演習問題集応用編・６年上

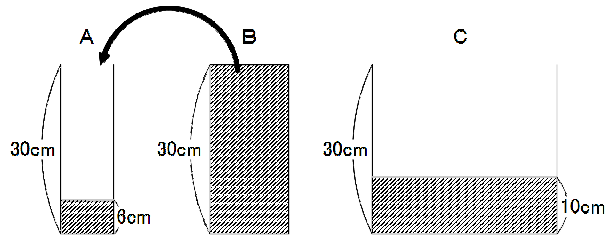
第２回のくわしい解説

問題	ページ
応用問題Ａ　$\boxed{1}$	2
$\boxed{2}$ (1)	3
(2)	5
(3)	6
$\boxed{3}$ (1)	7
(2)	9
$\boxed{4}$ (1)	１０
(2)	１１
$\boxed{5}$ (1)	１４
(2)	１５
応用問題Ｂ　$\boxed{1}$ (1)	１６
(2)	１７
(3)	１９
(4)	２０
$\boxed{2}$ (1)	２１
(2)	２３
$\boxed{3}$	２４
$\boxed{4}$ (1)	２５
(2)	２６

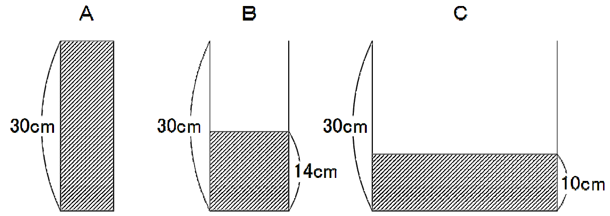
すぐる学習会

第２回Ａ　$\boxed{1}$

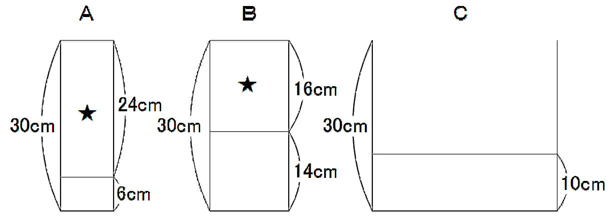
右図が，はじめの状態。
Ｂから Ａへ，Ａがいっぱいになるまで水を移すと，



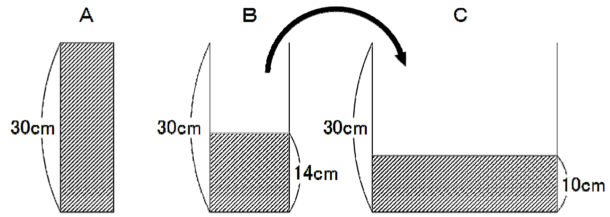
右図のようになった。



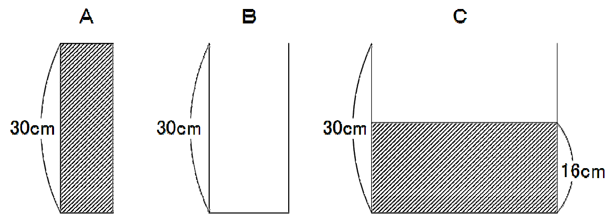
Ａは　３０－６＝２４(cm)増え，
Ｂは　３０－１４＝１６(cm)減った。
★の部分の，水の体積は等しい。
２４：１６＝３：２　だから，ＡとＢの底面積の比は，２：３　になる。



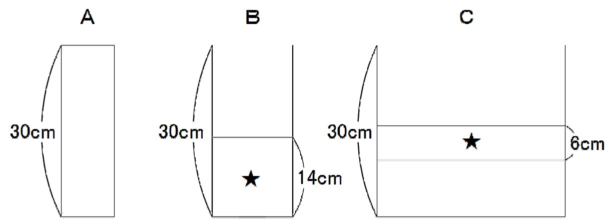
次に，Ｂに残っている水をすべてＣに移すと，



右図のようになる。



Ｂは１４cm減り，
Ｃは　１６－１０＝６(cm)増えた。
★の部分の，水の体積は等しい。
１４：６＝７：３　だから，ＢとＣの底面積の比は，３：７　になる。



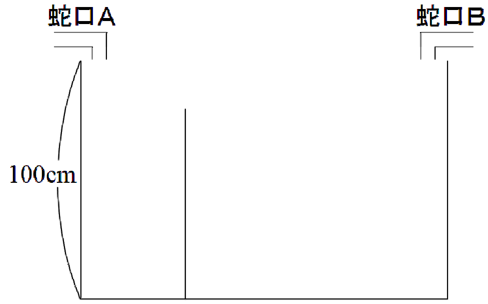
ＡとＢの底面積の比は２：３で，
ＢとＣの底面積の比は３：７　だから，
ＡとＢとＣの底面積の比は，２：３：７になる。

Ａ	：	Ｂ	：	Ｃ
２	：	３		
		３	：	７
２	：	３	：	７

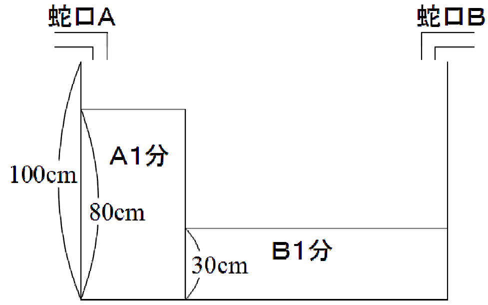
答え　２：３：７

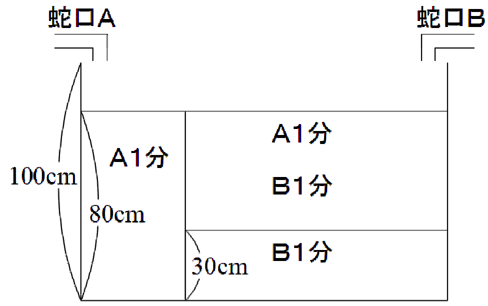
第２回Ａ　$\boxed{2}$(1)

　右図のような，真正面から見た図を書いて，問題の内容を書き込んでいこう。

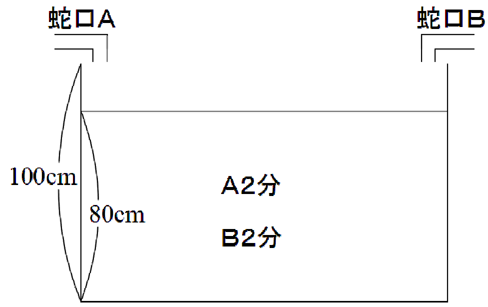


　(図２)を見ると，１分後にＡの水位は８０ cm になり，２分後までは水位の変化がない。ということから，１分後には，Ａは仕切りのところまで水が入ったことがわかる。
　つまり，仕切りの高さは８０ cm であることがわかった。
　そのとき，Ｂはまだ３０ cm のところまでしか水が入っていないことが，(図３)を見るとわかる。
　１分後から２分後までは，Ａの水は仕切りをこえて，Ｂの方に水があふれていく。
　よって，右図のような状態になる。
　つまり，２分後には８０ cm のところまで水が入ったことがわかる。

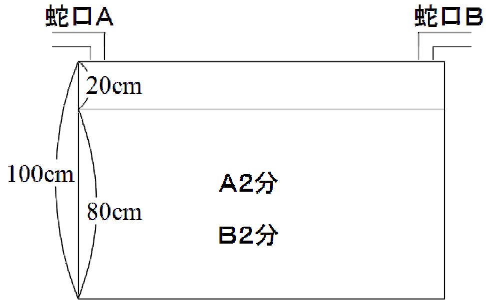




　簡単に書くと，右図のようになる。

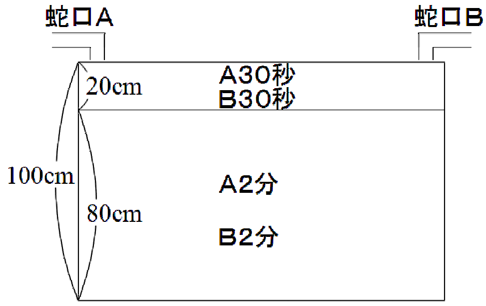


　水そうがいっぱいになるためには，あと２０ cm だけ，水を入れなければならない。



　８０ cm の深さまで水を入れるには，ＡとＢ両方で２分かかった。

　２０ cm は８０ cm の$\frac{1}{4}$だから，２分＝１２０秒を$\frac{1}{4}$にして，１２０÷４＝３０(秒)あれば，あと２０ cm の深さだけ，水を入れることができる。

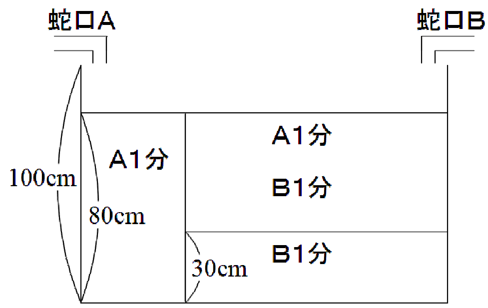


　よって，水そうがいっぱいになるのは，２分＋３０秒＝２分３０秒後になる。

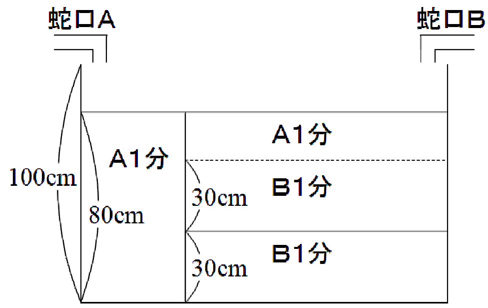
答え　２分３０秒後

第２回Ａ　$\boxed{2}$(2)

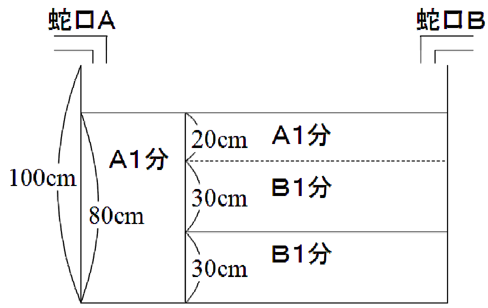
２分後には，右図のようになっている。
Ｂは１分で，仕切りの右側の３０ cm 部分に水を入れていることに注目すると，



右図のように書きこむことができる。

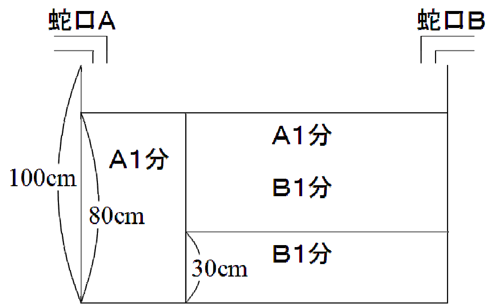


すると，Ａは１分で，仕切りの右側の８０－３０×２＝２０(cm)部分に，水を入れることになる。
つまり，Ａは１分で２０ cm ぶん，Ｂは１分で３０ cm ぶんの水を入れていることになるのだから，ＡとＢから出る水の量の比は，２０：３０＝２：３ になる。

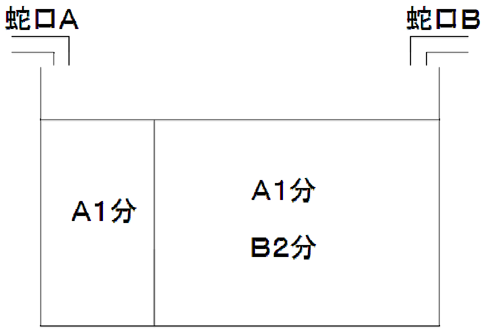


<u>答え　２：３</u>

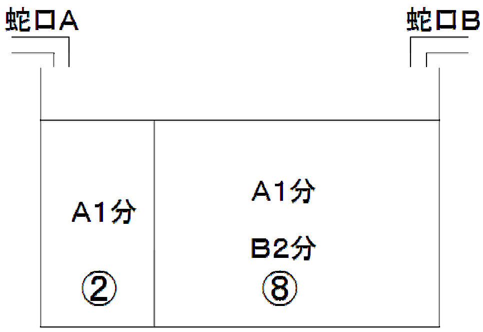
第２回Ａ　$\boxed{2}$(3)



２分後には，右図のようになっていた。
仕切りの右側は，「Ａ１分とＢ１分」と，Ｂ１分だから，



簡単に書くと，右図のようになる。

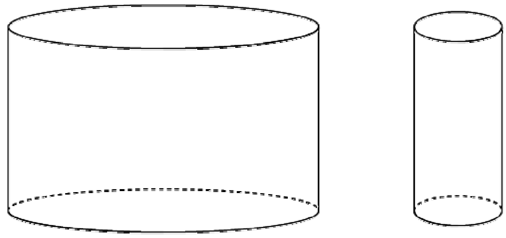


(2)で，蛇口Ａと蛇口Ｂから入る水の量の比は２：３であることがわかっているから，Ａは１分に②ずつ，Ｂは１分に③ずつ入れることにする。
仕切りの左側はＡが１分で入れたのだから，②になる。
仕切りの右側は，Ａ１分とＢ２分で入れたのだから，②×１＋③×２＝⑧ になる。
よって，仕切りの左側と右側の体積の比は，②：⑧＝１：４ だから，ＣＤとＤＥの長さの比も，１：４ になる。

答え　１：４

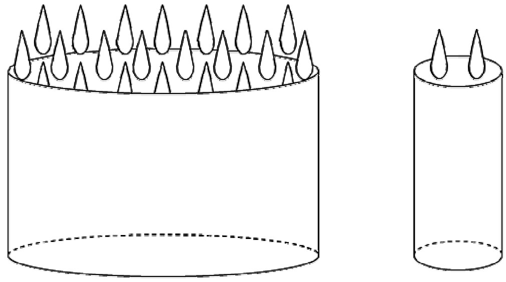
第２回Ａ　$\boxed{3}$(1)

雨水をためる場合，口の広い円柱と口のせまい円柱とは，両方とも同じ深さまで水がたまる。

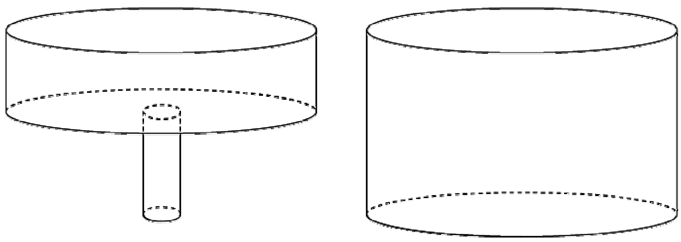


その理由は，口の広い方は多くの雨水が入ってきて，口のせまい方は，あまり雨水が入ってこないからである。

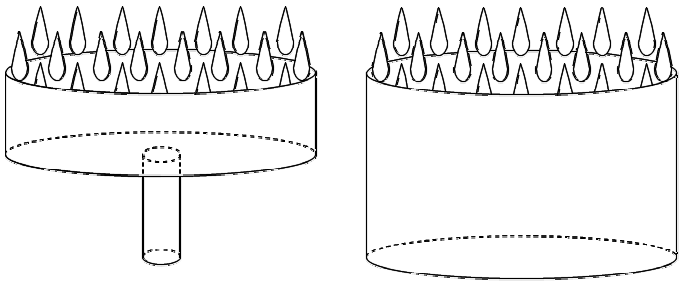
口の広い方がせまい方の２倍の底面積であったら，入る雨水の量も２倍なので，結局同じ深さまで水が入ることになる。



しかし，口の広さが同じでも，途中から底面積が変わっているような容器に雨水をためると，雨水がたまった深さは同じにはならない。



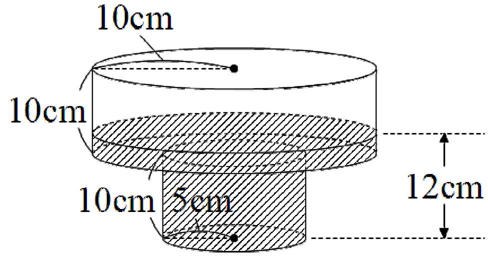
しかし，口の広さが同じ場合は，同じ量の水が入ってくる。



以上整理すると，次のようになる。

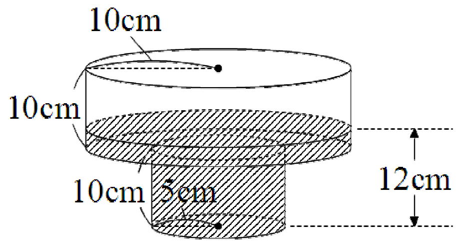
・円柱の形をしているならば，口の広さに関係なく，同じ深さまで水がたまる。 ・口の広さが同じならば，同じ量の水がたまる。

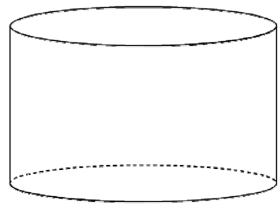
いま，右図のような容器に水をためたのだが，この容器は円柱の形をしていない。



そこで，この容器と同じ口の広さをもつ円柱を用意する。

「口の広さが同じならば，同じ量の水がたまる」のだから，まず，水の量を求める。





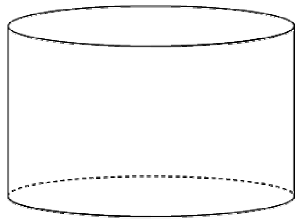
１０×１０×３.１４×（１２－１０）＋５×５×３.１４×１０＝４５０×３.１４　である。

同じ広さの口をもっている，右図のような容器でも，同じ量の水がたまったはずである。

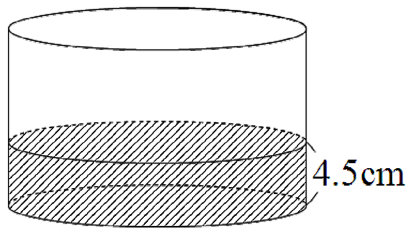
たまった水の深さを$\boxed{\quad}$cm とすると，

１０×１０×３.１４×$\boxed{\quad}$＝４５０×３.１４　となるから，

$\boxed{\quad}$＝４.５（cm）。



右図のような円柱に雨水をためると，４.５ cm の深さまで水がたまることがわかった。

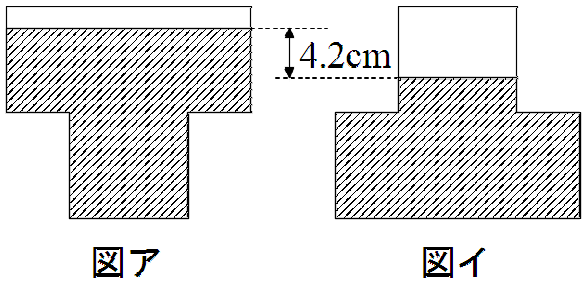


円柱の形をしているならば，口の広さに関係なく，同じ深さまで水がたまるのだから，問題の図のＢの容器の場合にも，やはり４.５ cm まで雨水がたまる。

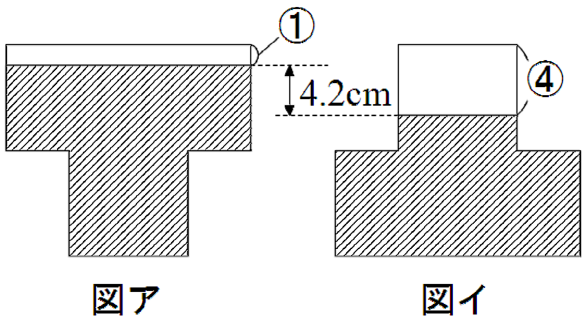
答え　４.５ cm

第２回Ａ　$\boxed{3}$(2)

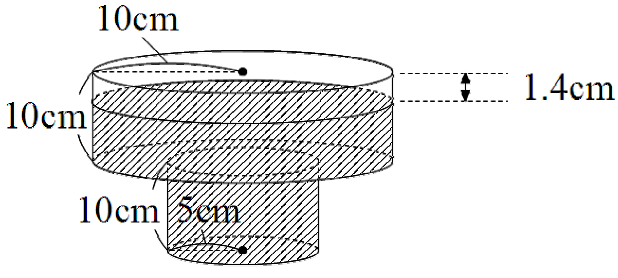
このような問題で，よく使うテクニックがある。それは，
「雨水の入っているところを見るのではなく，雨水が入っていないところを見る」
ということである。



雨水が入っているところは，底面積がとちゅうで変わっているので，複雑な形をしている。
しかし，雨水が入っていないところ(空白のところ)は，シンプル(かんたん)な円柱の形をしている。
右の図アと図イでは，全体の容器の体積は等しく，水の量も等しいのだから，水が入っていないところ(空白のところ)の体積も等しい。
ところで，空白の部分の底面積の比は，
(１０×１０×３.１４)：(５×５×３.１４)＝４：１　で，体積が等しいのだから，高さの比は逆比になって，１：４　となる。
４.２ cm が，④－①＝③ にあたるので，①あたり，４.２÷３＝１.４(cm)。



よって，右図のように雨水がたまっている。



雨水の体積は，
５×５×３.１４×１０＋１０×１０×３.１４×(１０－１.４)
＝１１１０×３.１４
＝３４８５.４(cm^3)

答え　３４８５.４ cm^3

第２回Ａ　$\boxed{4}$(1)

それぞれの玉を１個以上選ぶ問題では，選びもれのないように，あらかじめ赤・青・黄をそれぞれ１個ずつ選んでしまう。すると，３０＋２０＋１０＝６０（g）の重さになる。

全体の重さを１００ｇにするのだから，あと　１００－６０＝４０（g）は，自由に選べる。この，４０ｇの重さを，どのように選んでつくるかを考える問題になる。

赤玉を２個以上選ぶと，それだけで４０ｇを超えるから，この場合はありえない。

赤玉を１個選ぶと, 残りは　４０－３０＝１０（g）だから, 黄玉を１個選ぶことになる。…１通り

赤玉を選ばないとすると，１個２０ｇの青玉と，１個１０ｇの黄玉で，４０ｇを作ることになる。青玉が２個なら黄玉０個，青玉が１個なら，黄玉２個，青玉が０個なら，黄玉４個になる。…３通り

結局，全部で　１＋３＝４（通り）の選び方になる。

<u>答え　４通り</u>

第２回Ａ　$\boxed{4}$(2)

(解き方その１)　「作業をする方法」

「黄玉の個数が赤玉の個数の３倍」と書いてあった。そこに注目して，右のような表を作成していく。

赤玉 ３０ｇ	青玉 ２０ｇ	黄玉 １０ｇ	重さ

まず，赤玉が１個あることにすると，黄玉はその３倍の３個になる。
全部で５４個あるから，青玉の個数は，
５４－(１＋３)＝５０(個) になる。

赤玉 ３０ｇ	青玉 ２０ｇ	黄玉 １０ｇ	重さ
1	５０	3	

全体の重さは，
３０×１＋２０×５０＋１０×３＝１０６０(ｇ)になってしまう。
この問題では，全体の重さが９００ｇにならなければならないので，これではいけない。

赤玉 ３０ｇ	青玉 ２０ｇ	黄玉 １０ｇ	重さ
1	５０	3	１０６０

次に，赤玉を２個にしてみると，黄玉は赤玉の３倍なので，２×３＝６(個) になる。
全部で５４個あるから，青玉の個数は，
５４－(２＋６)＝４６(個) になる。

赤玉 ３０ｇ	青玉 ２０ｇ	黄玉 １０ｇ	重さ
1	５０	3	１０６０
2	４６	6	

全体の重さは，
３０×２＋２０×４６＋１０×６＝１０４０（g）になってしまう。
この問題では，全体の重さが９００gにならなければならないので，これもいけない。
しかし，重さが １０６０－１０４０＝２０（g）ずつ，減っていくことがわかった。
いま，重さを９００gにしたいのだから，はじめの１０６０gのときより，

赤玉 ３０g	青玉 ２０g	黄玉 １０g	重さ
１	５０	３	１０６０
２	４６	６	１０４０

１０６０－９００＝１６０（g）だけ，減らしたい。
１回につき２０gずつ減っていくのだから，１６０÷２０＝８(回)繰り返せば，ぴったりになる。
赤玉は，はじめ１個だったのを，１個ずつ増やすことを８回繰り返すのだから，
１＋１×８＝９(個）になる。
青玉は，はじめ５０個だったのを，４個ずつ減らすことにを８回繰り返すのだから，
５０－４×８＝１８(個）になる。
黄玉は，はじめ３個だったのを，３個ずつ増やすことを８回繰り返すのだから，
３＋３×８＝２７(個）になる。

答え　赤玉９個，青玉１８個，黄玉２７個

（解き方その２）　「平均を求める方法」

黄玉の個数が赤玉の個数の３倍あるのだから，たとえば黄玉を３個，赤玉を１個にすると，１個１０ｇが３個と，１個３０ｇが１個あることになる。

合わせて，１０×３＋３０×１＝６０（ｇ）が，３＋１＝４(個)ぶんの重さになる。

１個あたりの平均の重さは，６０÷４＝１５（ｇ）になる。

本当は，

「赤玉と青玉と黄玉が合わせて５４個で９００ｇ」

という問題なのだが，黄玉と赤玉を平均することによって，

「１個１５ｇの玉と，青玉(１個２０ｇ)が合わせて５４個で９００ｇ」

という，単なる「つるかめ算」になる。

２０×５４＝１０８０(ｇ)　…すべて青玉にした場合

１０８０－９００＝１８０(ｇ)　…実際との差の重さ

１８０÷(２０－１５)＝３６(個)　…１個１５ｇの玉の個数

５４－３６＝１８(個)　…青玉の個数

ところで，１個１５ｇの玉というのは，実際には黄玉と赤玉であり，しかも黄玉は赤玉の３倍あるのだから，

３６÷(３＋１)＝９(個)　…赤玉の個数

９×３＝２７(個)　…黄玉の個数

答え　赤玉９個，青玉１８個，黄玉２７個

第２回Ａ　$\boxed{5}$(1)

６０×１３＝７８０ だから，１３時間＝７８０分。

Ａ１本は１２０分だから，２本では １２０×２＝２４０(分)。

残り，７８０－２４０＝５４０(分)を，Ｂでまかなうことになる。

Ｂ１本は９０分だから，５４０÷９０＝６(本)。

答え　６本

第２回Ａ　$\boxed{5}$(2)

６０×２５＝１５００ だから，２５時間＝１５００分。

１本あたり１２０分のＡと，１本あたり９０分のＢを使って，全部で１５００分にする，という，「いもづる算」。

Ａはア本，Ｂはイ本買ったことにすると，

１２０×ア＋９０×イ＝１５００

１２０，９０，１５００を，それぞれ３０で割ってかんたんな式にすると，

４×ア＋３×イ＝５０

この式にあてはまるア，イの組を，無理矢理１組でも見つける。

アが０だと，３×イが５０となり，イは整数にならないので，ダメ。

アが１だと，３×イは ５０－４×１＝４６ となり，やはりイは整数にならない。ダメ。

アが２だと，３×イは ５０－４×２＝４２ となり，イ＝４２÷３＝１４ だから，ＯＫ。

これで，(ア，イ)＝(２，１４)という組が見つかったことになる。

ところで，４と３の最小公倍数は１２だから，アは １２÷４＝３ ずつ増やし，そのかわりに，イを １２÷３＝４ ずつ減らしてもＯＫ。

すると，右の表のような(ア，イ)の組ができる。

ア	イ
2	１４
5	１０
8	6
１１	2

ところで，(ア，イ)＝(２，１４)のとき，代金は，

９００×２＋５５０×１４＝９５００(円)となり，

１００００円にはならないのでダメ。

次に，(ア，イ)＝(５，１０)のとき，代金は，

９００×５＋５５０×１０＝１００００(円)となり，ＯＫ。

(ア，イ)＝(８，６)，(１１，２)の場合は，

１００００円を超えてしまうのでダメ。

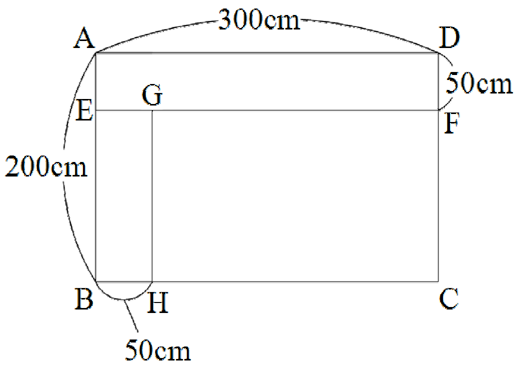
よって，答えは(ア，イ)＝(５，１０)のときになる。

答え　Ａを５本，Ｂを１０本

第２回Ｂ　$\boxed{1}$(1)

問題の図２は，図１を上から見たものである。

よって，右図のように，長さを書き込むことができる。



長方形ＡＢＣＤの面積は，

２００×３００＝６００００(cm²)であり，

長方形ＧＨＣＦの面積は，

(２００－５０)×(３００－５０)＝

＝３７５００(cm²)であるから，

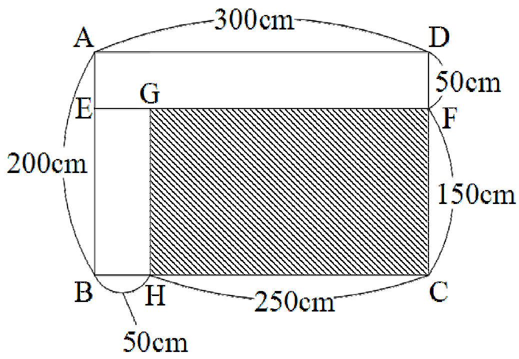
６００００：３７５００＝８：５

答え　８：５

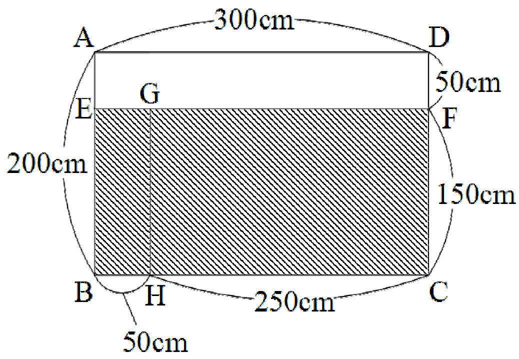
第２回Ｂ　$\boxed{1}$(2)

　このような問題の場合は，ただ問題を解くことだけを考えるのではなく，なぜこの問題が(2)の問題で，(1)はとても簡単な問題であったのか，という理由について考えると，問題を解くヒントになる。

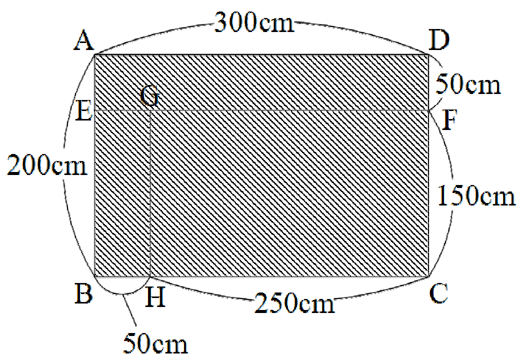
　０分から１２分までは，長方形ＧＨＣＦの部分に水が入っていく。



　１２分から３６分までは，右図の長方形ＥＢＣＦの部分に水が入っていく。



　３６分以降は，右図の長方形ＡＢＣＤの部分に水が入っていく。



　入っていく長方形の部分の面積の比は，
　（１５０×２５０）：（１５０×３００）：（２００×３００）
＝３７５００：４５０００：６００００
＝５：６：８

入っていく長方形の部分の面積が小さければ小さいほど，水の深さは急激に上がっていく。

入っていく長方形の部分の面積と，水の深くなるスピードとは，反比例の関係にある。

よって，水の深くなるスピードの比は，

$\frac{1}{5}:\frac{1}{6}:\frac{1}{8}$ ＝ ２４：２０：１５ となる。

ここで，水の深くなるスピードを，次のように決める。

０分から１２分までの１２分間　…　１分あたり，２４ずつ。
１２分から３６分までの２４分間　…　１分あたり，２０ずつ。
３６分から４８$\frac{4}{5}$分までの１２$\frac{4}{5}$分間　…　１分あたり，１５ずつ。

すると，はじめの１２分間では，２４×１２＝２８８ の水の深さになる。

次の１２分間では，２０×２４＝４８０ の水の深さになる。

最後の１２$\frac{4}{5}$分間では，１５×１２$\frac{4}{5}$＝１９２ になる。

全部で，２８８＋４８０＋１９２＝９６０ の水の深さになる。これが，実際は８０ cm だから，９６０÷８０＝１２ で割ればよい。

すると，はじめの１２分間では，２８８÷１２＝２４(cm)，

次の２４分間では，４８０÷１２＝４０(cm)，

最後の１２$\frac{4}{5}$分間では，１９２÷１２＝１６(cm)。

よって，ａ＝２４(cm)，ｂ＝２４＋４０＝６４(cm)となる。

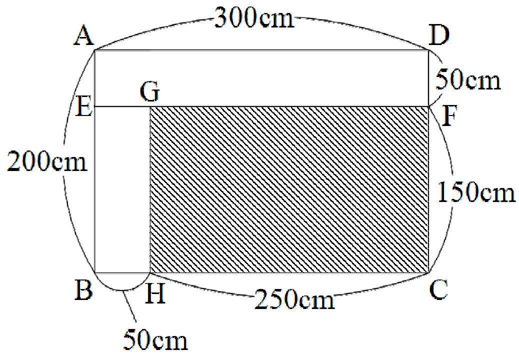
答え　ａ＝２４，ｂ＝６４

第２回Ｂ　$\boxed{1}$(3)

(2)によって，はじめの１２分間で，２４ cm の深さまで水が入ったことがわかった。

はじめの１２分間は，右図の斜線部分に水が入っていくのだから，入った水の量は，
１５０×２５０×２４＝９０００００(cm³)。

１分あたり，
９０００００÷１２＝７５０００(cm³)
＝７５(リットル)
ずつ，水が入っていく。

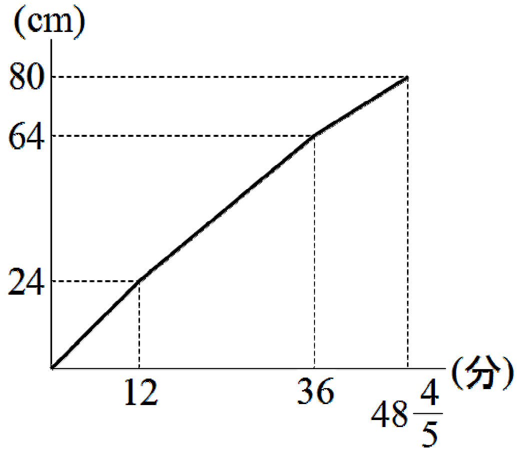


答え　毎分７５リットル

第２回Ｂ　$\boxed{1}$(4)

このような問題では，ふつう，グラフを利用して解くのが便利。

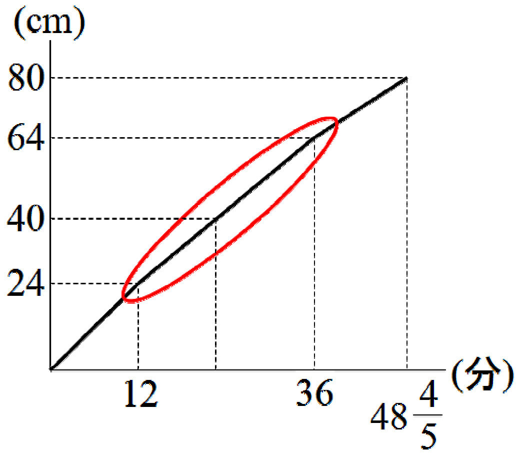
(2)で求めた，ａ＝２４，ｂ＝６４をグラフに書き込むと，右グラフのようになる。



水の深さが４０ cm になるのは，１２分後から３６分後の間にある。

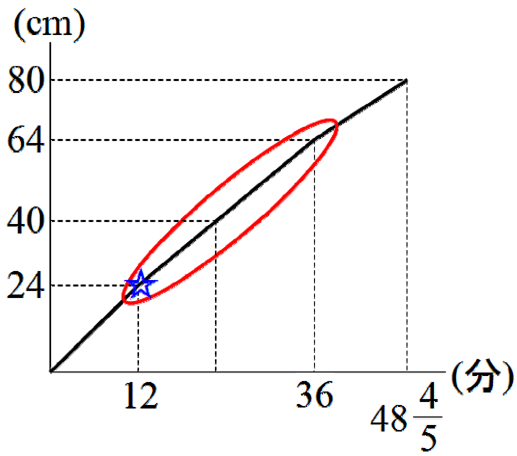
１２分後から３６分後までの２４分間で，水の深さは ６４－２４＝４０(cm)増えた。

１分あたり，４０÷２４＝$\frac{5}{3}$(cm) ずつ増える。



右グラフの☆の部分から，
４０－２４＝１６(cm)増やすためには，
１６÷$\frac{5}{3}$＝９.６(分)かかるから，

１２＋９.６＝２１.６(分後)に，水の深さが４０ cm になる。

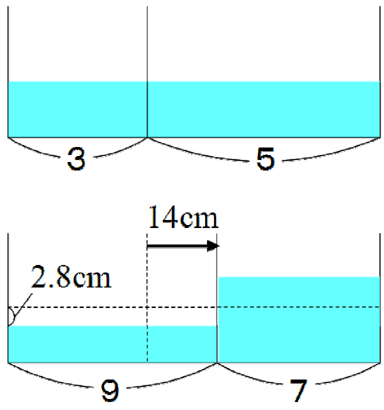


答え　２１.６分後　（２１$\frac{3}{5}$ 分後でもよい）

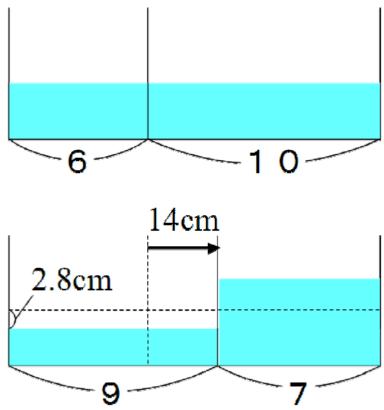
第２回Ｂ　$\boxed{2}$(1)

問題文の内容を図にあらわすと，右図のようになる。底面積は，右上図では　３＋５＝８，右下図では　９＋７＝１６　となっていて，そろっていない。

そこで，８と１６の最小公倍数の１６にそろえると，

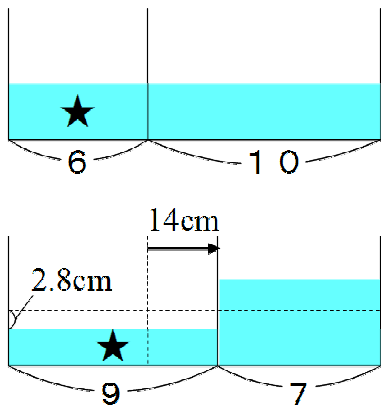


右図のようになる。



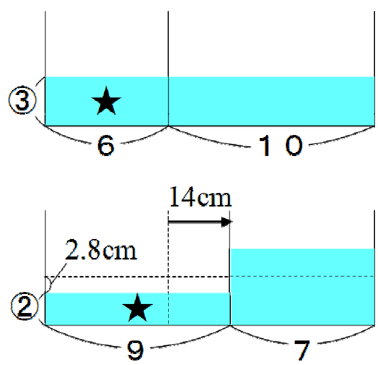
仕切り板をずらしても，水の量は変わらないから，右図の★の部分の量は変わらない。

★の部分の，底面積の比は　６：９＝２：３　だから，水の深さの比は逆比になって，３：２　となる。

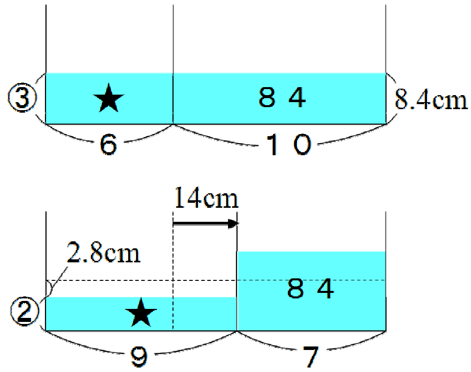


そこで，水の深さを，それぞれ③と②にすると，③－②＝①　が，２.８ cm にあたる。

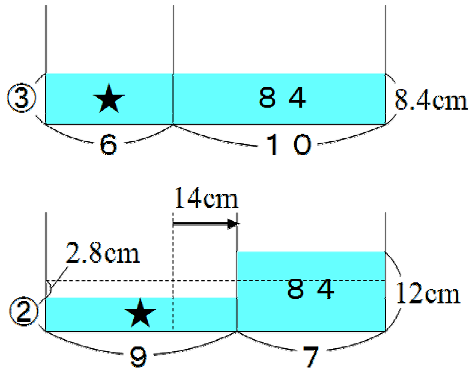
板を動かす前の水面の高さは③にあたるから，２.８×３＝８.４(cm)。



これで，板を動かす前の水面の高さは，８.４ cm であることがわかった。
また，板の右側の水の量は，
１０×８.４＝８４ であり，板を動かしたあとでも，８４のまま変わらない。



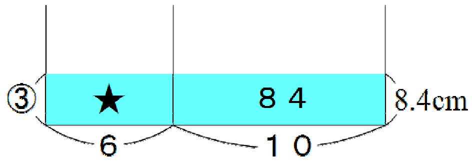
よって，板を動かした後の，右側の水面の高さは，８４÷７＝１２(cm)。
右側の水面の高さは，
１２－８.４＝３.６(cm) 上がった。

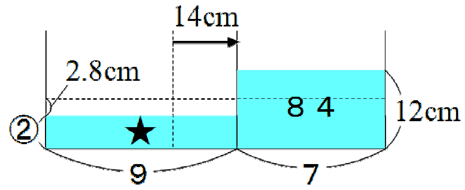


答え　８.４ cm，３.６ cm

第２回Ｂ　$\boxed{2}$(2)

板を動かす前は，右側の底面積は１０の割合であった。
板を１４ cm 動かした後は，右側の底面積は７の割合になった。
よって，１４ cm は，１０－７＝３　の割合にあたる。





さらに２１ cm 動かすのだが，２１ cm は１４ cm の，２１÷１４＝１.５(倍）だから，底面積の割合は，３×１.５＝４.５　だけ小さくなって，７－４.５＝２.５　になる。
水の量は８４のまま変わらない。

よって，板の右側の水面の高さは，
８４÷２.５＝３３.６(cm）になる。

答え　３３.６ cm

第２回Ｂ　$\boxed{3}$

引き分けのときは，兄も１点，弟も１点もらえるので，点数の差はつかない。

兄がア回，弟がイ回勝ったとすると，兄は ２×ア(点)，弟は ３×イ(点)をもらえる。

兄の点数は弟の点数より６点低いのだから，３×イ－２×ア＝６ となる。

この式にあてはまる(ア，イ)の組を求めればよい。

ア＝０ のとき，イ＝２ になる。

ア＝１ のとき，イは整数にならないので，ダメ。

ア＝２ のときも，イは整数にならないので，ダメ。

ア＝３ のとき，イ＝４ になる。

これで，(ア，イ)の組が，２組見つかったことになる。

同じように求めていくと，右の表のように，いくらでも見つけることができるが，(ア，イ)＝(９，８)の場合は，兄が９回，弟が８回勝ったことになり，合わせて ９＋８＝１７ となり，ゲームの回数である１５回を超えてしまうので，ダメ。

ア	イ
０	２
３	４
６	６
９	８
：	：

(ア，イ)＝(０，２) の場合は，引き分けは １５－(０＋２)＝１３(回)。

(ア，イ)＝(３，４) の場合は，引き分けは １５－(３＋４)＝８(回)。

(ア，イ)＝(６，６) の場合は，引き分けは １５－(６＋６)＝３(回)。

よって，引き分けは，３回，８回，１３回になる。

答え　３回，８回，１３回

第２回Ｂ　$\boxed{4}$(1)

Ａ君が２勝３敗４引き分けのときは，Ｂ君は逆に３勝２敗４引き分けになる。
勝ったら３点もらえるのだから，３勝すると　３×３＝９(点) もらえる。
負けても１点もらえるのだから，２敗で　１×２＝２(点) もらえる。
引き分けでは２点もらえるのだから，４引き分けで　２×４＝８(点) もらえる。
全部で，９＋２＋８＝１９(点) もらえることになる。

<u>答え　１９点</u>

第２回Ｂ　$\boxed{4}$(2)

Ａ君の得点である２５点と，Ｂ君の得点である１５点の中には，あいこの１回でもらった２点がふくまれている。

それを除くと，Ａ君は　２５－２＝２３(点)，Ｂ君は　１５－２＝１３(点）になる。

ジャンケンには「勝ち負けが決まる」ジャンケンと，「あいこになる」ジャンケンがある。いま，「勝ち負けが決まる」ジャンケンによって，Ａ君は２３点，Ｂ君は１３点をもらった。ここからあとの説明では，この，あいこを抜かした点数について考えていく。

ところで，どちらが勝つか負けるかにかかわらず，勝つと３点，負けると１点もらえるのだから，１回のジャンケンによって，２人で　３＋１＝４(点）をもらえることになる。

いま，Ａ君とＢ君の合計は，２３＋１３＝３６(点）になっている。ということは，
３６÷４＝９(回）のジャンケンをしたことになる。

ここからは，Ａ君についてのみ考えていこう。

Ａ君は，１回あたり，勝つと３点，負けると１点もらえる。全部で９回のジャンケンをして，２３点をもらえた。これは，「つるかめ算」である。

３×９＝２７(点)　　…　全部勝った場合
２７－２３＝４(点)　…　実際との差
４点の差がついた理由は，実際は負けたから。
勝つと負けるとでは，１回あたり，３－１＝２(点)ずつ，差がついていくから，
４÷２＝２(回）負けたことになる。
９回のうち，２回負けたのだから，勝ったのは，９－２＝７(回)。

よって，Ａ君は，７勝２敗になる。

答え　７勝２敗