこう。

いちばん小さい数を力ずくで求める

↓

「～でわると…」「～でわると…」という文を見て，
最小公倍数を求める。

↓

いちばん小さい数から，最小公倍数ずつ加えていく。

例題12の類題

(解答・解説は97ページ)

類題12.1　８でわると１あまり，６でわると３あまる数の中で，５番目に小さい数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題12.2　４でわると２あまり，１４でわると４あまる数の中で，２０番目に小さい数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題12.3　１０でわると７あまり，１２でわると３あまる数のうち，９でわると３あまる最小の数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題12.4　７でわると２あまり，５でわるとわりきれる数の中で，１６番目に小さい数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

類題12.5　４でわると１あまり，７でわると３あまる数の中で，８番目に小さい数を求めなさい。

答え＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\text{類題12.6}}$　８でわると１あまり，６でわると３あまる数の中で，８番目に小さい数を求めなさい。

答え ________

$\boxed{\text{類題12.7}}$　１０でわると３あまり，６でわると５あまる数の中で，１００より小さいものをすべて求めなさい。

答え ________

$\boxed{\text{類題12.8}}$　９でわると１あまり，６でわると４あまる数の中で，２００に最も近いものを求めなさい。

答え ________

$\boxed{\text{類題12.9}}$　５でわると３あまり，９でわると２あまる整数を小さい順にならべていくとき，１番目の数から２０番目の数までの和を求めなさい。

答え ________

$\boxed{\text{類題12.10}}$　５でわると３あまり，６でわると５あまり，４でわると１あまる数の中で，８番目に小さい数を求めなさい。

答え ________

例題13

Ａ社は新発売したジュースの空きビン３本でそのジュース１本を交換するサービスを始めました。たとえばジュースを５本買ったとき，空きビンは５本になりますが，そのうちの３本で１本もらえます。その空きビンと前の残りの２本の空きビンでさらにもう１本もらえて，全部で７本のジュースを飲むことができます。

(1)　ジュースを２０本買ったとき，全部で何本飲めることになりますか。

(2)　全部で１００本のジュースを飲むためには少なくとも何本買えばよいですか。

解説

昔からよくある問題。解き方をマスターしていないと，どこから手をつけたらいいのかわからなくて途方に暮れる問題だが，１回理解すれば２度と忘れることのない解き方だから，以下の解説をよく読んで完ぺきに理解してほしい。

(1)　一気に２０本買うのではなく，１本ずつ買っていくと考えた方がわかりやすい。

お金を出して買ったジュースは●，サービスでもらったジュースは○にすると，

１本目　…　●
２本目　…　●●
３本目　…　●●●

ここまでで空きビンが３本できるので，１本サービスになる。…　●●●○

いま，空きビンの３本はお店に取られたので，残っている空きビンは，サービスでもらった１本だけ。

４本目　…　●●●○●　　空きビンは２本。
５本目　…　●●●○●●　空きビンは３本。

空きビンが３本できるので，１本サービスになる。…●●●○●●○

このあとも同様にすると，次のようになる。

●●●○●●○●●○●●○●●…

３本ずつまとめた，次のような表にした方がわかりやすい。

● ● ●
○ ● ●
○ ● ●
○ ● ●
………

買ったのが２０本だから，●が２０個。はじめの段だけ●が３個あるから，残りの●は ２０－３＝１７(個)。１段に２個ずつ●があるから，１７÷２＝８ あまり １。

よって，はじめの段を除いて，８段と，あと１個の●。

つまり，次のような表になる。

●	●	●
○	●	●
○	●	●
○	●	●
○	●	●
○	●	●
○	●	●
○	●	●
○	●	●
○	●	

はじめの段を除いた，残り９段に，１本ずつサービスのジュースがあるのだから，全部で９本のサービスのジュースがあることになる。

よって，飲んだジュースは，買ったジュース２０本とサービスのジュース９本を合わせて，２０＋９＝２９(本)。

(2) 買ったジュースと，サービスでもらったジュースとを合わせて１００本になればよい。

(1)と同じように表にすると，

●	●	●
○	●	●
○	●	●
○	●	●
………		

となる。●○合わせて１００個になればよいのだが，１段に３個ずつジュースがあるので， １００÷３＝３３ あまり １ となり，３３段と，あまり１個。

３３段のうち，はじめの１段は●のみ。

２段目から３３段目までの３２段には，１個ずつ○があり，あまった１個も○だから，全部で ３２＋１＝３３(個)の○がある。

１００個のなかで，○は３３個あるのだから，●は，１００－３３＝６７(個)。

よって，１００本のジュースを飲むためには，６７本のジュースを買えばよい。

答え (1) ２９本 (2) ６７本

例題13の類題 (解答・解説は99ページ)

類題13.1　A社は新発売したジュースの空きビン５本でそのジュース１本を交換するサービスを始めました。たとえばジュースを９本買ったとき，空きビンは９本になりますが，そのうちの５本で１本もらえます。その空きビンと前の残りの４本の空きビンでさらにもう１本もらえて，全部で１１本のジュースを飲むことができます。

(1)　ジュースを５０本買ったとき，全部で何本飲めることになりますか。

答え　(　　　　　)本

(2)　全部で１２３本のジュースを飲むためには少なくとも何本買えばよいですか。

答え　(　　　　　)本

類題13.2　A社は新発売したジュースの空きビン４本でそのジュース１本を交換するサービスを始めました。たとえばジュースを７本買ったとき，空きビンは７本になりますが，そのうちの４本で１本もらえます。その空きビンと前の残りの３本の空きビンでさらにもう１本もらえて，全部で９本のジュースを飲むことができます。

(1)　ジュースを５０本買ったとき，全部で何本飲めることになりますか。

答え　(　　　　　)本

(2)　全部で１８６本のジュースを飲むためには少なくとも何本買えばよいですか。

答え　(　　　　　)本

$\boxed{\text{類題13.3}}$　Ａ社は新発売したジュースの空きビン１０本でそのジュース１本を交換するサービスを始めました。たとえばジュースを１９本買ったとき，空きビンは１９本になりますが，そのうちの１０本で１本もらえます。その空きビンと前の残りの９本の空きビンでさらにもう１本もらえて，全部で２１本のジュースを飲むことができます。

(1)　ジュースを２５０本買ったとき，全部で何本飲めることになりますか。

答え　(　　　　　)本

(2)　全部で３２９本のジュースを飲むためには少なくとも何本買えばよいですか。

答え　(　　　　　)本

$\boxed{\text{類題13.4}}$　Ａ社は新発売したジュースの空きビン６本でそのジュース１本を交換するサービスを始めました。たとえばジュースを１１本買ったとき，空きビンは１１本になりますが，そのうちの６本で１本もらえます。その空きビンと前の残りの５本の空きビンでさらにもう１本もらえて，全部で１３本のジュースを飲むことができます。

(1)　ジュースを５６本買ったとき，全部で何本飲めることになりますか。

答え　(　　　　　)本

(2)　全部で３０１本のジュースを飲むためには少なくとも何本買えばよいですか。

答え　(　　　　　)本

例題14

１×２×３×４×……×１００　の積には，右はしから０が何個連続して並んでいますか。

解説

まず，次のような超簡単な問題から。

問題

１０５７０００００００には，右はしから０が何個連続して並んでいますか。

単純に右はしから並んでいる０の数をかぞえればよいので，答えは７個になる。
では，次の問題はどうだろう。

問題

１０５７０００００００は，１０で何回わり切れますか。

１０で１回ずつわっていくと，右はしの０が１個ずつなくなっていくので，７回わればＩ０５７となり，それ以上わり切れなくなる。よって，答えは７回。

つまり，例題14のような問題は　１０で何回わり切れますか。　という問題と同じことになる。

さて，**１０でわる**というのは，１０＝２×５ だから，**２でわって，さらに５でわる**ことと同じ。

たとえば，３６２８８００という数が，２で８回わり切れて，５で２回わり切れたとしよう。次のようなイメージでつかんでほしい。

３６２８８００
- ２で … ○○○○○○○○ （８回）
- ５で … ○○ （２回）

この数は，**２でわって，さらに５でわる**ということを何回できるだろうか。

実は，２回しかできない。まず１回目，２でわって５でわると，次のようになる。

３６２８８００
- ２で … ×○○○○○○○ （あと７回）
- ５で … ×○ （あと１回）

→ ３６２８８０になる

もう一度，２でわって５でわると，次のようになる。

３６２８８００
- ２で … ××○○○○○○ （あと６回）
- ５で … ×× （あと０回）

→ ３６２８８になる

つまり，いくら２でわることが残っていたとしても，もう５でわることは不可能なので，**２でわって，さらに５でわる**ことは２回しかできない。

２でわり切れる回数と５でわり切れる回数のうち,少ない回数分しかできないわけだ。

ちょっとここで練習問題。

練習問題

ある数は，２で９７回わり切れて，５で２４回わり切れるそうです。
この数は，１０で何回わり切れますか。

この練習問題の答えは２４個。なぜなら，いくら２で９７回わり切れても，５では２４回しかわり切れないので，**２でわって，さらに５でわる**ことは２４回しかできない。

１０でわることは，**２でわって，さらに５でわる**ことだったから，正解も２４回。

やっと準備ができた。例題14を考えてみよう。

１×２×３×４×……×１００　という数が，２で何回わり切れるかを，まず考える。

次のような，約分するようなイメージで考えていこう。

$1\times\cancelto{1}{2}\times3\times\cancelto{2}{4}\times\cdots\cdots\times\cancelto{50}{100}$　となるから，まず５０回わり切れた。(100÷2＝50)

新しく1から50までの数ができたが，これらの数は，２５回わり切れる。(50÷2＝25)

$1\times\cancelto{1}{2}\times3\times\cancelto{1}{\cancelto{2}{4}}\times\cdots\cdots\times\cancelto{25}{\cancelto{50}{100}}$

さらに1から25までの数ができたが，これらの数は１２回わり切れる。(25÷2＝12…1)

このように考えていくと，次のような式を書けばよいことに気づく。

１００÷２＝５０
５０÷２＝２５
２５÷２＝１２　…　１
１２÷２＝　６
６÷２＝　３
３÷２＝　１　…　１

５０＋２５＋１２＋６＋３＋１＝９７ だから，
１×２×３×４×……×１００　という数は，２で９７回わり切れることがわかった。

次に，１×２×３×４×……×１００　という数が，５で何回わり切れるかを考える。

２で何回わり切れるかを考えた場合とまったく同様にして，次のような式になる。

１００÷５＝２０
２０÷５＝　４

２０＋４＝２４ だから，
１×２×３×４×……×１００　という数は，５で２４回わり切れることがわかった。

１×２×３×４×……×１００ という数は，２で９７回，５で２４回わり切れることがわかった。これって，…そう，前ページ(p55)の練習問題とまったく同じだ！

よって，この数は，１０で２４回わり切れる，つまり右はしに０が２４個連続して並んでいることがわかった。

<u>答え　２４個</u>

例題14の類題 (解答・解説は102ページ)

類題14.1 １×２×３×４×……×２００　の積には，右はしから０が何個連続して並んでいますか。

答え　(　　　　　　　)個

類題14.2 １×２×３×４×……×２５０　の積には，右はしから０が何個連続して並んでいますか。

答え　(　　　　　　　)個

類題14.3 １×２×３×４×……×１０００　の積には，右はしから０が何個連続して並んでいますか。

答え　(　　　　　　　)個

類題14.4 １×２×３×４×……×１２００　の積には，右はしから０が何個連続して並んでいますか。

答え　(　　　　　　　)個

類題14.5 １×２×３×４×……×８７　の積は，１０で何回わりきれますか。

答え　(　　　　　　　)回

類題14.6　１×２×３×４×……×１２０　の積は，７で何回わりきれますか。

答え　(　　　　　　)回

類題14.7　１×２×３×４×……×２００　の積は，２で何回わりきれますか。

答え　(　　　　　　)回

類題14.8　１×２×３×４×……×１００　の積は，６で何回わりきれますか。

答え　(　　　　　　)回

類題14.9　１×２×３×４×……×３００　の積は，２８で何回わりきれますか。

答え　(　　　　　　)回

類題14.10　１×２×３×４×……×□　の積には，右はしから０が３１個連続して並んでいるそうです。□として考えられる数のうち，最も小さい数と最も大きい数を求めなさい。

答え　最も小さい数…(　　　　　　)，最も大きい数…(　　　　　　)

例題15

次の個数を求めなさい。

① １から１２３までの整数のうち，５でわりきれるもの。
② １から２３４までの整数のうち，２でも３でもわりきれるもの。
③ １から３４５までの整数のうち，８でわりきれないもの。
④ １から４５６までの整数のうち，３でわりきれるが４ではわりきれないもの。
⑤ １から１００までの整数のうち，４でも６でもわりきれないもの。

解説

まずは，次の超簡単な問題から考えよう。

問題

１から１０までの整数のうち，２でわり切れるものは何個ありますか。

全部数えても簡単，２，４，６，８，１０の５個になる。
式を書くことも簡単。１０÷２＝５(個)となる。
では，次の問題はどうだろうか。

問題

１から２０までの整数のうち，３でわり切れるものは何個ありますか。

全部数えても簡単，３，６，９，１２，１５，１８の６個になる。
式を書いても簡単，２０÷３＝６ あまり ２ だから，６個になる。
要するにわり算をして，商を答えればよいことに気づく。あまりは無視。
では，例題15の解説を始めよう。

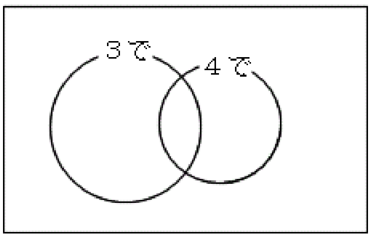
① １２３÷５＝２４ あまり ３ だから，答えは**２４個**。 (あまりの３は無視)

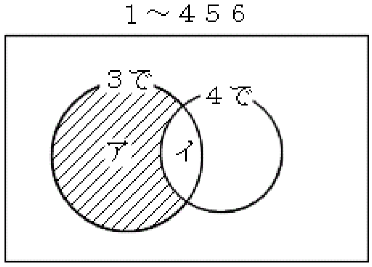
② **２でも３でもわり切れる**ということは，２と３の最小公倍数である**６でわり切れる**ということだから，２３４÷６＝３９ により，**３９個**になる。

③ ８でわり**切れない**もの，と書いてあることに注意。
８でわり**切れる**ものは，３４５÷８＝４３ あまり １ により，４３個。
１から３４５までには，整数は３４５個あって，そのうち８でわり切れるものは４３個あるのだから，わり切れないものは，３４５－４３＝**３０２**(個)。

④ 問題の内容がちょっと複雑なので,図を書いて考えよう。
右のようなベン図を書くと考えやすくなる。
いま知りたいのは，３でわり切れて４ではわり切れないもの。ベン図のどこの個数を求めるのか，しっかり考えてみよう。

１～４５６





右図の，アの部分の個数を求めればよいことがわかる。

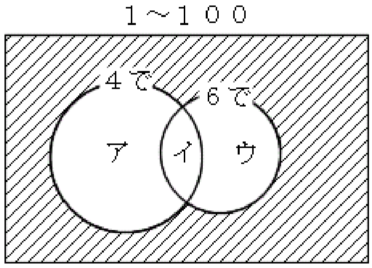
ところで，３の倍数は，４５６÷３＝１５２(個)。これが，図のア＋イの部分だ。だから，イの個数を求めて，１５２個から引けば，答えが求められる。

イの部分は，**３でも４でもわり切れる**部分。つまり，３と４の最小公倍数である**１２でわり切れる**部分だ。

１から４５６までの整数のうち，１２でわり切れるのは，４５６÷１２＝３８ だから，３８個。

ア＋イは１５２個で，イは３８個だから，アは，１５２－３８＝**１１４**(個)。

⑤　この問題も，絶対ベン図を書くべきだ。



右の図の，斜線部分の個数を求めることになる。

１から１００までは１００個の整数があるから，１００個から，ア＋イ＋ウの個数を引けばよい。

ところで，アは，④の問題と同じように解けばできる。

１００÷４＝２５ だから，４でわり切れるのは２５個。

図の，ア＋イの部分が２５個だ。

ところで，イの部分は，**４でも６でもわり切れる**部分。つまり，４と６の最小公倍数である**１２でわり切れる**部分だ。

１００÷１２＝８ あまり ４ だから，１から１００までの整数のうち，１２でわり切れるのは８個ある。図のイの部分が８個だ。

また，１００÷６＝１６ あまり ４ だから，６でわり切れるのは１６個。図の，イ＋ウの部分が１６個だ。

以上整理すると，次のようになる。

ア＋イ	…	２５個
イ	…	８個
イ＋ウ	…	１６個

求めたいのは，１００－(ア＋イ＋ウ)。

ア＋イ＋ウ(図の白い部分)は，２５＋１６－８＝３３(個) だから，

１００－(ア＋イ＋ウ)＝１００－３３＝**６７**(個) となる。

このように，むずかしい問題の場合は，必ずベン図を書いて解くようにしたい。

答え　①　２４個　②　３９個　③　３０２個　④　１１４個　⑤　６７個

例題15の類題

(解答・解説は105ページ)

類題15.1　１から５７０までの整数のうち，６の倍数は何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題15.2　１から５７０までの整数のうち，６の倍数でありしかも１０の倍数でもあるものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題15.3　１から５７０までの整数のうち，１０の倍数でないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題15.4　１から５７０までの整数のうち，６でわりきれるが１０ではわりきれないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題15.5　１から５７０までの整数のうち，６でも１０でもわりきれないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題15.6　１から３２０までの整数のうち，３の倍数は何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題15.7　１から３２０までの整数のうち，３の倍数でありしかも４の倍数でもあるものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題15.8　１から３２０までの整数のうち，４の倍数でないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題15.9　１から３２０までの整数のうち，３でわりきれるが４ではわりきれないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題15.10　１から３２０までの整数のうち，３でも４でもわりきれないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

例題16

次の個数を求めなさい。

① １００から３２３までの整数のうち，５でわりきれるもの。
② ３２０から５６７までの整数のうち，２でも３でもわりきれるもの。
③ ６５から３４５までの整数のうち，８でわりきれないもの。
④ ２００から４５６までの整数のうち，３でわりきれるが４ではわりきれないもの。
⑤ ８０から８００までの整数のうち，４でも６でもわりきれないもの。

解説

① 例題15とかなり似ている問題だ。**１から始まっていない**ということが違っている。
１から始まっていないから，例題15よりもむずかしくなっている。
では，どういう問題なら簡単なのか。…そう，１から始まっていたら簡単なはずだ。
だから，**１から始まるように，数をつけ加えてあげる**とうまくいくわけだ。
しかしここで注意。つけ加えるのは，１から１００までの数ではダメ，ということだ。
実際，1から１００までの数をつけ加えてみると，なんかオカシイことに気づくはず。

つけ加えた数	もとからある数
1，2，3，…，99，100，	100，101，102，……，323

よく見ると，**１００がダブっている**ことに気がつくはずだ。
つまり，１から(１００の直前の数である)**９９まで**をつけ加えるべきだったのだ。

つけ加えた数	もとからある数
1，2，3，…，99，	100，101，102，……，323

これで，全体は，１から３２３までの数になる。
５でわり切れるものは，３２３÷５＝６４ あまり ３ だから，６４個。
つけ加えたのは1から９９までの数。９９÷５＝１９ あまり ４ により，１９個。
よって正解は，６４－１９＝４５(個)となる。

② **２でも３でもわり切れるもの**は，２と３の最小公倍数である**６でわり切れるもの**。

つけ加えた数	もとからある数
1，2，3，…，319，	320，321，322，……，567

５６７÷６＝９４ あまり ３ → 全体では，９４個。
３１９÷６＝５３ あまり １ → つけ加えた数では，５３個。
９４－５３＝４１ → もとからある数では，４１個。

③ とりあえず，8でわり切れるものの個数を求めよう。

つけ加えた数	もとからある数
1，2，3，…，64，	65，66，67，……，345

３４５÷８＝４３ あまり １ → 全体では，４３個。
６４÷８＝ ８ → つけ加えた数では，８個。
４３－８＝３５ → もとからある数では，３５個。

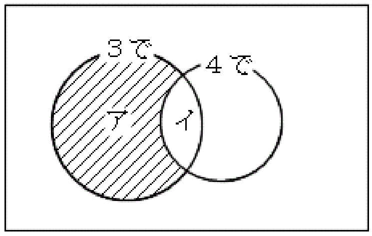
よって，６５から３４５までの整数のうち，８でわり切れるものは３５個ある。

ところで，６５から３４５までには，整数は　３４５－６５＋１＝２８１(個)。

２８１個のうち，８でわり切れるものは３５個あるのだから，８でわり切れないものは，２８１－３５＝２４６(個)。

④　右のようなベン図を書いてから考えよう。

２００～４５６



つけ加えた数	もとからある数
1，2，3，…，199，	200，201，202，……，456

３でわり切れる数が何個あるかを求めると，

４５６÷３＝１５２

１９９÷３＝６６　あまり　１

１５２－６６＝８６(個)。これが，ア＋イの部分。

次に，イの部分の個数を求める。イの部分は，３でも４でもわり切れる部分。つまり，３と４の最小公倍数である，１２でわり切れる個数を求める。

４５６÷１２＝３８

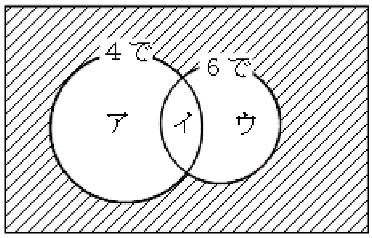
１９９÷１２＝１６　あまり　７

３８－１６＝２２(個)。これが，イの部分。

よって，アの部分は，８６－２２＝６４(個)。

⑤　必ずベン図を書くこと。

８０～８００



つけ加えた数	もとからある数
1，2，3，…，　79，	80，　81，　82，……，800

まず，４でわり切れる数(図のア＋イ)を求める。

８００÷４＝２００

７９÷４＝　１９　あまり　３

２００－１９＝１８１(個)。

次に，６でわり切れる数(図のイ＋ウ)を求める。

８００÷６＝１３３　あまり　２

７９÷６＝　１３　あまり　１

１３３－１３＝１２０(個)。

次に，４でも６でもわり切れる数(図のイ)を求める。４と６の最小公倍数は１２だから，

８００÷１２＝６６　あまり　８

７９÷１２＝　６　あまり　７

６６－６＝６０(個)。

よって，ア＋イ＋ウ(図の白い部分)は，１８１＋１２０－６０＝２４１(個)。

８０から８００までに，整数は　８００－８０＋１＝７２１(個)。

よって図の斜線部分は，

全体－(ア＋イ＋ウ)＝７２１－２４１＝４８０(個)。

答え　①　４５個　　②　４１個　　③　２４６個　　④　６４個　　⑤　４８０個

例題16の類題 (解答・解説は107ページ)

類題16.1　１００から１０００までの整数のうち，４の倍数は何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題16.2　１００から１０００までの整数のうち，４の倍数でありしかも６の倍数でもあるものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題16.3　１００から１０００までの整数のうち,６の倍数でないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題16.4　１００から１０００までの整数のうち，４でわりきれるが６ではわりきれないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

類題16.5　１００から１０００までの整数のうち，４でも６でもわりきれないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

$\boxed{\text{類題16.6}}$　３００から９００までの整数のうち，８の倍数は何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

$\boxed{\text{類題16.7}}$　３００から９００までの整数のうち，８の倍数でありしかも１２の倍数でもあるものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

$\boxed{\text{類題16.8}}$　３００から９００までの整数のうち,１２の倍数でないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

$\boxed{\text{類題16.9}}$　３００から９００までの整数のうち，８でわりきれるが１２ではわりきれないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

$\boxed{\text{類題16.10}}$　３００から９００までの整数のうち，８でも１２でもわりきれないものは何個ありますか。

答え　(　　　　　　)個

例題１の類題解答・解説

(問題は5ページ)

解答

1.1 11	1.2 206	1.3 17，857	1.4 4606，4594	1.5 238
1.6 297	1.7 104	1.8 993	1.9 590	1.10 41，83，125，167

解説

1.1　２でわると１あまる　→　あと１あれば，２でわりきれる
３でわると２あまる　→　あと１あれば，３でわりきれる
４でわると３あまる　→　あと１あれば，４でわりきれる
よって，**あと１あれば，２でも３でも４でもわりきれる**
(２と３と４の最小公倍数は１２だから，)**あと１あれば，１２でわりきれる**
最も小さい数は，**あと１あれば１２になるような数**。
よって，１２－１＝１１　が正解。

1.2　７でわると３あまる　→　あと４あれば，７でわりきれる
５でわると１あまる　→　あと４あれば，５でわりきれる
６でわると２あまる　→　あと４あれば，６でわりきれる
よって，**あと４あれば，７でも５でも６でもわりきれる**
(７と５と６の最小公倍数は２１０だから，)**あと４あれば，２１０でわりきれる**
最も小さい数は，**あと４あれば２１０になるような数。**
よって，２１０－４＝２０６　が正解。

1.3　４でわると１あまる　→　あと３あれば，４でわりきれる
５でわると２あまる　→　あと３あれば，５でわりきれる
よって，**あと３あれば，４でも５でもわりきれる**
(４と５の最小公倍数は２０だから，)**あと３あれば，２０でわりきれる**
最も小さい数は，**あと３あれば２０になるような数**だから，２０－３＝１７。
８５０÷２０＝４２　あまり　１０　だから，８５０に近い２０の倍数は，
２０×４２＝８４０　か，８５０よりもオーバーさせて，２０×４３＝８６０。
よって，**あと３あれば８４０になるような数**か，**あと３あれば８６０になるような数**が，答えの候補。
あと３あれば８４０　→　８４０－３＝８３７　…　８５０とは１３ちがい
あと３あれば８６０　→　８６０－３＝８５７　…　８５０とは７ちがい
よって，８５０に最も近いのは，８５７になる。

$\boxed{1.4}$ ３でわると１あまる　→　あと２あれば，３でわりきれる
４でわると２あまる　→　あと２あれば，４でわりきれる
よって，**あと２あれば，３でも４でもわりきれる**
(３と４の最小公倍数は１２だから，)**あと２あれば，１２でわりきれる**
４６０４÷１２＝３８３ あまり ８ だから，４６０４に近い１２の倍数は，
１２×３８３＝４５９６ か，４６０４をオーバーさせて，１２×３８４＝４６０８
よって，**あと２あれば４５９６になる数**か，**あと２あれば４６０８になる数**が，答えの候補。
あと2あれば４５９６　→　４５９６－2＝４５９４　…　４６０４とは１０違い
あと2あれば４６０８　→　４６０８－2＝４６０６　…　４６０４とは2違い
よって，１番近い数は４６０６になり，２番目に近い数は，４５９４になる。

$\boxed{1.5}$ ６でわると４あまる　→　あと２あれば，６でわりきれる
８でわると６あまる　→　あと２あれば，８でわりきれる
よって，**あと２あれば，６でも８でもわりきれる**
(６と８の最小公倍数は２４だから，)**あと２あれば，２４でわりきれる**
２４でわりきれる数のうち，小さい方から１０番目の数は，２４×１０＝２４０。
よって，あと２あれば２４０になる数を求めればよい。
２４０－２＝２３８　となる。

$\boxed{1.6}$ １０でわると7あまる　→　あと３あれば，１０でわりきれる
１２でわると9あまる　→　あと３あれば，１２でわりきれる
よって，**あと３あれば，１０でも１２でもわりきれる**
(１０と１２の最小公倍数は６０だから，)**あと３あれば，６０でわりきれる**
６０でわりきれる数のうち，小さい方から５番目の数は，６０×５＝３００。
よって，あと３あれば３００になる数を求めればよい。
３００－３＝２９７　となる。

$\boxed{1.7}$ ３でわると２あまる　→　あと１あれば，３でわりきれる
５でわると４あまる　→　あと１あれば，５でわりきれる
よって，**あと１あれば，３でも５でもわりきれる**
(３と５の最小公倍数は１５だから，)**あと１あれば，１５でわりきれる**
１００÷１５＝６ あまり １０ だから，１５でわりきれる数のうち，１００に近い数は，１５×６＝９０ か，１００よりもオーバーさせて，１５×７＝１０５。
よって，あと１あれば９０になる数か，あと１あれば１０５になる数を求めることになる。
あと１あれば９０ → ９０－１＝８９。
あと１あれば１０５ → １０５－１＝１０４。
８９と１０４では，１０４の方が１００に近いから，正解は１０４。

$\boxed{1.8}$ １０でわると３あまる → あと７あれば，１０でわりきれる
８でわると１あまる → あと７あれば，８でわりきれる
よって，**あと７あれば，１０でも８でもわりきれる**
(１０と８の最小公倍数は４０だから，)**あと７あれば，４０でわりきれる**。
１０００÷４０＝２５ だから，１０００は４０でわりきれる。
よって，あと７あれば１０００になる数を求めることになるから，
１０００－７＝９９３ となる。

$\boxed{1.9}$ １２でわると２あまる → あと１０あれば，１２でわりきれる
１５でわると５あまる → あと１０あれば，１５でわりきれる
よって，**あと１０あれば，１２でも１５でもわりきれる**
(１２と１５の最小公倍数は６０だから，)**あと１０あれば，６０でわりきれる**。
６０でわりきれる数のうち，小さい方から１０番目の数は，６０×１０＝６００
よって，あと１０あれば６００になる数を求めればよい。
６００－１０＝５９０ となる。

$\boxed{1.10}$ ６でわると５あまる → あと１あれば，６でわりきれる
７でわると６あまる → あと１あれば，７でわりきれる
よって，**あと１あれば，６でも７でもわりきれる**
(６と７の最小公倍数は４２だから，)**あと１あれば，４２でわりきれる**。
４２でわりきれる数のうち，２００よりも小さい数は，
４２×１＝４２，４２×２＝８４，４２×３＝１２６，４２×４＝１６８。
あと１あれば，４２，８４，１２６，１６８になる数を求めればよい。
４２－１＝４１，８４－１＝８３，１２６－１＝１２５，１６８－１＝１６７。
(注意…１番小さい数である４１を求めたあと，それを２倍，３倍，…して，
４１，８２，９３，…などという意味不明な求め方はしないように。)

例題２の類題解答・解説

(問題は9ページ)

解答

2.1 245	2.2 255	2.3 976	2.4 1012	2.5 255
2.6 131	2.7 842	2.8 991	2.9 636	2.10 91

解説

2.1　１２でわっても１５でわっても５あまる
＝もし５少なければ，１２でも１５でもわり切れる
＝もし５少なければ，(１２と１５の最小公倍数である)６０でわり切れる
６０でわり切れる数のうち，２００より大きく３００より小さいものは，６０の４倍の２４０。
もし５少なければ２４０になる数は，２４０＋５＝２４５。

2.2　１２でわっても２８でわっても３あまる
＝もし３少なければ，１２でも２８でもわり切れる
＝もし３少なければ，(１２と２８の最小公倍数である)８４でわり切れる
８４でわり切れる数のうち，２００より大きく３００より小さいものは，８４の３倍の２５２。
もし３少なければ２５２になる数は，２５２＋３＝２５５。

2.3　１２でわっても１８でわっても４あまる
＝もし４少なければ，１２でも１８でもわり切れる
＝もし４少なければ，(１２と１８の最小公倍数である)３６でわり切れる
９９９÷３６＝２７　あまり　２７　だから，３６でわり切れる数のうち，３けたの整数で最大の数は，３６×２７＝９７２。
もし４少なければ９７２になる数は，９７２＋４＝９７６。

2.4　６でわっても９でわっても１６でわっても４あまる
＝もし４少なければ，６でも９でも１６でもわり切れる
＝もし４少なければ，(６と９と１６の最小公倍数である)１４４でわり切れる
１０００÷１４４＝６　あまり　１３６　だから,１４４の６倍では４けたにならない。
１４４の７倍が４けたになって，１４４×７＝１００８
もし４少なければ１００８になる数を求めるのだから，１００８＋４＝１０１２

2.5　２４でわっても３０でわっても１５あまる
＝もし１５少なければ，２４でも３０でもわり切れる
＝もし１５少なければ，(２４と３０の最小公倍数である)１２０でわり切れる
２００より大きくて最小の数は，１２０の２倍の２４０である。

もし１５少なければ２４０になる数は，２４０＋１５＝２５５。

$\boxed{2.6}$　１５でわっても１２でわっても１１あまる
＝もし１１少なければ，１５でも１２でもわり切れる
＝もし１１少なければ，(１５と１２の最小公倍数である)６０でわり切れる
６０でわり切れる数のうち，３けたで最も小さい数は，６０×２＝１２０。
もし１１少なければ１２０になる数を求めるのだから，１２０＋１１＝１３１。

$\boxed{2.7}$　６でわっても７でわっても８でわっても２あまる
＝もし２少なければ，６でも７でも８でもわり切れる
＝もし２少なければ，(６と７と８の最小公倍数である)１６８でわり切れる
９９９÷１６８＝５　あまり　１５９　だから，１６８×５＝８４０　が，１６８でわり切れる３けたの数のうち，最も大きい数。
もし２少なければ８４０になる数を求めるのだから，８４０＋２＝８４２。

$\boxed{2.8}$　６でわっても１０でわっても１あまる
＝もし１少なければ，６でも１０でもわり切れる
＝もし１少なければ，(６と１０の最小公倍数である)３０でわり切れる
９９９÷３０＝３３　あまり　９　だから，３０でわり切れる３けたの数のうち，最も大きい整数は，３０×３３＝９９０。
もし１少なければ９９０になる数を求めるのだから，９９０＋１＝９９１。

$\boxed{2.9}$　６でわっても８でわっても３あまる
＝もし３少なければ，６でも８でもわり切れる
＝もし３少なければ，(６と８の最小公倍数である)２４でわり切れる
２４でわり切れる数のうち，１００より大きく２００より小さいものは，
２４×５＝１２０，２４×６＝１４４，２４×７＝１６８，２４×８＝１９２。
もし３少なければ，１２０，１４４，１６８，１９２になる数を求めるのだから，
１２０＋３＝１２３，１４４＋３＝１４７，１６８＋３＝１７１，１９２＋３＝１９５。
この４つの整数の和は，１２３＋１４７＋１７１＋１９５＝６３６。

$\boxed{2.10}$　５でわっても６でわっても１あまる
＝もし１少なければ，５でも６でもわり切れる
＝もし１少なければ，(５と６の最小公倍数である)３０でわり切れる。
３０でわり切れる数は，３０，６０，９０，１２０，１５０，…。
もし１少なければ，３０，６０，９０，１２０，１５０，…になる数は，
３１，６１，９１，１２１，１５１，…。
３１や６１は７でわり切れないが，９１は７でわり切れる。
よって正解は９１になる。

例題３の類題解答・解説

(問題は13ページ)

解答

3.1 12	3.2 9	3.3 69	3.4 12	3.5 54
3.6 9，18	3.7 14,21,42	3.8 12	3.9 19	3.10 4

解説

3.1　５１をわると３あまり，６３をわると３あまる
→５１cmのテープを切っていくと３cmあまり，
　６３cmのテープを切っていくと３cmあまる，というイメージ
→５１－３＝４８(cm)，６３－３＝６０(cm)のテープならぴったり切ることができる
→４８と６０の公約数
→(４８と６０の最大公約数である)１２の約数
→１，２，３，４，６，１２
　問題文に，**１０より大きい数を求めなさい**と書いてあったから，正解は１２。

3.2　７５をわると３あまり，１１５をわると７あまる
→７５cmのテープを切っていくと３cmあまり，
　１１５cmのテープを切っていくと７cmあまる，というイメージ
→７５－３＝７２(cm)，１１５－７＝１０８(cm)のテープならぴったり切ることができる。
→７２と１０８の公約数
→(７２と１０８の最大公約数である)３６の約数
→１，２，３，４，６，９，１２，１８，３６
　７５をわると**3あまり**，１１５をわると**7あまる**ためには，３や７よりも大きい数でわらなければならない。よって，９，１２，１８，３６。
　最小の数を求める問題だから，正解は９。

3.3　３２をわると２あまり，６２をわると２あまる
→３２－２＝３０(cm)，６２－２＝６０(cm)のテープならぴったり切ることができる
→３０と６０の公約数
→(３０と６０の最大公約数である)３０の約数
→１，２，３，５，６，１０，１５，３０
　３２をわると**2あまり**，６２をわると**2あまる**ためには，２よりも大きい数でわらなければならない。よって，３，５，６，１０，１５，３０。
　和を求める問題だから，３＋５＋６＋１０＋１５＋３０＝６９。

$\boxed{3.4}$　３８をわると２あまり，６３をわると３あまる
→３８－２＝３６(cm)，６３－３＝６０(cm)のテープならぴったり切ることができる
→３６と６０の公約数
問題文に，**最大の数を求めなさい**と書いてあったので，３６と６０の最大公約数である１２が正解。

$\boxed{3.5}$　５１をわると３あまり，７５をわると３あまる
→５１－３＝４８(cm)，７５－３＝７２(cm)のテープならぴったり切ることができる
→４８と７２の公約数
→(４８と７２の最大公約数である)２４の約数
→１，２，３，４，６，８，１２，２４
５１をわると**3あまり**，７５をわると**3あまる**ためには，３より大きい数でわらなければならない。よって，４＋６＋８＋１２＋２４＝５４。

$\boxed{3.6}$　４２をわると６あまり，９６をわると６あまる
→４２－６＝３６(cm)，９６－６＝９０(cm)のテープならぴったり切ることができる
→３６と９０の公約数
→(３６と９０の最大公約数である)１８の約数だから，１，２，３，６，９，１８。
４２をわると**6あまり**，９６をわると**6あまる**ためには，６より大きい数でわらなければならない。よって，９，１８。

$\boxed{3.7}$　９７をわると１３あまり，１３９をわると１３あまる
→９７－１３＝８４(cm)，１３９－１３＝１２６(cm)のテープならぴったり切ることができる
→８４と１２６の公約数
→(８４と１２６の最大公約数である)４２の約数
→１，２，３，６，７，１４，２１，４２。
９７をわると**１３あまり**，１３９をわると**１３あまる**ためには，１３より大きい数でわらなければならない。よって，１４，２１，４２。

$\boxed{3.8}$　１００をわると４あまり，２５０をわると１０あまる
→１００－４＝９６(cm)，２５０－１０＝２４０(cm)のテープならぴったり切ることができる
→９６と２４０の公約数
→(９６と２４０の最大公約数である)４８の約数
→１，２，３，４，６，８，１２，１６，２４，４８。
１００をわると**4あまり**，２５０をわると**１０あまる**ためには，１０より大きい数でわらなければならない。よって，１２，１６，２４，４８。この中で最小の数を求めるのだから，正解は１２。

$\boxed{3.9}$　６０をわると３あまり，１００をわると５あまる
→６０－３＝５７(㎝)，１００－５＝９５(㎝)ならぴったり切ることができる
→５７と９５の公約数
→(５７と９５の最大公約数である)１９の約数
→１，１９
６０をわると**３あまり**，１００をわると**５あまる**ためには，３や５よりも大きい数でわらなければならない。よって，正解は１９になる。

$\boxed{3.10}$　４２１をわると１あまり，５９０をわると２あまり，７３５をわると３あまる
→４２１－１＝４２０(㎝)，５９０－２＝５８８(㎝)，７３５－３＝７３２(㎝)のテープならぴったり切ることができる
→４２０と５８８と７３２の公約数
→(４２０と５８８と７３２の最大公約数である)１２の約数
→１，２，３，４，６，１２
４２１をわると**１あまり**，５９０をわると**２あまり**，７３５をわると**３あまる**ためには，１や２や３よりも大きい数でわらなければならない。
よって，４，６，１２。
求めるのは最小の数だから，４が正解。

例題４の類題解答・解説

(問題は17ページ)

解答

4.1 2，5，6，10，15，30　4.2 3，5，15　4.3 9，27
4.4 2，4，5，6，10，12，15，30，60　4.5 17，11　4.6 2，4，7，14，28
4.7 3，9，27　4.8 2，3，4，6，8，12，24　4.9 2，4，5，10，20　4.10 9

解説

4.1　１５３－９３＝６０，２４３－１５３＝９０ をぴったりわり切る数
→６０と９０の公約数
→(６０と９０の最大公約数である)３０の約数
→１，２，３，５，６，１０，１５，３０
　この中で，１と３だけは，あまりが出ない(わり切れる)ので，
正解は，２，５，６，１０，１５，３０。

4.2　６２－３２＝３０，１０７－６２＝４５ をぴったりわり切る数
→３０と４５の公約数
→(３０と４５の最大公約数である)１５の約数
→１，３，５，１５
　この中で，１だけは，あまりが出ない(わり切れる)ので，
正解は，３，５，１５。

4.3　９６－４２＝５４，１７７－９６＝８１ をぴったりわり切る数
→５４と８１の公約数
→(５４と８１の最大公約数である)２７の約数
→１，３，９，２７
　この中で，１だけはあまりが出ない(わり切れる)ので，
正解は，３，９，２７。

4.4　４５３－２７３＝１８０，５７３－４５３＝１２０ をぴったりわり切る数
→１８０と１２０の公約数
→(１８０と１２０の最大公約数である)６０の約数
→１，２，３，４，５，６，１０，１２，１５，２０，３０，６０
　この中で，１と３だけは，あまりが出ない(わり切れる)ので，
正解は，２，４，５，６，１０，１２，１５，２０，３０，６０。

4.5　２６６－１１３＝１５３，３８５－２６６＝１１９ をぴったりわり切る数
→１５３と１１９の公約数
→(１５３と１１９の最大公約数である)１７の約数

→１，１７
　３つの整数１１３，２６６，３８５を１でわってもあまりが出ない。
　よって，ある整数は１７しかありえない。
　また，１１３÷１７＝6　あまり　１１
　　　　２６６÷１７＝１５　あまり　１１
　　　　３８５÷１７＝２２　あまり　１１
　よって，いずれの場合も１１があまる。

$\boxed{4.6}$　８１－５３＝２８　をぴったりわり切る数
→２８の約数
→１，２，４，７，１４，２８
　この中で，１だけはあまりが出ない(わり切れる)ので，
正解は，２，４，７，１４，２８。

$\boxed{4.7}$　１４２－１１５＝２７　をぴったりわり切る数
→２７の約数
→１，３，９，２７
　この中で，１だけはあまりが出ない(わり切れる)ので，
正解は，３，９，２７。

$\boxed{4.8}$　５８９－４２１＝１６８，７３３－５８９＝１４４　をぴったりわり切る数
→１６８と１４４の公約数
→(１６８と１４４の最大公約数である)２４の約数
→１，２，３，４，６，８，１２，２４
　この中で，１だけはあまりが出ない(わり切れる)ので，
正解は，２，３，４，６，８，１２，２４。

$\boxed{4.9}$　１０３－６３＝４０，２０３－１０３＝１００　をぴったりわり切る数
→４０と１００の公約数
→(４０と１００の最大公約数である)２０の約数
→１，２，４，５，１０，２０
　この中で，１だけはあまりが出ない(わり切れる)ので，
正解は，２，４，５，１０，２０。

$\boxed{4.10}$　２７２－１６４＝１０８，４３４－２７２＝１６２　をぴったりわり切る数
→１０８と１６２の公約数
→(１０８と１６２の最大公約数である)５４の約数
→１，２，３，６，９，１８，２７，５４
　この中で，１と2だけはあまりが出ない(わり切れる)ので，３，６，９，１８，２７，５４があてはまる。小さい方から3番目の数は，９になる。

例題５の類題解答・解説

(問題は21ページ)

解答

5.1 $\dfrac{21}{30}$, $\dfrac{22}{30}$　5.2 $\dfrac{13}{16}$　5.3 $\dfrac{11}{13}$　5.4 $\dfrac{48}{55}$　5.5 $\dfrac{13}{22}$, $\dfrac{15}{22}$, $\dfrac{17}{22}$

5.6 $\dfrac{17}{12}$　5.7 $\dfrac{3}{4}$　5.8 $\dfrac{12}{17}$　5.9 $\dfrac{13}{16}$　5.10 ３個

解説

※どの問題も，**たすきがけの方法**で解説している。たすきがけについては，p19を参照。

5.1 $\dfrac{2}{3}=\dfrac{(\quad)}{30}$ とすると，(　)＝２×３０÷３＝２０

$\dfrac{3}{4}=\dfrac{(\quad)}{30}$ とすると，(　)＝３×３０÷４＝２２.５

２０と２２.５の間の整数は，２１と２２だから，$\dfrac{20}{30}$と$\dfrac{21}{30}$が正解。

(約分して答えないこと)

5.2 $\dfrac{7}{9}=\dfrac{13}{(\quad)}$とすると，(　)＝９×１３÷７＝１６.７…

$\dfrac{6}{7}=\dfrac{13}{(\quad)}$とすると，(　)＝７×１３÷６＝１５.１…

１６.７…と１５.１…の間の整数は，１６だけだから，正解は$\dfrac{13}{16}$ になる。

5.3 $\dfrac{7}{9}=\dfrac{(\quad)}{13}$とすると，(　)＝７×１３÷９＝１０.１…

$\dfrac{6}{7}=\dfrac{(\quad)}{13}$とすると，(　)＝６×１３÷７＝１１.１…

１０.１…と１１.１…の間にある整数は１１だから，正解は$\dfrac{11}{13}$になる。

5.4 $\dfrac{6}{7}=\dfrac{48}{(\quad)}$とすると，(　)＝７×４８÷６＝５６

$\dfrac{8}{9}=\dfrac{48}{(\quad)}$とすると，(　)＝９×４８÷８＝５４

５６と５４の間にある整数は５５だから，正解は$\dfrac{48}{55}$になる。

5.5 $\frac{3}{7}=\frac{(\ \ )}{22}$とすると，(　)＝３×２２÷７＝９．４…

$\frac{7}{9}=\frac{(\ \ )}{22}$とすると，(　)＝７×２２÷９＝１７．１…

９．４…と１７．１…の間にある整数は，１０，１１，１２，１３，１４，１５，１６，１７だから，次の分数ができる。

$\frac{10}{22}$，$\frac{11}{22}$，$\frac{12}{22}$，$\frac{13}{22}$，$\frac{14}{22}$，$\frac{15}{22}$，$\frac{16}{22}$，$\frac{17}{22}$

このうち，約分できないのは$\frac{13}{22}$，$\frac{15}{22}$，$\frac{17}{22}$のみ。

5.6 $\frac{7}{5}=\frac{17}{(\ \ )}$とすると，(　)＝５×１７÷７＝１２．１…

$\frac{10}{7}=\frac{17}{(\ \ )}$とすると，(　)＝７×１７÷１０＝１１．９…

１２．１…と１１．９…の間にある整数は１２だけだから，正解は$\frac{17}{12}$になる。

5.7 $\frac{7}{12}=\frac{(\ \ )}{4}$とすると，(　)＝７×４÷１２＝２．３…

$\frac{5}{6}=\frac{(\ \ )}{4}$とすると，(　)＝５×４÷６＝３．３…

２．３…と３．３…の間の整数は３だけだから，正解は$\frac{3}{4}$になる。

5.8 $\frac{2}{3}=\frac{(\ \ )}{17}$とすると，(　)＝２×１７÷３＝１１．３…

$\frac{3}{4}=\frac{(\ \ )}{17}$とすると，(　)＝３×１７÷４＝１２．７…

１１．３…と１２．７…の間の整数は１２だけだから，正解は$\frac{12}{17}$になる。

5.9 $\frac{4}{5}=\frac{(\ \ )}{16}$とすると，(　)＝４×１６÷５＝１２．８

$\frac{7}{8}=\frac{(\ \ )}{16}$とすると，(　)＝７×１６÷８＝１４

１２．８と１４の間の整数は１３だけだから，正解は$\frac{13}{16}$になる。

5.10 $\frac{1}{2}=\frac{8}{(\ \ )}$とすると，(　)＝２×８÷１＝１６

$\frac{4}{5}=\frac{8}{(\ \ )}$とすると，(　)＝５×８÷４＝１０

１６と１０の間の整数は，１１，１２，１３，１４，１５。

約分できない分数は，$\frac{8}{11}$，$\frac{8}{13}$，$\frac{8}{15}$の３個。

例題６の類題解答・解説

(問題は25ページ)

解答

6.1　$4\frac{2}{7}$　6.2　$\frac{10}{21}$　6.3　$12\frac{3}{5}$　6.4　$6\frac{4}{21}$　6.5　$4\frac{16}{17}$

6.6　48　6.7　$18\frac{3}{14}$　6.8　$9\frac{3}{8}$　6.9　$6\frac{2}{3}$　6.10　$\frac{7}{195}$

解説

6.1　求めたい分数を$\frac{\triangle}{\bigcirc}$とすると，

$\frac{\triangle}{\bigcirc}\div\frac{6}{7}=\frac{\triangle\times7}{\bigcirc\times6}$，$\frac{\triangle}{\bigcirc}\div\frac{10}{21}=\frac{\triangle\times21}{\bigcirc\times10}$ が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$\frac{\cancel{\triangle}\times7}{\bigcirc\times\cancel{6}_{1}}$，$\frac{\cancel{\triangle}\times21}{\bigcirc\times\cancel{10}_{1}}$　→　△は６と１０の公倍数

$\frac{\triangle\times\cancel{7}}{{}_{1}\cancel{\bigcirc}\times6}$，$\frac{\triangle\times\cancel{21}}{{}_{1}\cancel{\bigcirc}\times10}$　→　○は７と２１の公約数

分数を最も小さくするためには，分子を最も小さく，分母を最も大きくしなければならない。

$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{6と10の最小公倍数}{7と21の最大公約数}=\frac{30}{7}=4\frac{2}{7}$

6.2　$8\frac{2}{5}=\frac{42}{5}$，$31\frac{1}{2}=\frac{63}{2}$，求めたい分数を$\frac{\triangle}{\bigcirc}$とすると，

$\frac{\triangle\times42}{\bigcirc\times\ 5}$，$\frac{\triangle\times63}{\bigcirc\times\ 2}$が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$\frac{\cancel{\triangle}\times42}{\bigcirc\times\cancel{5}_{1}}$，$\frac{\cancel{\triangle}\times63}{\bigcirc\times\cancel{2}_{1}}$　→　△は５と２の公倍数

$\frac{\triangle\times\cancel{42}}{{}_{1}\cancel{\bigcirc}\times5}$，$\frac{\triangle\times\cancel{63}}{{}_{1}\cancel{\bigcirc}\times2}$　→　○は４２と６３の公約数

分数を最も小さくするためには，分子を最も小さく，分母を最も大きくしなければならない。

$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{5と2の最小公倍数}{42と63の最大公約数}=\frac{10}{21}$

$\boxed{6.3}$ $1\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$，$2\frac{1}{7}=\frac{15}{7}$，$2\frac{2}{9}=\frac{20}{9}$，求めたい分数を$\frac{\triangle}{\bigcirc}$とする。

$\frac{5\times\triangle}{3\times\bigcirc}$，$\frac{15\times\triangle}{7\times\bigcirc}$，$\frac{20\times\triangle}{9\times\bigcirc}$が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$\frac{5\times\cancel{\triangle}}{\underset{1}{\cancel{3}}\times\bigcirc}$，$\frac{15\times\cancel{\triangle}}{\underset{1}{\cancel{7}}\times\bigcirc}$，$\frac{20\times\cancel{\triangle}}{\underset{1}{\cancel{9}}\times\bigcirc}$　→　△は３と７と９の公倍数

$\frac{\cancel{5}\times\triangle}{3\times\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}}$，$\frac{\cancel{15}\times\triangle}{7\times\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}}$，$\frac{\cancel{20}\times\triangle}{9\times\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}}$　→　○は５と１５と２０の公約数

分数を最も小さくするためには，分子を最も小さく，分母を最も大きくしなければならない。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{3と7と9の最小公倍数}{5と15と20の最大公約数}=\frac{63}{5}=12\frac{3}{5}$$

$\boxed{6.4}$ $4\frac{1}{26}=\frac{105}{26}$，$2\frac{17}{65}=\frac{147}{65}$，求めたい分数を$\frac{\triangle}{\bigcirc}$とする。

$\frac{\triangle\times105}{\bigcirc\times26}$，$\frac{\triangle\times147}{\bigcirc\times65}$が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$\frac{\cancel{\triangle}\times105}{\bigcirc\times\underset{1}{\cancel{26}}}$，$\frac{\cancel{\triangle}\times147}{\bigcirc\times\underset{1}{\cancel{65}}}$　→　△は２６と６５の公倍数

$\frac{\triangle\times\cancel{105}}{\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}\times26}$，$\frac{\triangle\times\cancel{147}}{\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}\times65}$　→　○は１０５と１４７の公約数

分数を最も小さくするためには，分子を最も小さく，分母を最も大きくしなければならない。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{21と12の最小公倍数}{68と119の最大公約数}=\frac{130}{21}=6\frac{4}{21}$$

$\boxed{6.5}$ $3\frac{5}{21}=\frac{68}{21}$，$9\frac{11}{12}=\frac{119}{12}$，求めたい分数を$\frac{\triangle}{\bigcirc}$とする。

$\frac{\triangle\times68}{\bigcirc\times21}$，$\frac{\triangle\times119}{\bigcirc\times12}$が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$\frac{\cancel{\triangle}\times68}{\bigcirc\times\underset{1}{\cancel{21}}}$，$\frac{\cancel{\triangle}\times119}{\bigcirc\times\underset{1}{\cancel{12}}}$　→　△は２１と１２の公倍数

$\frac{\triangle\times\cancel{68}}{\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}\times21}$，$\frac{\triangle\times\cancel{119}}{\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}\times12}$　→　○は６８と１１９の公約数

分数を最も小さくするためには，分子を最も小さく，分母を最も大きくしなければならない。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{\text{21と12の最小公倍数}}{\text{68と119の最大公約数}}=\frac{84}{17}=4\frac{16}{17}$$

$\boxed{6.6}$ 求める整数を□とすると，$\dfrac{5\times\square}{24\times1}$，$\dfrac{3\times\square}{16\times1}$が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$$\frac{5\times\cancel{\square}}{{}_{1}\cancel{24}\times1},\ \frac{3\times\cancel{\square}}{{}_{1}\cancel{16}\times1}\ \rightarrow\ \text{□は24と16の公倍数。}$$

最も小さい整数を求めるのだから，□は２４と１６の最小公倍数の４８になる。

$\boxed{6.7}$ $3\dfrac{1}{51}=\dfrac{154}{51}$，$2\dfrac{12}{85}=\dfrac{182}{85}$，求める分数を$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}$とする。

$\dfrac{154\times\triangle}{51\times\bigcirc}$，$\dfrac{182\times\triangle}{85\times\bigcirc}$が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$$\frac{154\times\cancel{\triangle}}{{}_{1}\cancel{51}\times\bigcirc},\ \frac{182\times\cancel{\triangle}}{{}_{1}\cancel{85}\times\bigcirc}\ \rightarrow\ \text{△は51と85の公倍数}$$

$$\frac{\cancel{154}\times\triangle}{51\times\cancel{\bigcirc}_{1}},\ \frac{\cancel{182}\times\triangle}{85\times\cancel{\bigcirc}_{1}}\ \rightarrow\ \text{○は154と182の公約数}$$

分数を最も小さくするためには，分子を最も小さく，分母を最も大きくしなければならない。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{\text{51と85の最小公倍数}}{\text{154と182の最大公約数}}=\frac{255}{14}=18\frac{3}{14}$$

$\boxed{6.8}$ $5\dfrac{13}{15}=\dfrac{88}{15}$，求める分数を$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}$とする。

$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}\times\dfrac{88}{15}=\dfrac{\triangle\times88}{\bigcirc\times15}$，$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}\div\dfrac{25}{144}=\dfrac{\triangle\times144}{\bigcirc\times25}$が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$$\frac{\cancel{\triangle}\times88}{\bigcirc\times\cancel{15}_{1}},\ \frac{\cancel{\triangle}\times144}{\bigcirc\times\cancel{25}_{1}}\ \rightarrow\ \text{△は15と25の公倍数}$$

$$\frac{\triangle\times\cancel{88}}{{}_{1}\cancel{\bigcirc}\times15},\ \frac{\triangle\times\cancel{144}}{{}_{1}\cancel{\bigcirc}\times25}\ \rightarrow\ \text{○は88と144の公約数}$$

分数を最も小さくするためには，分子を最も小さく，分母を最も大きくしなければならない。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{15\text{と}25\text{の最小公倍数}}{88\text{と}144\text{の最大公約数}}=\frac{75}{8}=9\frac{3}{8}$$

$\boxed{6.9}$ 求める分数を$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}$とする。

$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}\div\dfrac{5}{9}=\dfrac{\triangle\times 9}{\bigcirc\times 5}$，$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}\div\dfrac{4}{15}=\dfrac{\triangle\times 15}{\bigcirc\times 4}$が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$\dfrac{\cancel{\triangle}\times 9}{\bigcirc\times\cancel{5}}$，$\dfrac{\cancel{\triangle}\times 15}{\bigcirc\times\cancel{4}}$ → △は５と４の公倍数

$\dfrac{\triangle\times\cancel{9}}{\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}\times 5}$，$\dfrac{\triangle\times\cancel{15}}{\underset{1}{\cancel{\bigcirc}}\times 4}$ → ○は９と１５の公約数

分数を最も小さくするためには，分子を最も小さく，分母を最も大きくしなければならない。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{5\text{と}4\text{の最小公倍数}}{9\text{と}15\text{の最大公約数}}=\frac{20}{3}=6\frac{2}{3}$$

$\boxed{6.10}$ 求める分数を$\dfrac{\triangle}{\bigcirc}$とする。

$1\dfrac{13}{15}\div\dfrac{\triangle}{\bigcirc}=\dfrac{28\times\bigcirc}{15\times\triangle}$，$\dfrac{35}{39}\div\dfrac{\triangle}{\bigcirc}=\dfrac{35\times\bigcirc}{39\times\triangle}$が整数になるためには，分母が１にならなければならない。

$\dfrac{28\times\cancel{\bigcirc}}{\underset{1}{\cancel{15}}\times\triangle}$，$\dfrac{35\times\cancel{\bigcirc}}{\underset{1}{\cancel{39}}\times\triangle}$ → ○は１５と３９の公倍数

$\dfrac{\cancel{28}\times\bigcirc}{15\times\underset{1}{\cancel{\triangle}}}$，$\dfrac{\cancel{35}\times\bigcirc}{39\times\underset{1}{\cancel{\triangle}}}$ → △は２８と３５の公約数

分数を最も大きくするためには，分子を最も大きく，分母を最も小さくしなければならない。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{28\text{と}35\text{の最大公約数}}{15\text{と}39\text{の最小公倍数}}=\frac{7}{195}$$

例題７の類題解答・解説

(問題は29ページ)

解答

7.1 ３７	7.2 １３	7.3 ３７	7.4 ２	7.5 ７
7.6 ７	7.7 ３	7.8 ２	7.9 ３７	7.10 ２０

解説

7.1 $\dfrac{49}{79}$の分子と分母から同じ整数をひいても，差は変わらず ７９－４９＝３０ のままのはずだが，約分してしまったので，差は⑦－②＝⑤ になってしまった。

⑤あたり３０だから，①あたり，３０÷５＝６。

分子は②にあたるので，６×２＝１２。
分子は４９だったが，整数をひいたので１２になった。
分子からひいた整数は，
４９－１２＝３７。

分母は⑦にあたるので，６×７＝４２。
分母は７９だったが，整数をひいたので４２になった。
分母からひいた整数は，
７９－４２＝３７。

7.2 $\dfrac{35}{41}$の分子と分母に同じ整数をたしても，差は変わらず ４１－３５＝６ のままのはずだが，約分してしまったので，差は⑨－⑧＝① になってしまった。

①あたり，６になる。

分子は⑧にあたるので，６×８＝４８。
分子は３５だったが，整数をたしたので４８になった。
分子にたした整数は，
４８－３５＝１３。

分母は⑨にあたるので，６×９＝５４。
分母は４１だったが，整数をたしたので５４になった。
分母にたした整数は，
５４－４１＝１３。

7.3 $\dfrac{47}{72}$の分子と分母から同じ整数をひいても，差は変わらず ７２－４７＝２５ のままのはずだが，約分してしまったので，差は⑦－②＝⑤ になってしまった。

⑤あたり２５だから，①あたり，２５÷５＝５。

分子は②にあたるので，５×２＝１０。
分子は４７だったが，整数をひいたので１０になった。
分子からひいた整数は，
４７－１０＝３７。

分母は⑦にあたるので，５×７＝３５。
分母は７２だったが，整数をひいたので３５になった。
分母からひいた整数は，
７２－３５＝３７。

$\boxed{7.4}$ $\frac{23}{43}$の分子と分母に同じ整数をたしても，差は変わらず ４３－２３＝２０ のままのはずだが，約分してしまったので，差は⑨－⑤＝④ になってしまった。

①あたり，２０÷４＝５になる。

分子は⑤にあたるので，５×５＝２５。
分子は２３だったが，整数をたしたので２５になった。
分子にたした整数は，
２５－２３＝２。

分母は⑨にあたるので，５×９＝４５。
分母は４３だったが，整数をたしたので４５になった。
分母にたした整数は，
４５－４３＝２。

$\boxed{7.5}$ $\frac{19}{67}$の分子と分母から同じ整数をひいても，差は変わらず ６７－１９＝４８ のままのはずだが，約分してしまったので，差は⑤－①＝④ になってしまった。

④あたり４８だから，①あたり，４８÷４＝１２。

分子は①にあたるので，１２。
分子は１９だったが，整数をひいたので１２になった。
分子からひいた整数は，
１９－１２＝７。

分母は⑤にあたるので，１２×５＝６０。
分母は６７だったが，整数をひいたので６０になった。
分母からひいた整数は，
６７－６０＝７。

$\boxed{7.6}$ $\frac{10}{27}$の分子と分母に同じ整数をたしても，差は変わらず ２７－１０＝１７ のままのはずだが，約分してしまったので，差は②－①＝① になってしまった。

①あたり，１７になる。

分子は①にあたるので，１７。
分子は１０だったが，整数をたしたので１７になった。
分子にたした整数は，
１７－１０＝７。

分母は②にあたるので，１７×２＝３４。
分母は２７だったが，整数をたしたので３４になった。
分母にたした整数は，
３４－２７＝７。

$\boxed{7.7}$ $\frac{9}{17}$の分子と分母から同じ整数をひいても，差は変わらず １７－９＝８ のままのはずだが，約分してしまったので，差は⑦－③＝④ になってしまった。

④あたり８だから，①あたり，８÷４＝２。

分子は③にあたるので，２×３＝６。
分子は９だったが，整数をひいたので６になった。
分子からひいた整数は，
９－６＝３。

分母は⑦にあたるので，２×７＝１４。
分母は１７だったが，整数をひいたので１４になった。
分母からひいた整数は，
１７－１４＝３。

$\boxed{7.8}$ $\frac{43}{70}$の分子と分母に同じ整数をたしても，差は変わらず ７０－４３＝２７ のままのはずだが，約分してしまったので，差は⑧－⑤＝③ になってしまった。
③あたり２７だから，①あたり，２７÷３＝９になる。

分子は⑤にあたるので，９×５＝４５。
分子は４３だったが，整数をたしたので４５になった。
分子にたした整数は，
４５－４３＝２。

分母は⑧にあたるので，９×８＝７２。
分母は７０だったが，整数をたしたので７２になった。
分母にたした整数は，
７２－７０＝２。

$\boxed{7.9}$ $\frac{43}{70}$の分子と分母から同じ整数をひいても，差は変わらず ７０－４３＝２７ のままのはずだが，約分してしまったので，差は⑪－②＝⑨ になってしまった。
⑨あたり２７だから，①あたり，２７÷９＝３。

分子は②にあたるので，３×２＝６。
分子は４３だったが，整数をひいたので６になった。
分子からひいた整数は，
４３－６＝３７。

分母は⑪にあたるので，３×１１＝３３。
分母は７０だったが，整数をひいたので３３になった。
分母からひいた整数は，
７０－３３＝３７。

$\boxed{7.10}$ $\frac{4}{13}$の分子と分母に同じ整数をたしても，差は変わらず １３－４＝９ のままのはずだが，約分してしまったので，差は⑪－⑧＝③ になってしまった。
③あたり９だから，①あたり，９÷３＝３になる。

分子は⑧にあたるので，３×８＝２４。
分子は４だったが，整数をたしたので２４になった。
分子にたした整数は，
２４－４＝２０。

分母は⑪にあたるので，３×１１＝３３。
分母は１３だったが，整数をたしたので３３になった。
分母にたした整数は，
３３－１３＝２０。

例題８の類題解答・解説

(問題は33ページ)

解答

8.1 $\frac{1}{3}$　8.2 $\frac{3}{130}$　8.3 $\frac{32}{99}$　8.4 $\frac{6}{7}$　8.5 $\frac{1}{120}$

8.6 $\frac{7}{160}$　8.7 $\frac{5}{16}$　8.8 $\frac{1}{12}$　8.9 $\frac{16}{99}$　8.10 （1） 2　（2） $\frac{11}{45}$

解説

8.1 まず，$\frac{1}{2\times 3}$ と $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ をくらべる。

$\frac{1}{2\times 3}=\frac{1}{6}$，$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ だから，$\frac{1}{2\times 3}$ と $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ は等しい。

同様にして，$\frac{1}{3\times 4}$ と $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$，$\frac{1}{4\times 5}$ と $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$，$\frac{1}{5\times 6}$ と $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$ は等しい。

$$\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}$$
$$=\frac{1}{2}\ \underline{-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}\ \underline{-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}\ \underline{-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}}\ -\frac{1}{6}$$
$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$$
$$=\frac{1}{3}$$

8.2 まず，$\frac{1}{10\times 11}$ と $\frac{1}{10}-\frac{1}{11}$ をくらべる。

$\frac{1}{10\times 11}=\frac{1}{110}$，$\frac{1}{10}-\frac{1}{11}=\frac{1}{110}$ だから，$\frac{1}{10\times 11}$ と $\frac{1}{10}-\frac{1}{11}$ は等しい。

同様にして，$\frac{1}{11\times 12}$ と $\frac{1}{11}-\frac{1}{12}$，$\frac{1}{12\times 13}$ と $\frac{1}{12}-\frac{1}{13}$ は等しい。

$$\frac{1}{10\times 11}+\frac{1}{11\times 12}+\frac{1}{12\times 13}$$
$$=\frac{1}{10}\ \underline{-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}}\ \underline{-\frac{1}{12}+\frac{1}{12}}\ -\frac{1}{13}$$
$$=\frac{1}{10}-\frac{1}{13}$$
$$=\frac{3}{130}$$

$\boxed{8.3}$ まず，$\dfrac{1}{3\times4}$ と $\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}$ をくらべる。

$\dfrac{1}{3\times4}=\dfrac{1}{12}$，$\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{12}$ だから，$\dfrac{1}{3\times4}$ と $\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}$ は等しい。

同様にして，$\dfrac{1}{4\times5}$ と $\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}$，$\dfrac{1}{5\times6}$ と $\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{6}$，… は等しい。

$$\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\cdots+\frac{1}{97\times98}+\frac{1}{98\times99}$$

$$=\frac{1}{3}\ -\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\ -\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\ -\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\ \cdots-\frac{1}{97}+\frac{1}{97}\ -\frac{1}{98}+\frac{1}{98}\ -\frac{1}{99}$$

$$=\frac{1}{3}-\frac{1}{99}$$

$$=\frac{32}{99}$$

$\boxed{8.4}$ 何度も練習すれば，分母を見たとたんに解き方がひらめくようになる。

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$$

$$=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}$$

$$=\frac{1}{1}\ -\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ -\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\ -\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\ -\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\ -\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\ -\frac{1}{7}$$

$$=\frac{1}{1}-\frac{1}{7}$$

$$=\frac{6}{7}$$

$\boxed{8.5}$ まず，$\dfrac{1}{20\times22}$ と $\dfrac{1}{20}-\dfrac{1}{22}$ をくらべる。

$\dfrac{1}{20\times22}=\dfrac{1}{440}$，$\dfrac{1}{20}-\dfrac{1}{22}=\dfrac{2}{440}$ だから，$\dfrac{1}{20\times22}$ は $\dfrac{1}{20}-\dfrac{1}{22}$ の半分。

同様にして，$\dfrac{1}{22\times24}$ は $\dfrac{1}{22}-\dfrac{1}{24}$の半分，$\dfrac{1}{24\times26}$ は $\dfrac{1}{24}-\dfrac{1}{26}$ の半分。…

$$\frac{1}{20\times22}+\frac{1}{22\times24}+\frac{1}{24\times26}+\frac{1}{26\times28}+\frac{1}{28\times30}$$

$$=\boxed{\frac{1}{20}\ -\frac{1}{22}+\frac{1}{22}\ -\frac{1}{24}+\frac{1}{24}\ -\frac{1}{26}+\frac{1}{26}\ -\frac{1}{28}+\frac{1}{28}\ -\frac{1}{30}}\ \text{の半分}$$

$$=\boxed{\frac{1}{20}-\frac{1}{30}}\text{の半分}\ =\ \frac{1}{60}\div2=\frac{1}{120}$$

$\boxed{8.6}$ まず，$\dfrac{1}{10\times12}$ と $\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{12}$ をくらべる。

$\dfrac{1}{10\times12}=\dfrac{1}{120}$，$\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{12}=\dfrac{2}{120}$ だから，$\dfrac{1}{10\times12}$ は $\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{12}$ の半分。

同様にして，$\dfrac{1}{12\times14}$ は $\dfrac{1}{12}-\dfrac{1}{14}$の半分，$\dfrac{1}{14\times16}$ は $\dfrac{1}{14}-\dfrac{1}{16}$ の半分。…

$$\frac{1}{10\times12}+\frac{1}{12\times14}+\frac{1}{14\times16}+\cdots\cdots+\frac{1}{76\times78}+\frac{1}{78\times80}=$$

$$=\boxed{\frac{1}{10}\ \underbrace{-\frac{1}{12}+\frac{1}{12}}\ \underbrace{-\frac{1}{14}+\frac{1}{14}}\ \underbrace{-\frac{1}{16}+\frac{1}{16}}\ \cdots\underbrace{-\frac{1}{76}+\frac{1}{76}}\ -\frac{1}{78}+\frac{1}{78}\ -\frac{1}{80}}\ \text{の半分}$$

$$=\boxed{\frac{1}{10}-\frac{1}{80}}\ \text{の半分}\ =\ \frac{7}{80}\div2=\frac{7}{160}$$

$\boxed{8.7}$ まず，$\dfrac{1}{1\times4}$ と $\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{4}$ をくらべる。

$\dfrac{1}{1\times4}=\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$ だから，$\dfrac{1}{1\times4}$ は $\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{4}$ を３でわったもの。同様に，

$\dfrac{1}{4\times7}$ は $\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{7}$を３でわったもの，$\dfrac{1}{7\times10}$ は $\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{10}$ を３でわったもの，…。

$$\frac{1}{1\times4}+\frac{1}{4\times7}+\frac{1}{7\times10}+\frac{1}{10\times13}+\frac{1}{13\times16}$$

$$=\boxed{\frac{1}{1}\ \underbrace{-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}\ \underbrace{-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}}\ \underbrace{-\frac{1}{10}+\frac{1}{10}}\ \underbrace{-\frac{1}{13}+\frac{1}{13}}\ -\frac{1}{16}}\ \text{を３でわったもの}$$

$$=\boxed{\frac{1}{1}-\frac{1}{16}}\ \text{を３でわったもの}\ =\ \frac{15}{16}\div3=\frac{5}{16}$$

$\boxed{8.8}$ 何度も練習すれば，分母を見たとたんに解き方がひらめくようになる。

$$\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}$$

$$=\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}+\frac{1}{10\times11}+\frac{1}{11\times12}$$

$$=\frac{1}{6}\ \underbrace{-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}}\ \underbrace{-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}\ \underbrace{-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}}\ \underbrace{-\frac{1}{10}+\frac{1}{10}}\ \underbrace{-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}}\ -\frac{1}{12}$$

$$=\frac{1}{6}-\frac{1}{12}$$

$$=\frac{1}{12}$$

$\boxed{8.9}$ まず，$\frac{1}{3\times5}$ と $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$ をくらべる。

$\frac{1}{3\times5}=\frac{1}{15}$，$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$ だから，$\frac{1}{3\times5}$ は $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$ の半分。

同様にして，$\frac{1}{5\times7}$ は $\frac{1}{5}-\frac{1}{7}$の半分，$\frac{1}{7\times9}$ は $\frac{1}{7}-\frac{1}{9}$ の半分。…

$$\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\frac{1}{7\times9}+\cdots\cdots\frac{1}{97\times99}=$$

$$=\boxed{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{97}+\frac{1}{97}-\frac{1}{99}}\text{ の半分}$$

$$=\boxed{\frac{1}{3}-\frac{1}{99}}\text{の半分} = \frac{32}{99}\div2=\frac{16}{99}$$

$\boxed{8.10}$ (1) $\frac{1}{1\times2\times3}=\frac{1}{6}$，$\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ だから，

$\frac{1}{6}=\frac{1}{3}\div\square$ $\square=\frac{1}{3}\div\frac{1}{6}=2$

(2) (1)で，次のことがわかった。

$$\frac{1}{1\times2\times3}=\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}\right)\div2$$

同様にして，次のこともわかる。

$$\frac{1}{2\times3\times4}=\left(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}\right)\div2$$

$$\frac{1}{3\times4\times5}=\left(\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}\right)\div2$$

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

よって，次のようになる。

$$\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\cdots+\frac{1}{8\times9\times10}$$

$$=\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{3\times4}\cdots-\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{8\times9}-\frac{1}{9\times10}\right)\div2$$

$$=\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{9\times10}\right)\div2$$

$$=\frac{11}{45}$$

例題９の類題解答・解説

(問題は37ページ)

解答

9.1 ４９２枚　9.2 ２８９３枚　9.3 ６７２８枚　9.4 ３３１５８枚

9.5 ２５０　9.6 １２００　9.7 ８７４　9.8 ３４４

解説

9.1

ケタ	から	まで	何個の数があるか	何枚あるか
1ケタ	1	9	9個	1×9＝9(枚)
2ケタ	10	99	99－10＋1＝90(個)	2×90＝180(枚)
3ケタ	100	200	200－100＋1＝101(個)	3×101＝303(枚)

全部で，９＋１８０＋３０３＝４９２(枚)。

9.2

ケタ	から	まで	何個の数があるか	何枚あるか
1ケタ	1	9	9個	1×9＝9(枚)
2ケタ	10	99	99－10＋1＝90(個)	2×90＝180(枚)
3ケタ	100	999	999－100＋1＝900(個)	3×900＝2700(枚)
4ケタ	1000のみ		1個	4×1＝4(枚)

全部で，９＋１８０＋２７００＋４＝２８９３(枚)。

9.3

ケタ	から	まで	何個の数があるか	何枚あるか
2ケタ	88	99	99－88＋1＝12(個)	2×12＝ 24(枚)
3ケタ	100	999	999－100＋1＝900(個)	3×900＝2700(枚)
4ケタ	1000	2000	2000－1000＋１＝1001(個)	4×1001＝4004(枚)

全部で，２４＋２７００＋４００４＝６７２８(枚)。

9.4

ケタ	から	まで	何個の数があるか	何枚あるか
3ケタ	314	999	999－314＋1＝686(個)	3×686＝2058(枚)
4ケタ	1000	8774	8774－1000＋１＝7775(個)	4×7775＝31100(枚)

全部で，２０５８＋３１１００＝３３１５８枚)。

9.5

ケタ	から	まで	何個の数があるか	何枚あるか
1ケタ	1	9	9個	1×9＝9(枚)
2ケタ	10	99	99－10＋1＝90(個)	2×90＝180(枚)
3ケタ	100	□	□－100＋1　(個)	3×(□－100＋1)

全部で，９＋１８０＋３×(□－１００＋１)＝６４２
６４２－(９＋１８０)＝４５３　だから，３×(□－１００＋１)＝４５３
４５３÷３＝１５１　だから，□－１００＋１＝１５１
□ は，１５１－１＋１００＝２５０

9.6

ケタ	から	まで	何個の数があるか	何枚あるか
1ケタ	1	9	9個	1×9＝9(枚)
2ケタ	10	99	99－10＋1＝90(個)	2×90＝180(枚)
3ケタ	100	999	999－100＋1＝900(個)	3×900＝2700(枚)
4ケタ	1000	□	□－1000＋1 (個)	4×(□－1000＋1)

全部で，９＋１８０＋２７００＋４×(□－１０００＋１)＝３６９３
３６９３－(９＋１８０＋２７００)＝８０４　だから，
４×(□－１０００＋１)＝８０４
８０４÷４＝２０１　だから，□－１０００＋１＝２０１
□＝２０１－１＋１０００＝１２００

9.7

ケタ	から	まで	何個の数があるか	何枚あるか
1ケタ	1	9	9個	1×9＝9(枚)
2ケタ	10	99	99－10＋1＝90(個)	2×90＝180(枚)
3ケタ	100	□	□－100＋1　(個)	3×(□－100＋1)

全部で，９＋１８０＋３×(□－１００＋１)＝２５１４
２５１４－(９＋１８０)＝２３２５　だから，３×(□－１００＋１)＝２３２５
２３２５÷３＝７７５　だから，□－１００＋１＝７７５
□ は，７７５－１＋１００＝８７４

9.8

ケタ	から	まで	何個の数があるか	何枚あるか
2ケタ	80	99	99－80＋1＝20(個)	2×20＝ 40(枚)
3ケタ	100	□	□－100＋１　(個)	3×(□－100＋1)

全部で，４０＋３×(□－１００＋１)＝７７５
７７５－４０＝７３５　だから，３×(□－１００＋１)＝７３５
７３５÷３＝２４５　□＝２４５－１＋１００＝３４４

例題10の類題解答・解説

(問題は41ページ)

解答

10.1 １０８　**10.2** １１９　**10.3** (６, １２０), (２４, ３０)

10.4 (８, ２４０), (１６, １２０), (２４, ８０), (４０, ４８)

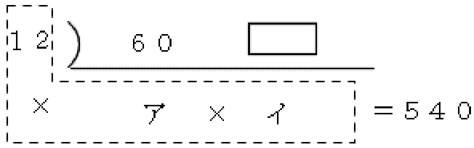
10.5 (３０, ６５)　**10.6** ２７　**10.7** １８

10.8 (１０, ２４０), (３０, ８０)

10.9 (７, ４９), (２１, ３５)　**10.10** (８６１, ３６９)

解説

10.1　右の連除法において，ア＝６０÷１２＝５



１２×ア×イ＝５４０ だから，

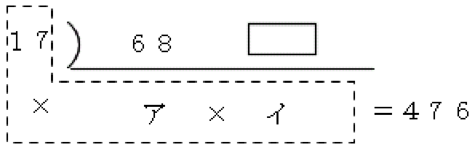
イ＝５４０÷(１２×ア)

＝５４０÷(１２×５)

＝９

□÷１２＝イ だから，□＝９×１２＝１０８

10.2　右の連除法において，ア＝６８÷１７＝４



１７×ア×イ＝４７６ だから，

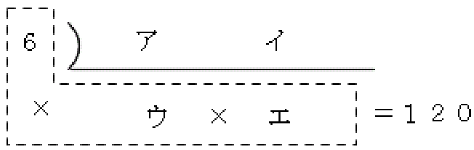
イ＝４７６÷(１７×ア)

＝４７６÷(１７×４)

＝７

□÷１７＝７ だから，□＝７×１７＝１１９

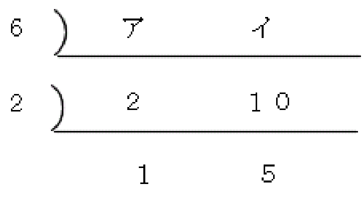
10.3　右の連除法において，６×ウ×エ＝１２０



ウ×エ＝１２０÷６＝２０

積が２０になるような(ウ，エ)の組み合わせは，(１，２０)，(２，１０)，(４，５)。

(ウ，エ)＝(１，２０)のとき，(ア，イ)＝(６，１２０)



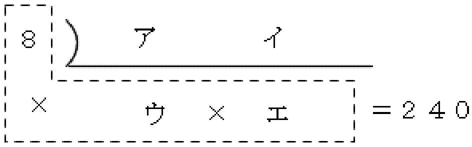
(ウ，エ)＝(２，１０)のとき，右の図のようにウもエもまだ２でわれるので，最大公約数は６ではなく，６×２＝１２ になってしまい，条件に合わない。

(ウ，エ)＝(４，５)のとき，

(ア，イ)＝(ウ×６，エ×６)＝(２４，３０)

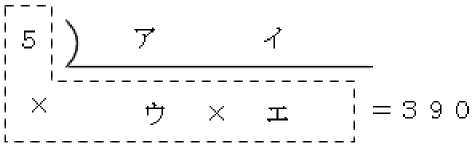
よって，(ア，イ)の組として考えられるものは，(６，１２０)，(２４，３０)。

10.4　右の連除法において，８×ウ×エ＝２４０
ウ×エ＝２４０÷８＝３０。
積が３０になるような(ウ，エ)の組み合わせは，
(１，３０)，(２，１５)，(３，１０)，(５，６)。



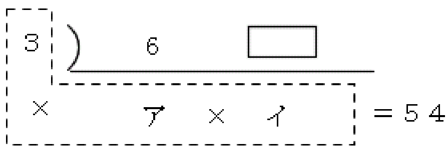
(ウ，エ)＝(１，３０)のとき，(ア，イ)＝(ウ×８，エ×８)＝(８，２４０)
(ウ，エ)＝(２，１５)のとき，(ア，イ)＝(ウ×８，エ×８)＝(１６，１２０)
(ウ，エ)＝(３，１０)のとき，(ア，イ)＝(ウ×８，エ×８)＝(２４，８０)
(ウ，エ)＝(５，６)のとき，(ア，イ)＝(ウ×８，エ×８)＝(４０，４８)
よって，(ア，イ)の組として考えられるものは，
(８，２４０)，(１６，１２０)，(２４，８０)，(４０，４８)。

10.5　右の連除法において，５×ウ×エ＝３９０
ウ×エ＝３９０÷５＝７８
積が７８になるような(ウ，エ)の組み合わせは，
(１，７８)，(２，３９)，(３，２６)，(６，１３)。

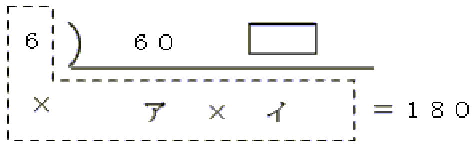


アとイの和が最小になるためには，ウとエの和が最小でなければならない。
(ウ，エ)＝(１，７８)のとき，ウとエの和は，１＋７８＝７９。
(ウ，エ)＝(２，３９)のとき，ウとエの和は，２＋３９＝４１。
(ウ，エ)＝(３，２６)のとき，ウとエの和は，３＋２６＝２９。
(ウ，エ)＝(６，１３)のとき，ウとエの和は，６＋１３＝１９。
ウとエの和が最小になるのは，(ウ，エ)＝(６，１３) のとき。
このとき，(ア，イ)＝(ウ×５，エ×５)＝(３０，６５)

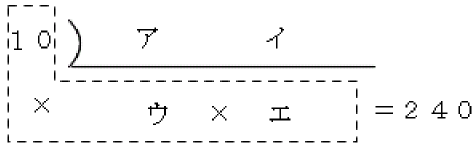
10.6　右の連除法において，ア＝６÷３＝2
３×ア×イ＝５４ だから，
イ＝５４÷(３×ア)
　＝５４÷(３×２)
　＝9
$\boxed{}$÷３＝9 だから，$\boxed{}$＝９×３＝２７



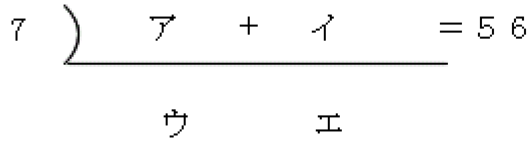
10.7　右の連除法において，ア＝６０÷６＝１０
６×ア×イ＝１８０ だから，
イ＝１８０÷(６×ア)
＝１８０÷(６×１０)
＝３
□÷６＝３ だから，□＝３×６＝１８



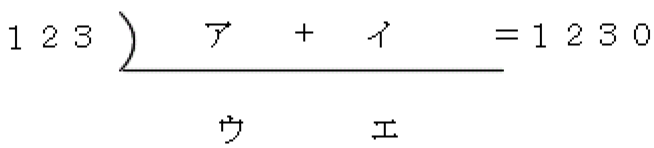
10.8　右の連除法において，１０×ウ×エ＝２４０
ウ×エ＝２４０÷１０＝２４。
積が２４になるような(ウ，エ)の組み合わせは，
(１，２４)，(２，１２)，(３，８)，(４，６)。
(ウ，エ)＝(１，２４)のとき，(ア，イ)＝(ウ×１０，エ×１０)＝(１０，２４０)
(ウ，エ)＝(２，１２)のとき，ウもエも２でわれるので，最大公約数は１０ではなく，１０×２＝２０ になってしまい，条件に合わない。
(ウ，エ)＝(３，８)のとき，(ア，イ)＝(ウ×１０，エ×１０)＝(３０，８０)
(ウ，エ)＝(４，６)のとき，ウもエも２でわれるので，最大公約数は１０ではなく，１０×２＝２０ になってしまい，条件に合わない。
よって，(ア，イ)の組として考えられるものは，(１０，２４０)，(３０，８０)。



10.9　ウ＋エ＝(ア＋イ)÷７＝５６÷７＝８
和が８になるような(ウ，エ)の組み合わせは，
(１，７)，(２，６)，(３，５)，(４，４)。
(ウ，エ)＝(１，７)のとき，(ア，イ)＝(７，４９)。
(ウ，エ)＝(２，６)のとき，ウもエも２でわれるので，最大公約数が違ってくる。
(ウ，エ)＝(３，５)のとき，(ア，イ)＝(２１，３５)。
(ウ，エ)＝(４，４)のとき，ウもエも４でわれるので，最大公約数が違ってくる。
よって，(ア，イ)の組として考えられるものは，
(７，４９)，(２１，３５)。



10.10　右の図において，
ウ＋エ＝１２３０÷１２３＝１０。
(ウ，エ)の組として考えられるものは，(１，９)，(２，８)，
(３，７)，(４，６)，(５，５)，(６，４)，(７，３)，(８，２)，(９，１)。
アがイの２倍より大きく３倍より小さいのだから，ウもエの２倍より大きく３倍より小さい。この条件にあてはまる(ウ，エ)は，(７，３)のみ。
(ア，イ)＝(ウ×１２３，エ×１２３)＝(８６１，３６９)。



例題11の類題解答・解説

(問題は45ページ)

解答

11.1 ３１８　11.2 ３２６　11.3 ４６０　11.4 １０４
11.5 ９５５，９５２　11.6 ６５２，６４８　11.7 ６７４，６２５
11.8 ６７４９，６２５０　11.9 ３４３００　11.10 ６９１０８

解説

11.1　小数第２位を四捨五入すると１３.８になる数の範囲は，
１３.７５以上１３.８５未満。(１３.８４以下にしては絶対にいけない)
□÷２３＝１３.７５ 以上 １３.８５ 未満
□＝１３.７５×２３ 以上，１３.８５×２３ 未満。
□＝３１６.２５ 以上，３１８.５５ 未満。
この範囲の中で最も大きい整数は３１８になる。

11.2　小数第２位を四捨五入すると７.２になる数の範囲は，
７.１５以上７.２５未満。(７.２４以下にしては絶対にいけない)
□÷４５＝７.１５ 以上 ７.２５ 未満
□＝７.１５×４５ 以上，７.２５×４５ 未満。
□＝３２１.７５ 以上，３２６.２５ 未満。
この範囲の中で最も大きい整数は３２６になる。

11.3　小数第２位を四捨五入すると２５.６になる数の範囲は，
２５.５５以上２５.６５未満。(２５.６４以下にしては絶対にいけない)
□÷１８＝２５.５５ 以上 ２５.６５ 未満
□＝２５.５５×１８ 以上，２５.６５×１８ 未満。
□＝４５９.９ 以上，４６１.７ 未満。
この範囲の中で最も小さい整数は４６０になる。

11.4　小数第１位を四捨五入すると３になる数の範囲は，
２.５以上３.５未満。(３.４以下にしては絶対にいけない)
□÷３０＝２.５ 以上 ３.５ 未満
□＝２.５×３０ 以上，３.５×３０ 未満。
□＝７５ 以上，１０５ 未満。
この範囲の中で最も大きい整数は１０４になる。

11.5　小数第２位を四捨五入すると２２.７になる数の範囲は，
２２.６５以上２２.７５未満。(２２.７４以下にしては絶対にいけない)
□÷４２＝２２.６５ 以上 ２２.７５ 未満
□＝２２.６５×４２ 以上，２２.７５×４２ 未満。
□＝９５１.３ 以上，９５５.５ 未満。
この範囲の中で最も大きい整数は９５５，最も小さい数は９５２になる。

$\boxed{11.6}$ 小数第２位を四捨五入すると１３．０になる数の範囲は，
１２．９５以上１３．０５未満。(１３．０４以下にしては絶対にいけない)
$\boxed{\quad}$÷５０＝１２．９５ 以上 １３．０５ 未満
$\boxed{\quad}$＝１２．９５×５０ 以上，１３．０５×５０ 未満。
$\boxed{\quad}$＝６４７．５ 以上，６５２．５ 未満。
この範囲の中で最も大きい整数は６５２,最も小さい数は６４８になる。

$\boxed{11.7}$ 小数第１位を四捨五入すると１３になる数の範囲は，
１２．５以上１３．５未満。(１３．４以下にしては絶対にいけない)
$\boxed{\quad}$÷５０＝１２．５ 以上 １３．５ 未満
$\boxed{\quad}$＝１２．５×５０ 以上，１３．５×５０ 未満。
$\boxed{\quad}$＝６２５ 以上，６７５ 未満。
この範囲の中で最も大きい整数は６７４,最も小さい数は６２５になる。

$\boxed{11.8}$ 一の位を四捨五入すると１３０になる数の範囲は，
１２５以上１３５未満。(１３４以下にしては絶対にいけない)
$\boxed{\quad}$÷５０＝１２５ 以上 １３５ 未満
$\boxed{\quad}$＝１２５×５０ 以上，１３５×５０ 未満。
$\boxed{\quad}$＝６２５０ 以上，６７５０ 未満。
この範囲の中で最も大きい整数は６７４９,最も小さい数は６２５０になる。

$\boxed{11.9}$ 小数第１位を四捨五入すると２８になる数の範囲は，
２７．５以上２８．５未満。(２８．４以下にしては絶対にいけない)
$\boxed{\quad}$÷３５＝２７．５ 以上 ２８．５ 未満
$\boxed{\quad}$＝２７．５×３５ 以上，２８．５×３５ 未満。
$\boxed{\quad}$＝９６２．５ 以上，９９７．５ 未満。
この範囲の中で最も小さい整数は９６３，最も小さい数は９９７になる。
整数は全部で，９９７－９６３＋１＝３５(個)あるから，
和＝(はじめ＋おわり)×個数÷２＝(９６３＋９９７)×３５÷２＝３４３００

$\boxed{11.10}$ 小数第２位を四捨五入すると１２．０になる数の範囲は，
１１．９５以上１２．０５未満。(１２．０４以下にしては絶対にいけない)
$\boxed{\quad}$÷２４０＝１１．９５ 以上 １２．０５ 未満
$\boxed{\quad}$＝１１．９５×２４０ 以上，１２．０５×２４０ 未満。
$\boxed{\quad}$＝２８６８ 以上，２８９２ 未満。
この範囲の中で最も小さい整数は２８６８,最も小さい数は２８９１になる。
整数は全部で，２８９１－２８６８＋１＝２４(個)あるから，
和＝(はじめ＋おわり)×個数÷２
＝(２８６８＋２８９１)×２４÷２
＝６９１０８

例題12の類題解答・解説

(問題は49ページ)

$\boxed{\text{解答}}$

$\boxed{12.1}$ １０５　$\boxed{12.2}$ ５５０　$\boxed{12.3}$ １４７　$\boxed{12.4}$ ５５５　$\boxed{12.5}$ ２１３

$\boxed{12.6}$ １７７　$\boxed{12.7}$ ２３，５３，８３　$\boxed{12.8}$ ２０８　$\boxed{12.9}$ ９３１０　$\boxed{12.10}$ ４７３

$\boxed{\text{解説}}$

$\boxed{12.1}$ ８でわると１あまる　→　１，$\boxed{9}$，１７，２５，…

６でわると３あまる　→　３，$\boxed{9}$，１５，２１，…

いちばん小さい数は，９になる。

８と６の最小公倍数は２４だから，９に２４を加えていく。

はじめの数が９で，２４ずつ４回増やすと，５番目の数になるのだから，

９＋２４×４＝１０５。

$\boxed{12.2}$ ４でわると２あまる　→　２，６，１０，１４，$\boxed{18}$，２２，２６，…

１４でわると４あまる　→　４，$\boxed{18}$，３２，４６，６０，７４，…

４でわると２あまり，１４でわると４あまる，いちばん小さい数は１８になる。

４と１４の最小公倍数は２８だから，１８に２８を加えていく。

はじめの数が１８で，２８ずつ１９回ふやすと，２０番目の数になるのだから，

１８＋２８×１９＝５５０。

$\boxed{12.3}$ １０でわると７あまる　→　７，１７，$\boxed{27}$，３７，４７，…

１２でわると３あまる　→　３，１５，$\boxed{27}$，３９，５１，…

１０でわると７あまり，１２でわると３あまる，いちばん小さい数は２７になる。

１０と１２の最小公倍数は６０だから，２７に６０を加えていく。

２７，８７，１４７，２０７，…

この数の並びの中で，９でわると３あまる数をさがせばよい。

２７は9でわり切れてしまうから，だめ。８７は9でわると６あまるから，だめ。

１４７は9でわると３あまるから，ＯＫ。

$\boxed{12.4}$ ７でわると２あまる　→　２，９，１６，２３，$\boxed{30}$，３７，４４，…

５でわるとわり切れる　→　５，１０，１５，２０，２５，$\boxed{30}$，３５，…

７でわると２あまり，５でわるとわり切れる，いちばん小さい数は３０になる。

７と５の最小公倍数は３５だから，３０に３５を加えていく。

はじめの数が３０で，３５ずつ１５回ふやすと，１６番目の数になるのだから，

３０＋３５×１５＝５５５

$\boxed{12.5}$ ４でわると１あまる　→　１，５，９，１３，$\boxed{17}$，…

７でわると３あまる　→　３，１０，$\boxed{17}$，２４，…

４でわると１あまり，７でわると３あまる，いちばん小さい数は１７になる。

４と７の最小公倍数は２８だから，１７に２８を加えていく。

はじめの数が１７で，２８ずつ７回ふやすと，８番目の数になるのだから，
１７＋２８×７＝２１３

$\boxed{12.6}$ ８でわると１あまる　→　１，$\boxed{9}$，１７，２５，３３，…
６でわると３あまる　→　３，$\boxed{9}$，１５，２１，２７，…
８でわると１あまり，６でわると３あまる，いちばん小さい数は９になる。
８と６の最小公倍数は２４だから，９に２４を加えていく。
はじめの数が９で，２４ずつ７回ふやすと，８番目の数になるのだから，
９＋２４×７＝１７７

$\boxed{12.7}$ １０でわると３あまる　→　３，１３，$\boxed{２３}$，３３，…
６でわると５あまる　　→　５，１１，１７，$\boxed{２３}$，…
１０でわると３あまり，６でわると５あまる，いちばん小さい数は２３になる。
１０と６の最小公倍数は３０だから，２３に３０を加えていく。
１００より小さいものをすべて求めると，２３，５３，８３ になる。

$\boxed{12.8}$ ９でわると１あまる　→　１，$\boxed{１０}$，１９，２８，３７，…
６でわると４あまる　→　４，$\boxed{１０}$，１６，２２，２８，…
９でわると１あまり，６でわると４あまる，いちばん小さい数は１０になる。
９と６の最小公倍数は１８だから，１０に１８を加えていって，２００に近い数を求める。１８を１０回ふやすと，１０＋１８×１０＝１９０。１１回ふやすと，
１０＋１８×１１＝２０８。１９０と２０８のうち，２００に近いのは２０８。

$\boxed{12.9}$ ５でわると３あまる　→　３，８，１３，１８，２３，２８，３３，$\boxed{３８}$，…
９でわると２あまる　→　２，１１，２０，２９，$\boxed{３８}$，４７，…
５でわると３あまり，９でわると２あまる，いちばん小さい数は３８。
５と９の最小公倍数は４５だから，３８に４５を加えていく。
２０番目の数は，３８に４５を１９回加えた数だから，３８＋４５×１９＝８９３。
１番目の数から２０番目の数までの和＝(はじめの数＋おわりの数)×２０÷２
＝(３８＋８９３)×２０÷２
＝９３１０

$\boxed{12.10}$ ５でわると３あまる　→　３，８，１３，１８，$\boxed{２３}$，…
６でわると５あまる　→　５，１１，１７，$\boxed{２３}$，２９，…
いちばん小さい数は，２３になる。
５と６の最小公倍数は３０だから，２３に３０を加えていく。
２３，５３，８３，…
４でわると１あまる，いちばん小さい数は，５３になる。
５と６と４の最小公倍数は６０だから，５３に６０を加えていく。
はじめの数が５３で，６０ずつ７回ふやすと，８番目の数になるのだから，
５３＋６０×７＝４７３。

例題13の類題解答・解説

(問題は53ページ)

解答

13.1(1) ６２本　(2) ９９本　13.2(1) ６６本　(2) １４０本

13.3(1) ２７７本　(2) ２９７本　13.4(1) ６７本　(2) ２５１本

解説　お金を出して買ったジュースは●，サービスでもらったジュースは○とする。

13.1(1)

●●●●●
○●●●●
○●●●●
・・・・・

５０本買ったのだから，左の図の●が５０個。

１段目には●は５個あるから，２段目からは ５０－５＝４５(個)の●がある。

２段目からは，１段に４個ずつ●があるから，

４５÷４＝１１ あまり １ により，１１段と，あと１個の●。

●●●●●
11段
○●●●●
○●●●●
・・・・・
○●●●●
○●

左の図のように，○は １１＋１＝１２(個)あるから，サービスでもらったジュースは１２本。買ったジュースは５０本なので，

５０＋１２＝６２(本)。

(2)

●●●●●
○●●●●
○●●●●
・・・・・

１２３÷５＝２４ あまり ３ だから，全部で２４段あり，○●●があまっている。

２４段のうち，１段目だけが●●●●●で，残りの２３段は○●●●●。整理すると，次のようになる。

●●●●●が１段，○●●●●が２３段，あまりは○●●。

○の個数は，２３＋１＝２４(個)。これが，サービスで飲むことができる本数。

１２３本のうち，サービスは２４本だから，買うべき本数は，

１２３－２４＝９９(本)。

13.2(1)

●●●●
○●●●
○●●●
・・・・

５０本買ったのだから，左の図の●が５０個。

１段目には●は４個あるから，２段目からは ５０－４＝４６(個)の●がある。

２段目からは，１段に３個ずつ●があるから，

４６÷３＝１５ あまり １ により，１５段と，あと１個の●。

●●●●
15段
○●●●
○●●●
・・・・
○●●●
○●

左の図のように，○は １５＋１＝１６(個)あるから，サービスでもらったジュースは１６本。買ったジュースは５０本なので，

５０＋１６＝６６(本)。

(2)

●●●●
○●●●
○●●●
・・・・

１８６÷４＝４６　あまり　２　だから，全部で４６段あり，○●があまっている。

４６段のうち，１段目だけが●●●●で，残りの４５段は○●●●。整理すると，次のようになる。

●●●●が１段，○●●●が４５段，あまりは○●。

○の個数は，４５＋１＝４６(個)。これが，サービスで飲むことができる本数。
１８６本のうち，サービスは４６本だから，買うべき本数は，
１８６－４６＝１４０(本)。

13.3 (1)

●●●●●●●●●●
○●●●●●●●●●
○●●●●●●●●●
・・・・・・・・・・

２５０本買ったのだから，左の図の●が２５０個。

１段目には●は１０個あるから，２段目からは，
２５０－１０＝２４０(個)の●がある。

２段目からは，１段に９個ずつ●があるから，
２４０÷９＝２６　あまり　６　により，２６段と，あと６個の●。

●●●●●●●●●●
26段
○●●●●●●●●●
○●●●●●●●●●
・・・・・・・・・・
○●●●●●●●●●
○●●●●●

左の図のように，○は　２６＋１＝２７(個)あるから，サービスでもらったジュースは２７本。買ったジュースは２５０本なので，
２５０＋２７＝２７７(本)。

(2)

●●●●●●●●●●
○●●●●●●●●●
○●●●●●●●●●
・・・・・

３２９÷１０＝３２　あまり　９　だから，全部で３２段あり，○●●●●●●●●があまっている。

３２段のうち，１段目だけが●●●●●●●●●●で，残りの３１段は○●●●●●●●●●。整理すると，次のようになる。

●●●●●●●●●●が１段， ○●●●●●●●●●が３１段， あまりは○●●●●●●●●。

○の個数は，３１＋１＝３２(個)。これが，サービスで飲むことができる本数。
３２９本のうち，サービスは３２本だから，買うべき本数は，
３２９－３２＝２９７(本)。

13.4 (1)

●●●●●●
○●●●●●
○●●●●●
・・・・・・

５６本買ったのだから，左の図の●が５６個。
１段目には●は６個あるから，
２段目からは ５６－６＝５０(個)の●がある。
２段目からは，１段に５個ずつ●があるから，
５０÷５＝１０　により，１０段ある。サービスの○があと１個。

●●●●●●
10段
○●●●●●
○●●●●●
・・・・・・
○●●●●●
○

左の図のように，○は １０＋１＝１１(個)あるから，サービスでもらったジュースは１１本。買ったジュースは５６本なので，５６＋１１＝６７(本)。

(2)

●●●●●●
○●●●●●
○●●●●●
・・・・・

３０１÷６＝５０ あまり １ だから，全部で５０段あり，○があまっている。
５０段のうち，１段目だけが●●●●●●で，残りの４９段は○●●●●●。整理すると，次のようになる。

●●●●●●が１段，○●●●●●が４９段，あまりは○。

○の個数は，４９＋１＝５０(個)。これが，サービスで飲むことができる本数。
３０１本のうち，サービスは５０本だから，買うべき本数は，
３０１－５０＝２５１(本)。

例題14の類題解答・解説

(問題は55ページ)

解答

14.1 ４９個　14.2 ６２個　14.3 ２４９個　14.4 ２９８個　14.5 ２０回

14.6 １９回　14.7 １９７回　14.8 ４８回　14.9 ４８回

14.10 最も小さい数…１２５，最も大きい数…１２９

解説

14.1

右はしからの連続した０の数
＝１０で何回わり切れるか
＝２と５で何回わり切れるか
＝(２でわり切れる回数よりも５でわり切れる回数の方が少ないので，)５で何回わり切れるか

２００÷５＝４０
４０÷５＝８
８÷５＝１　あまり　３
４０＋８＋１＝４９(個)

14.2

右はしからの連続した０の数
＝１０で何回わり切れるか
＝２と５で何回わり切れるか
＝(２でわり切れる回数よりも５でわり切れる回数の方が少ないので，)５で何回わり切れるか

２５０÷５＝５０
５０÷５＝１０
１０÷５＝２
５０＋１０＋２＝６２(個)

14.3

右はしからの連続した０の数
＝１０で何回わり切れるか
＝２と５で何回わり切れるか
＝(２でわり切れる回数よりも５でわり切れる回数の方が少ないので，)５で何回わり切れるか

１０００÷５＝２００
２００÷５＝４０
４０÷５＝８
８÷５＝１　あまり　３
２００＋４０＋８＋１＝２４９(個)

$\boxed{14.4}$

　右はしからの連続した０の数
＝１０で何回わり切れるか
＝２と５で何回わり切れるか
＝(２でわり切れる回数よりも５でわり切れる回数の方が少ないので，)５で何回わり切れるか

１２００÷５＝２４０
　２４０÷５＝４８
　　４８÷５＝９　あまり　３
　　　９÷５＝１　あまり　４
２４０＋４８＋９＋１＝２９８(個)

$\boxed{14.5}$

　１０で何回わり切れるか
＝２と５で何回わり切れるか
＝(２でわり切れる回数よりも５でわり切れる回数の方が少ないので，)５で何回わり切れるか

８７÷５＝１７　あまり　２
１７÷５＝３　あまり　２
１７＋３＝２０(回)

$\boxed{14.6}$　１２０÷７＝１７　あまり　１
　　１７÷７＝２　あまり　３
　１７＋２＝１９(回)

$\boxed{14.7}$　２００÷２＝１００
　１００÷２＝５０
　　５０÷２＝２５
　　２５÷２＝１２　あまり　１
　　１２÷２＝６
　　　６÷２＝３
　　　３÷２＝１　あまり　１
　１００＋５０＋２５＋１２＋６＋３＋１＝１９７(回)

$\boxed{14.8}$

　６で何回わり切れるか
＝２と３で何回わり切れるか
＝(２でわり切れる回数よりも３でわり切れる回数の方が少ないので，)３で何回わり切れるか

１００÷３＝３３　あまり　１
　３３÷３＝１１
　１１÷３＝３　あまり　２

　３÷３＝１
３３＋１１＋３＋１＝４８(回)

14.9 　２８で何回わり切れるか
＝(２８は２×２×７なので，)２と２と７で何回わり切れるか

まず，２でわり切れる回数を求める。
３００÷２＝１５０
１５０÷２＝７５
　７５÷２＝３７　あまり　１
　３７÷２＝１８　あまり　１
　１８÷２＝９
　　９÷２＝４　あまり　１
　　４÷２＝２
　　２÷２＝１
１５０＋７５＋３７＋１８＋９＋４＋２＋１＝２９６(回)…２でわり切れる回数
次に，７でわり切れる回数を求める。
３００÷７＝４２　あまり　６
　４２÷７＝６
４２＋６＝４８(回)
２で２９６回わり切れ，７で４８回わり切れることがわかった。
２で２９６回わり切れるということは，「２と２」で，２９６÷２＝１４８(回)わり切れるということ。
よって，「２と２」では１４８回，７では４８回わり切れることがわかった。
７でわる回数の方が少ないので，「２と２と７」では，４８回わり切れることになる。

14.10 　右はしからの並んでいる０の数
＝１０で何回わり切れるか
＝２と５で何回わり切れるか
＝(２でわり切れる回数よりも５でわり切れる回数の方が少ないので，)５で何回わり切れるか

いろいろな数をあてはめてみて探す。
たとえば1から１００までの積なら，
１００÷５＝２０，２０÷５＝４，２０＋４＝２４(個)連続して0が並ぶ。
たとえば1から１２５までの積なら，
１２５÷５＝２５，２５÷５＝５，５÷５＝１，２５＋５＋１＝３１(個)でＯＫ。
１２５がＯＫならば，１２６，１２７，１２８，１２９の場合もＯＫ。１３０では，もう1回5でわり切れることになるから，０が３２個並んでしまう。
よって，最も小さい数は１２５，最も大きい数は１２９になる。

例題15の類題解答・解説

(問題は61ページ)

解答

15.1 ９５個　15.2 １９個　15.3 ５１３個　15.4 ７６個　15.5 ４３７個
15.6 １０６個　15.7 ２６個　15.8 ２４０個　15.9 ８０個　15.10 １６０個

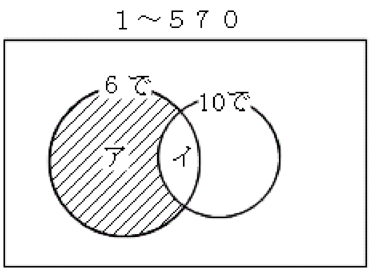
解説

15.1 ５７０÷６＝９５(個)

15.2 ６の倍数でもあり１０の倍数でもあるから，６と１０の最小公倍数である３０の倍数になる。
５７０÷３０＝１９ だから，１から５７０までに３０の倍数は１９個ある。

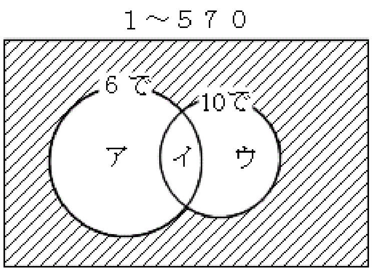
15.3 １から５７０までの整数のうち，１０の倍数は ５７０÷１０＝５７(個)。
整数は全部で５７０個あるから，１０の倍数でないものは，５７０－５７＝５１３(個)。

15.4 ベン図を書いてから考えないと,ミスをすることがある。
６でわりきれるが１０ではわりきれないのは，右の図のアの部分。



１から５７０までの整数のうち,６でわりきれるものは,５７０÷６＝９５(個)。これがア＋イの部分。
イは，６でも１０でもわりきれるもの。６と１０の最小公倍数は３０だから，１から５７０までの整数のうち，３０でわり切れるものは，５７０÷３０＝１９(個)。これがイの部分。
よって，アの部分は，９５－１９＝７６(個)。

15.5 ６でも１０でもわりきれないのは，右の図の斜線部分。



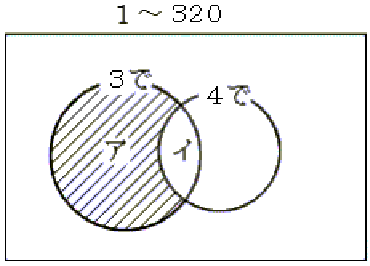
６でわり切れる整数は，５７０÷６＝９５(個)…ア＋イ
１０でわり切れる整数は，５７０÷１０＝５７(個)…イ＋ウ
６でも１０でもわり切れる整数は,（６と１０の最小公倍数は３０なので） ５７０÷３０＝１９(個)…イ
ア＋イ＋ウは，９５＋５７－１９＝１３３(個)
１から５７０までに整数は５７０個あるから，図の斜線部分は,
５７０－１３３＝４３７(個)

$\boxed{15.6}$　３２０÷３＝１０６　あまり　２　だから，１０６個。

$\boxed{15.7}$　３と４の最小公倍数は１２。３２０÷１２＝２６　あまり　８　だから，２６個。

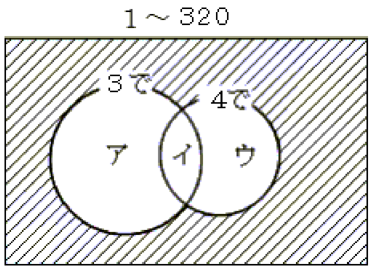
$\boxed{15.8}$　４の倍数は，３２０÷４＝８０(個)。
１から３２０までに，整数は３２０個あるから，４の倍数でないものは，
３２０－８０＝２４０(個)。

$\boxed{15.9}$　右の図のアの部分の個数を求める。



３２０÷３＝１０６　あまり　２　だから，３でわり切れる整数は１０６個。…右図のア＋イ
３と４の最小公倍数は１２　だから，３でも４でもわり切れる整数は，１２でわり切れる。
３２０÷１２＝２６　あまり　８　だから，１２でわり切れる整数は２６個。…右図のイ
よって，右図のアは，１０６－２６＝８０(個)。

$\boxed{15.10}$　右の図の斜線部分の個数を求める。



３２０÷３＝１０６　あまり　２　だから，３でわり切れる整数は１０６個。…右図のア＋イ
４でわり切れる整数は，３２０÷４＝８０(個)
…イ＋ウ
３と４の最小公倍数は１２　だから，３でも４でもわり切れる整数は，１２でわり切れる。
３２０÷１２＝２６　あまり　８　だから，１２でわり切れる整数は２６個…イ
ア＋イ＋ウは，１０６＋８０－２６＝１６０(個)。
１から３２０までに，整数は３２０個あるから，斜線部分の個数は，
３２０－１６０＝１６０(個)。

例題16の類題解答・解説

(問題は65ページ)

解答

16.1 ２２６個	16.2 ７５個	16.3 ７５１個	16.4 １５１個	16.5 ６００個
16.6 ７５個	16.7 ２５個	16.8 ５５０個	16.9 ５０個	16.10 ５００個

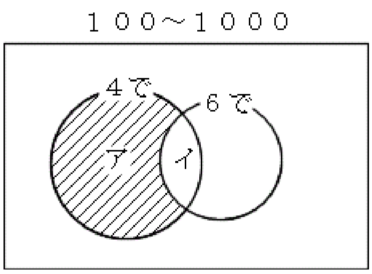
解説

16.1　１０００÷４＝２５０ だから，１から１０００までの中に，４の倍数は２５０個。
　９９÷４＝２４ あまり ３ だから，１から９９までの中に，４の倍数は２４個。
　よって，１００から１０００までの中に，４の倍数は ２５０－２４＝２２６(個)。

16.2 ４と６の最小公倍数は１２だから，４の倍数でありしかも６の倍数でもある整数は，１２の倍数になる。
　１０００÷１２＝８３ あまり ４ だから，１から１０００までの中に，１２の倍数は８３個。
　９９÷１２＝8 あまり ３ だから，１から９９までの中に，１２の倍数は８個。
　よって，１００から１０００までの中に，１２の倍数は ８３－８＝７５(個)。

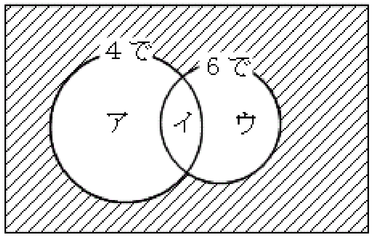
16.3　まず，１００から１０００までの中に，６の倍数が何個あるかを求める。
　１０００÷６＝１６６ あまり ４ だから，１から１０００までの中に，６の倍数は１６６個。
　９９÷６＝１６ あまり ３ だから，１から９９までの中に，６の倍数は１６個。
　よって，１００から１０００までの中に，６の倍数は １６６－１６＝１５０(個)。
　１００から１０００までの中に，整数は １０００－１００＋１＝９０１(個)あるから，６の倍数でないものは，９０１－１５０＝７５１(個)。

16.4　まず，４の倍数(図のア＋イ)の個数を求める。



　１０００÷４＝２５０ だから，１から１０００までの中に，４の倍数は ２５０個。
　９９÷４＝２４ あまり ３ だから，１から９９までの中に，４の倍数は２４個。
　よって，１００から１０００までの中に，４の倍数は ２５０－２４＝２２６(個)。
　次に，(４と６の最小公倍数は１２なので)１２の倍数(図のイ)の個数を求める。
　１０００÷１２＝８３ あまり ４ だから，１から１０００までの中に，１２の倍数は８３個。
　９９÷１２＝8 あまり ３ だから，１から９９までの中に，１２の倍数は８個。
　よって，１００から１０００までの中に，１２の倍数は ８３－８＝７５(個)。
　以上のことから，図のアの個数は，２２６－７５＝１５１(個)。

16.5　右の図の斜線部分の個数を求める。



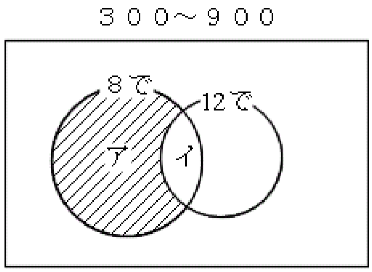
まず，４の倍数が何個あるかを求める。
１０００÷４＝２５０，９９÷４＝２４ あまり ３，
２５０－２４＝２２６(個)…ア＋イ
次に，６の倍数が何個あるかを求める。
１０００÷６＝１６６ あまり ４，
９９÷６＝１６ あまり ３，
１６６－１６＝１５０(個)…イ＋ウ
次に，４の倍数でも６の倍数でもある数(＝１２の倍数)の個数を求める。
１０００÷１２＝８３ あまり ４，９９÷１２＝８ あまり ３，
８３－８＝７５(個)…イ
よって，ア＋イ＋ウは，２２６＋１５０－７５＝３０１(個)。
１００から１０００までに，整数は １０００－１００＋１＝９０１(個)。
よって，図の斜線部分は，９０１－３０１＝６００(個)。

16.6　９００÷８＝１１２ あまり ４ だから，１から９００までに８の倍数は１１２個。
２９９÷８＝３７ あまり ３ だから，１から２９９までに８の倍数は３７個。
よって，３００から９００までに８の倍数は １１２－３７＝７５(個)。

16.7　８と１２の最小公倍数は２４だから，８の倍数でありしかも１２の倍数でもある数は，２４の倍数になる。
　９００÷２４＝３７ あまり １２ だから，１から９００までに２４の倍数は３７個。
　２９９÷２４＝１２ あまり １１ だから，１から２９９までに２４の倍数は１２個。
　よって，３００から９００までに，２４の倍数は ３７－１２＝２５(個)。

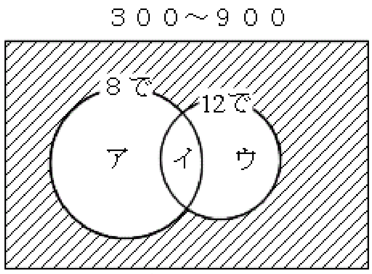
16.8　まず，３００から９００までに，１２の倍数が何個あるかを求める。
　９００÷１２＝７５ だから，１から９００までに１２の倍数は７５個。
　２９９÷１２＝２４ あまり １１ だから，１から２９９までに１２の倍数は２４個。
　よって，３００から９００までに，１２の倍数は ７５－２４＝５１(個)。
　３００から９００までに，整数は ９００－３００＋１＝６０１(個)あるから，
１２の倍数でないものは，６０１－５１＝５５０(個)。

$\boxed{16.9}$　まず，８でわり切れる数の個数(ア＋イ)を求める。



９００÷８＝１１２　あまり　４，
２９９÷８＝３７　あまり　３，
１１２－３７＝７５(個)…ア＋イ
次に，８と１２の公倍数の個数(イ)を求める。
最小公倍数は２４だから，
９００÷２４＝３７　あまり　１２，
２９９÷２４＝１２　あまり　１１，
３７－１２＝２５(個)…イ
よって，斜線部分の個数(ア)は，７５－２５＝５０(個)。

$\boxed{16.10}$　右の図のアは，類題16.9で求めたように５０個。



イ＋ウは，１２の倍数の個数だから，
９００÷１２＝７５，
２９９÷１２＝２４　あまり　１１，
７５－２４＝５１(個)。
よって，ア＋イ＋ウは，５０＋５１＝１０１(個)。
３００から９００までに，整数は　９００－３００＋１＝６０１(個)　あるから，斜線部分の個数は，６０１－１０１＝５００(個)。

例題の簡単な解説

例題１ *3ページ*

２０でわると１２あまり，３０でわると２２あまり，５０でわると４２あまる数の中で，小さい方から３番目の数を求めなさい。

２０でわると１２あまる　→　あと　２０－１２＝８　あれば，２０でわり切れる。
３０でわると２２あまる　→　あと　３０－２２＝８　あれば，３０でわり切れる。
５０でわると４２あまる　→　あと　５０－４２＝８　あれば，５０でわり切れる。

↓「あと８あれば」が共通

あと８あれば，２０でも３０でも５０でもわり切れる。

↓２０と３０と５０の最小公倍数は３００

あと８あれば，３００でわり切れる。

↓小さい方から３番目だから

あと８あれば，３００×３＝９００になる数だから，９００－８＝８９２　…答え

例題２ *7ページ*

２でわっても，３でわっても，４でわっても１あまる数の中で，７０より大きく８０より小さい数を求めなさい。

２でわると１あまる　→　もし１少なければ，２でわり切れる。
３でわると１あまる　→　もし１少なければ，３でわり切れる。
４でわると１あまる　→　もし１少なければ，４でわり切れる。

↓「もし１少なければ」が共通

もし１少なければ，２でも３でも４でもわり切れる。

↓２と３と４の最小公倍数は１２

もし１少なければ，１２でわり切れる。

↓７０より大きく８０より小さいのだから

もし１少なければ，７２になるような数だから，７２＋１＝７３　…答え

例題 3 *11ページ*

５３をわっても８１をわっても１１あまる数を求めなさい。

５３をわると１１あまる。　→　５３－１１＝４２ の約数
８１をわると１１あまる。　→　８１－１１＝７０ の約数

↓

４２と７０の公約数　→　最大公約数である１４の約数だから，１，２，７，１４

↓

「１１あまる」ということから，答えは１１より大きい　→　答えは１４

例題 4 *15ページ*

３つの整数５１７，６１３，８７７をある整数でわると，あまりが等しくなります。このような整数をすべて求めなさい。

６１３－５１７＝９６ と，８７７－６１３＝２６４ を，ぴったりわり切る数

↓

９６と２６４の公約数 ＝ (最大公約数である)２４の約数

↓

わり切れてしまうものはダメ。答えは，２，３，４，６，８，１２，２４

例題 5 *19ページ*

$\frac{7}{12}$と$\frac{9}{14}$の間にある分数で，分母が２８の分数を求めなさい。

$\frac{7}{12}=\frac{(\ \ )}{28}$ として，たすきがけの方法(p19)を利用する。

７×２８＝１９６　　１２×(　)＝１９６ だから，(　)＝１９６÷１２＝１６.３…

よって，$\frac{7}{12}=\frac{16.3\cdots}{28}$，$\frac{9}{14}=\frac{18}{28}$ となるから，分子は１６.３…より大きく，１８より小さい数。このような数は，１７だけ。

したがって，答えは$\frac{17}{28}$となる。

例題６ *23ページ*

$4\frac{1}{12}$をかけても$1\frac{13}{15}$をかけても整数となるような分数のうちで，最も小さいものを求めなさい。

$\frac{\triangle \times 49}{\bigcirc \times 12}$＝整数，$\frac{\triangle \times 28}{\bigcirc \times 15}$＝整数

↓

△は１２や１５と約分できる → １２と１５の公倍数 → 最小公倍数である６０。
○は４９や２８と約分できる → ４９と２８の公約数 → 最大公約数である７。

↓

$\frac{\triangle}{\bigcirc}=\frac{60}{7}=8\frac{4}{7}$ …答え

例題７ *27ページ*

$\frac{23}{44}$の分母と分子から同じ数をひいて約分すると$\frac{2}{5}$になりました。
ひいた数を求めなさい。

同じ数を引いても差は変わらない。

↓

分母と分子の差は，４４－２３＝２１ のはず。
５－２＝３ になってしまったのは，約分したから。
２１÷３＝７ で約分したことがわかる。

↓

$\frac{2}{5}$ は，約分する前は $\frac{2\times 7}{5\times 7}=\frac{14}{35}$ であったはず。

↓

$\frac{23-\square}{44-\square}=\frac{14}{35}$ だから，□＝２３－１４＝９…答え。または，４４－３５＝９

例題８ 31ページ

$$\frac{1}{10\times12}+\frac{1}{12\times14}+\frac{1}{14\times16}+\frac{1}{16\times18}=$$

最初と最後の分数を引く。$\frac{1}{10}-\frac{1}{18}=\frac{2}{45}$

↓

10と12，12と14など，差がどれも２のときは，２でわる。$\frac{2}{45}\div2=\frac{1}{45}$ …答え

（もし，差が１のときは，わらなくてよい。差が３のときは，３でわる。）

例題９ 35ページ

０から９までの整数を１つずつ書いたカードがそれぞれたくさんあります。このカードを使って，同時に１から１００までの整数を作るには，全部で何枚のカードが必要ですか。

１ケタ…　１～　９　だから，９個。　→　１×９　＝９(枚)
２ケタ…１０～９９　だから，９９－１０＋１＝９０(個)。→　２×９０＝１８０(枚)
３ケタ…１００のみ　だから，１個。　→　３×１　＝３(枚)

↓

全部で　９＋１８０＋３＝１９２(枚)。…答え

例題10 39ページ

５４とある数の最大公約数は６で，最小公倍数は２１６です。ある数を求めなさい。

６) ５４　□
×　ア　×　イ　＝２１６

アは，５４÷６　で求められるのだから，９になる。
６×９×イ＝２１６　だから，イ＝２１６÷(６×９)＝４。

６) ５４　□
×　９　×　４　＝２１６

□÷６＝４　だから，□＝４×６＝２４。…答え

例題11 43ページ

１１でわって小数第１位を四捨五入すると７となる整数のうち，最も大きいものを求めなさい。

□÷１１＝６.５以上７.５未満　となる，最も大きい整数を求める

↓

□は，６.５×１１＝７１.５ 以上，７.５×１１＝８２.５ 未満。

最も大きい整数は，８２。　…答え

例題12 47ページ

３でわると２あまり，５でわると３あまる数の中で，４番目に小さい数を求めなさい。

いちばん小さい数を力ずくで求めると，８になる。

３でわると２あまる…２，５，８，１１，…

５でわると３あまる…３，８，１３，１８，…

↓

「～でわると…」「～でわると…」という文を見て，最小公倍数を求める。

↓

いちばん小さい数から，(３と５の最小公倍数である)１５ずつ加えていく。

８，２３，３８，５３，…　となるから，答えは５３。

例題13 51ページ

Ａ社は新発売したジュースの空きビン３本でそのジュース１本を交換するサービスを始めました。たとえばジュースを５本買ったとき，空きビンは５本になりますが，そのうちの３本で１本もらえます。その空きビンと前の残りの２本の空きビンでさらにもう１本もらえて，全部で７本のジュースを飲むことができます。

(1)　ジュースを２０本買ったとき，全部で何本飲めることになりますか。

(2)　全部で１００本のジュースを飲むためには少なくとも何本買えばよいですか。

(1)

● ● ●
○ ● ●
○ ● ●
○ ● ●
………

お金を出して買ったジュースは●，サービスでもらったジュースは○にすると，

はじめの段の●３個を取り除くと，●は１７個残る。

１段に２個ずつ●があるから，１７÷２＝８(段)と，あと１個の●。

はじめの段を除いた，残り９段に，１本ずつサービスのジュースがある。飲んだジュースは，２０＋９＝２９(本)。…答え

(2)

● ● ●
○ ● ●
○ ● ●
○ ● ●
………

●○合わせて１００個になればよい。1段に3個ずつあるので，
１００÷３＝３３(段)と，あと１個。
２段目から３３段目までの３２段に，１個ずつ○があり，あまった１個も○だから，全部で ３２＋１＝３３(個)の○。
●は，１００－３３＝６７(個)。…答え

例題14 *55ページ*

１×２×３×４×……×１００ の積には，右はしから０が何個連続して並んでいますか。

０が何個並ぶか ＝ １０で何回割れるか ＝ ２と５で何回割れるか
＝５で何回割れるか （２で割ることはたくさんできるが，５で割ることはあまりできないから）

↓

１００÷５＝２０
２０÷５＝４ （もし，まだ５で割れるならくり返す）

↓

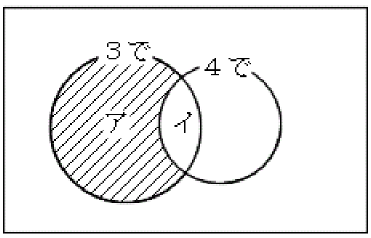
２０＋４＝２４(個)。…答え

例題15 *59ページ*

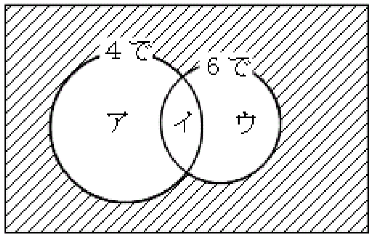
次の個数を求めなさい。
① １から１２３までの整数のうち，５でわりきれるもの。
② １から２３４までの整数のうち，２でも３でもわりきれるもの。
③ １から３４５までの整数のうち，８でわりきれないもの。
④ １から４５６までの整数のうち，３でわりきれるが４ではわりきれないもの。
⑤ １から１００までの整数のうち，４でも６でもわりきれないもの。

① １２３÷５＝２４ … ３ あまりは無視して，２４個。…答え
② ２でも３でもわりきれる ＝ ２と３の公倍数 ＝ (最小公倍数の)６でわりきれる
２３４÷６＝３９(個)…答え
③ ３４５÷８＝４３ あまり １ だから，４３個が８でわりきれる。
全体は３４５個だから，３４５－４３＝３０２(個)…答え
④ 右図の，アの部分の個数を求めればよい。
ア＋イ…４５６÷３＝１５２(個)
イ…３でも４でもわり切れる，つまり，１２でわりきれる。４５６÷１２＝３８(個)。
ア…１５２－３８＝１１４(個)。…答え

１～４５６



⑤　４の倍数は，１００÷４＝２５(個)…ア＋イ
６の倍数は，１００÷６＝１６　…　４　だから，
１６個。…イ＋ウ
イの部分は，４と６の最小公倍数である１２の倍数だから，１００÷１２＝８　あまり　４　　→　８個。…イ
右図の白い部分は，２５＋１６－８＝３３(個)。
斜線部分は，１００－３３＝６７(個)。…答え

１～１００


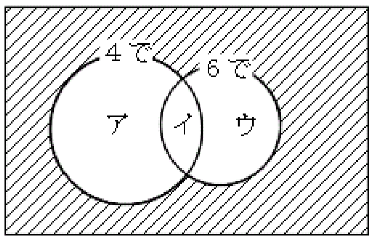
例題16　*63ページ*

①　１００から３２３までの整数のうち，５でわりきれるもの。
②　３２０から５６７までの整数のうち，２でも３でもわりきれるもの。
③　６５から３４５までの整数のうち，８でわりきれないもの。
④　２００から４５６までの整数のうち，３でわりきれるが４ではわりきれないもの。
⑤　８０から８００までの整数のうち，４でも６でもわりきれないもの。

１００～３２３　の場合なら，１から(１００の直前の数である)９９までをつけ加える。

つけ加えた数	もとからある数
1，2，3，…，99，	100，101，102，……，323

①　３２３÷５＝６４…３　　　９９÷５＝１９…４　　６４－１９＝４５(個)…答え
②　２でも３でもわりきれる　＝　(２と３の最小公倍数である)６でわりきれる
５６７÷６＝９４　…　３　　　３１９÷６＝５３　…　１　　９４－５３＝４１(個)
③　３４５÷８＝４３　…　１　　　６４÷８＝８　　　　　４３－８＝３５(個)
全体は　３４５－６５＋１＝２８１(個)　だから，２８１－３５＝２４６(個)…答え
④　４５６÷３＝１５２　　　１９９÷３＝６６　…　１
１５２－６６＝８６(個)
４５６÷１２＝３８　　　１９９÷１２＝１６　…　７
３８－１６＝２２(個)
８６－２２＝６４(個)。…答え

８０～８００


⑤　８００÷４＝２００　　　７９÷４＝１９　…　３
２００－１９＝１８１(個)→ア＋イ
８００÷６＝１３３　…　２　　７９÷６＝１３　…　１
１３３－１３＝１２０(個)→イ＋ウ
８００÷１２＝６６　…　８　　７９÷１２＝６　…　７
６６－６＝６０(個)→イ
１８１＋１２０－６０＝２４１(個)→ア＋イ＋ウ
８０から８００までの整数全体の個数は，
８００－８０＋１＝７２１(個)。
斜線部分＝全体－(ア＋イ＋ウ)＝７２１－２４１＝４８０(個)。…答え

８０～８００