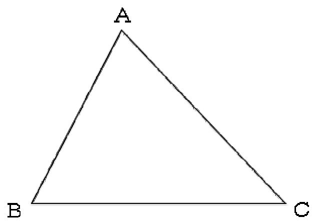
演習問題集応用編・６年上

第１５回のくわしい解説

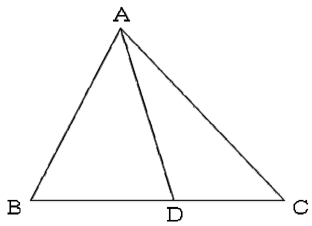
すぐる学習会

第１５回Ａ　$\boxed{1}$

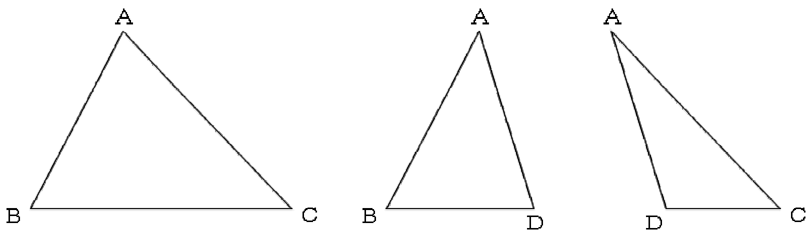
まず，基本となる考え方を理解しよう。
右図のような三角形ＡＢＣがあったとして，



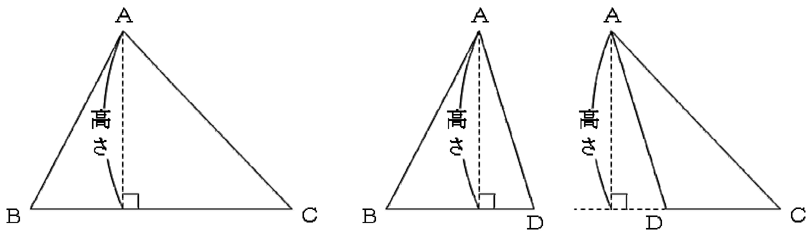
三角形を２つに分ける線ＡＤを引いたとする。



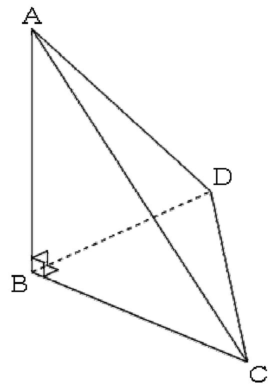
三角形ＡＢＣは，右図のように分かれる。それぞれの三角形の高さは，どこからどこまでになるだろうか。



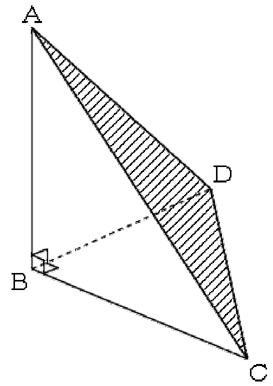
右図のように，高さはまったく同じ長さになる。



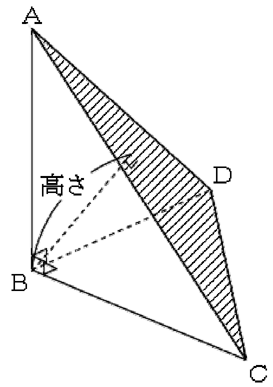
三角すいＡ－ＢＣＤについても，同じように考えてみよう。



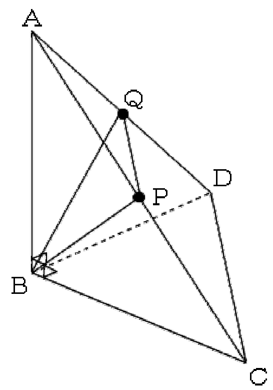
　三角すいＡ－ＢＣＤの，面ＡＣＤを底面とする。
　そのとき，三角すいの高さは，どこからどこまでになるだろうか。



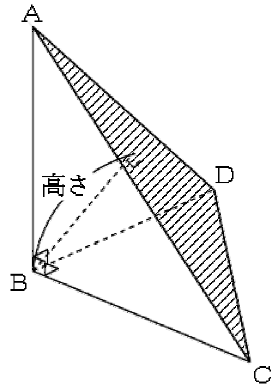
　右図のように，Ｂから底面に垂直にひいた線の長さが，三角すいの高さになる。

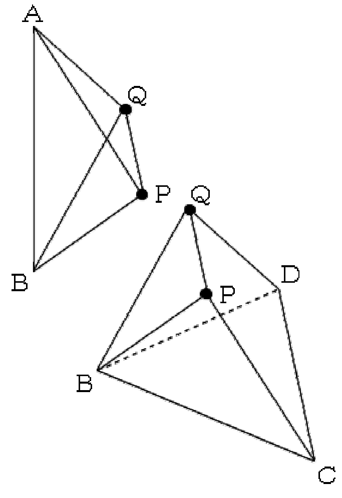


　ここで，点Ｂ，Ｐ，Ｑを通るように切れ目を入れて，



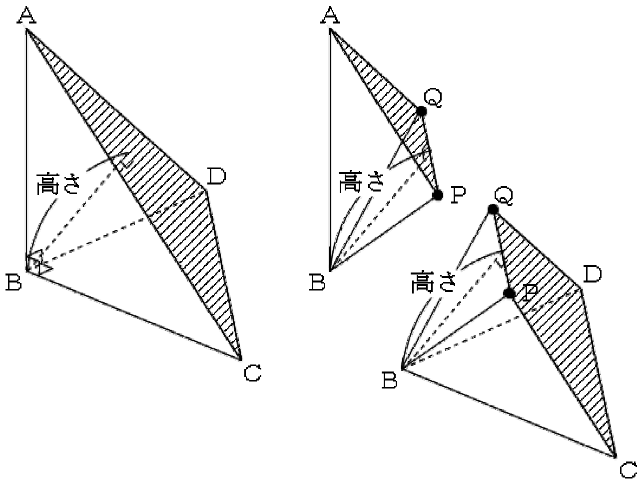
　三角すいを，右図のように切り分けてみる。
　切り分けた２つの立体の高さは，どこからどこまでになるのだろう。



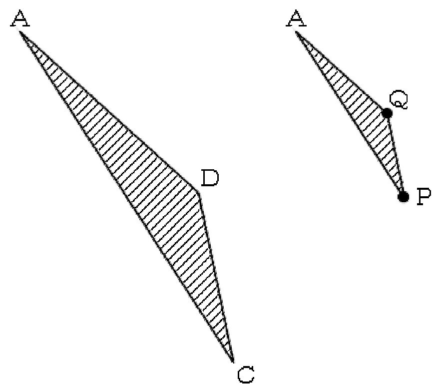


右図のように，切り分けた立体も，もとの三角すいと，同じ高さになることがわかる。

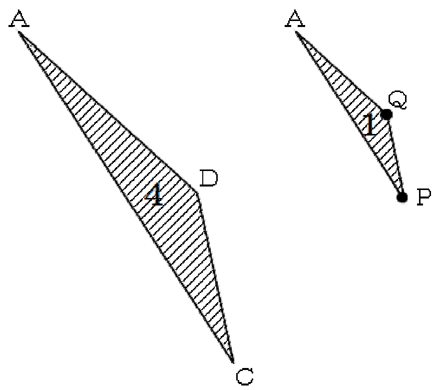
ところで，切り分けた立体の底面積は，もとの三角すいの底面と，どのような関係になっているだろうか。



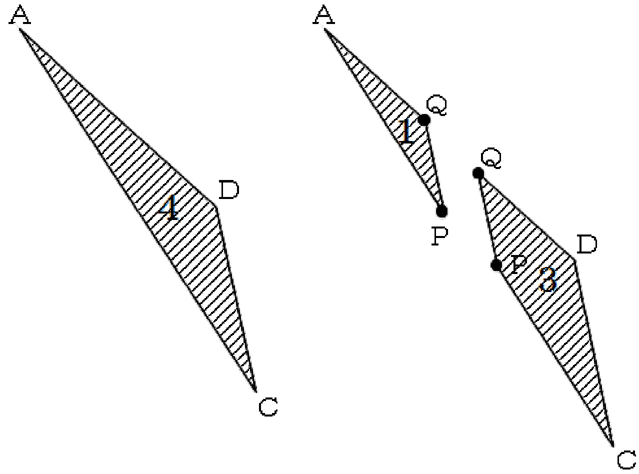
右図の三角形ＡＣＤと三角形ＡＰＱとは相似で，長さの比は(点Ｐ，点Ｑが，それぞれ辺ＡＣ，辺ＡＤのまん中の点だから)，２：１ になっている。



面積の比は，
(２×２)：(１×１)＝４：１
になる。

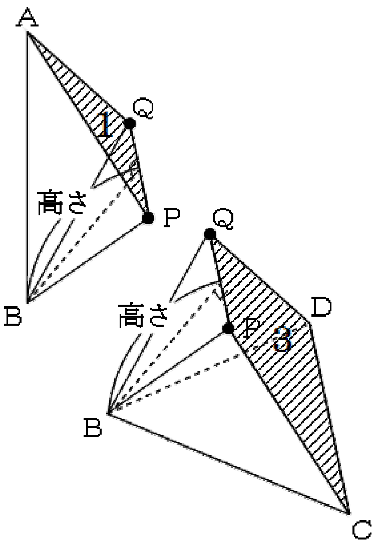


すると，四角形ＣＤＱＰの
面積は，４－１＝３ にあたる。



つまり，右図のように切り分けた２つの立体は，底面積の比が１：３で，同じ高さをもつことがわかった。

一方は三角すい，もう一方は四角すいだが，どちらの立体も，とにかく「すい」なのだから，体積の求め方は，「底面積×高さ÷３」である。この公式の，「高さ÷３」の部分は，２つの立体はまったく同じなのだから，体積の比は，底面積の比と同じく１：３ になる。

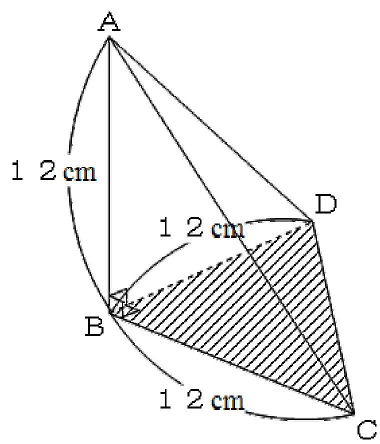


ところで，三角すいＡ－ＢＣＤの体積は，右図の斜線部分を底面と考えて，

$$\underbrace{12\times12\div2}_{\text{底面積}}\times\underbrace{12}_{\text{高さ}}\ \underbrace{\div3}_{\text{「すい」だから。}}=288\ (\text{cm}^3)$$

この体積を，１：３ に分けるのだから，Ｃをふくむ立体の体積は，

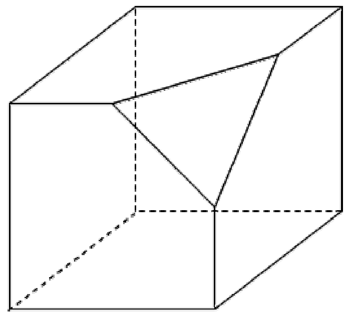
$$288\div(1+3)\times3=216\ (\text{cm}^3)$$



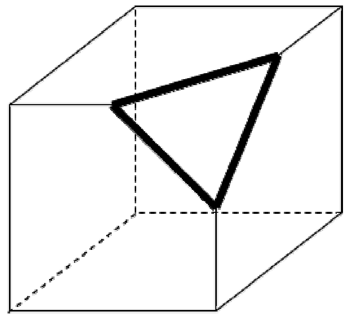
答え　２１６ cm^3

第１５回Ａ　$\boxed{2}$(1)

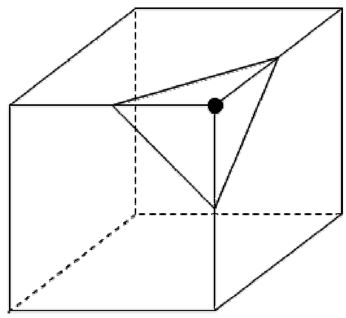
立方体には辺は１２本ある。
右図のように切り落としても，立方体の辺は，(長さが短くなったものはあるけれど)すべて生き残っている。



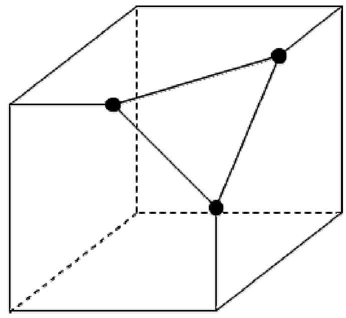
さらに，右図の太線の辺が３本，新しくできている。
つまり，辺の数は３本増えたことになる。



次に，頂点の数がどのように変化したかを考えてみる。
右図の黒点はなくなってしまったが，



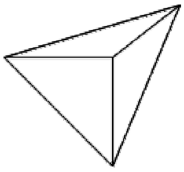
新しく３つの頂点が生まれた。
頂点は，１つ減って３つ増えたのだから，差し引き２つ増えたことになる。



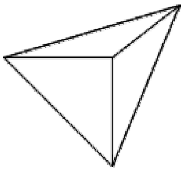
結局，辺の数は３本増えて，頂点の数は２つ増えたのだから，合計　３＋２＝５　だけ増えたことになる。

答え　５

第１５回Ａ　$\boxed{2}$(2)

立方体全体の体積から，の体積を引けばよい。

立方体の体積は，６×６×６＝２１６（cm^3）で，

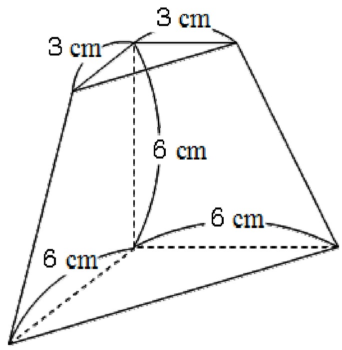
の体積は，$\underbrace{3\times3\div2}_{\text{底面積}}\ \underbrace{\times\ 3}_{\text{高さ}}\ \underbrace{\div3}_{\text{「すい」だから}} = 4.5$（$cm^3$）だから，

求める体積は，２１６－4.5＝２１１.５（cm^3）

答え　２１１.５ cm^3

第１５回Ａ　$\boxed{2}$(3)

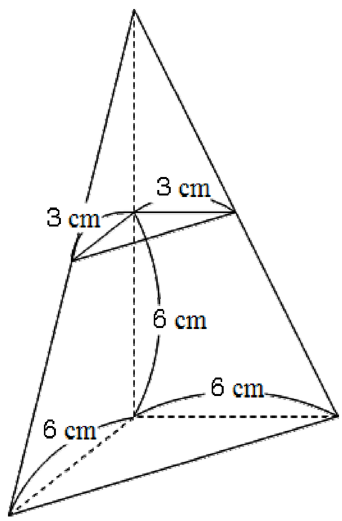
右図のような立体は,「三角すい台」とよばれる。



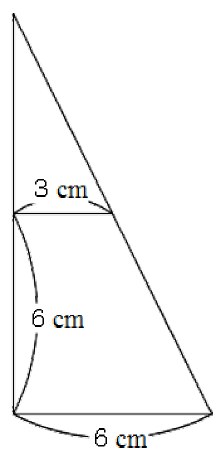
右図のようにのばして,「大きな三角すい」から「小さな三角すい」を引いて体積を求める。

大きな三角すい, 小さな三角すいのどちらも,「底面積×高さ÷３」の式で, 体積を求めることができる。

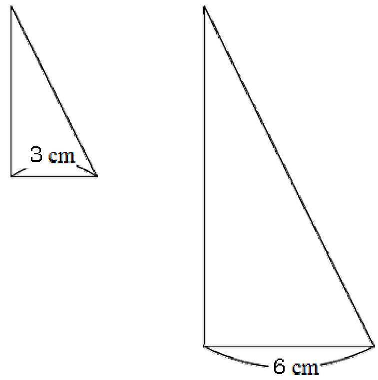
底面積を求めることは簡単なので, どのようにして高さを求めるかがポイントになる。



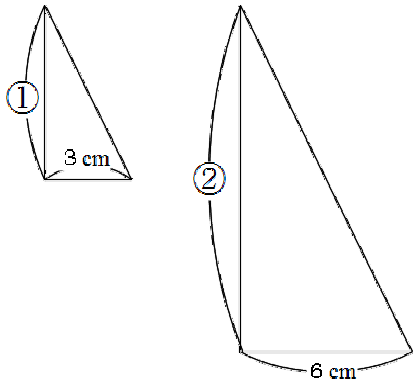
高さを求めるためには, 右図のような「ピラミッド形」を考える。



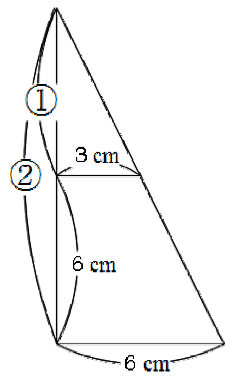
ピラミッド形の基本は，「小さな三角形」と「大きな三角形」を書くことだ。



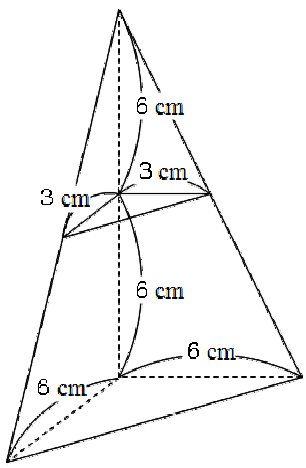
底辺の長さの比は　３：６＝１：２　だから，
高さの比も１：２になる。



右図のようになるから，６ cm が，②−①＝①　にあたる。



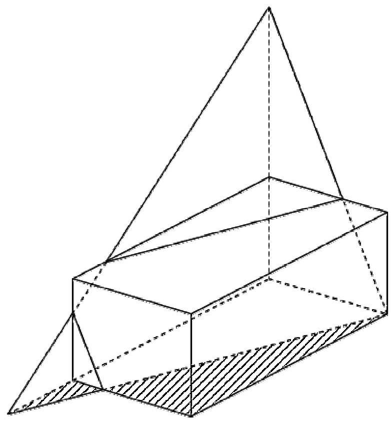
右図のように，高さを書き込むことができる。
大きな三角すいの体積は，（高さが１２ cm であることに注意して）　６×６÷２　×１２　÷３＝７２(cm^3)。
小さな三角すいの体積は，３×３÷２　×６　÷３＝９(cm^3)。
よって，三角すい台の体積は，７２−９＝６３(cm^3)。



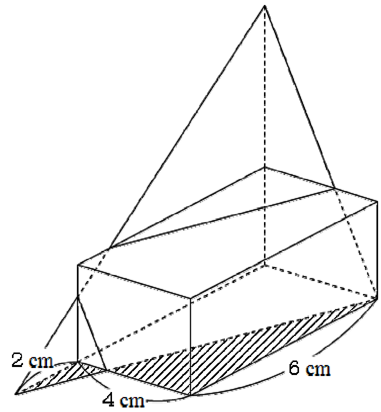
答え　６３ cm^3

第１５回Ａ　$\boxed{3}$(1)

ＥＩの長さを求めるときは，ＥＩをふくむ「クロス形」か，「ピラミッド形」を見つける。
右図の斜線部分が，ＥＩをふくむ「クロス形」である。



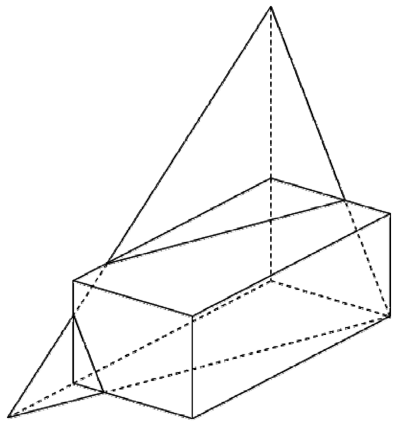
辺の長さは右図のようになり，
２：６＝１：３ だから，
４ cm を１：３に分けて，
４÷(１＋３)×１＝１ (cm)。



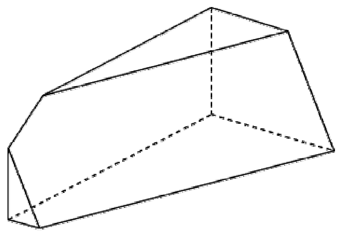
答え　１ cm

第１５回Ａ　$\boxed{3}$(2)

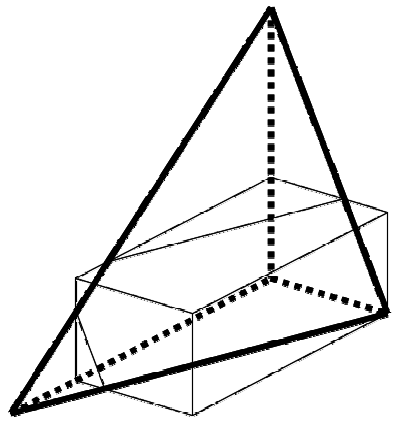
直方体と三角すいの重なった部分は，どのような形をしているかを，図をじっくり見て考えること。



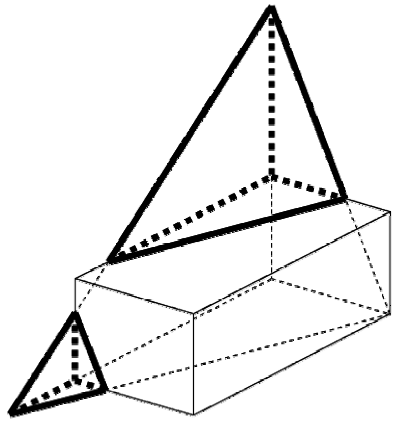
右図が，重なり部分の立体。
この立体の体積を求めるためには，



右図の太線部分の三角すい(大きい三角すい)から，



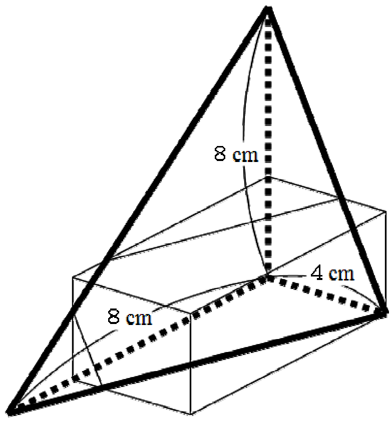
右図の太線部分の三角すい２つ(中くらいの三角すいと，小さい三角すい)を引けばよい。



ところで，大きい三角すいの体積は，簡単に求められる。

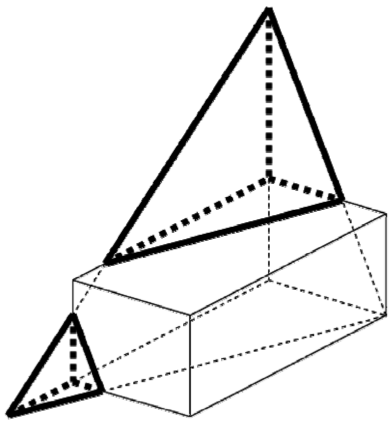
右図のように長さがわかっているので，

$\underbrace{8\times4\div2}_{\text{底面積}}\ \underbrace{\times8}_{\text{高さ}}\ \underbrace{\div3}_{\text{「すい」だから}} = 42\frac{2}{3}(\mathrm{cm}^3)$

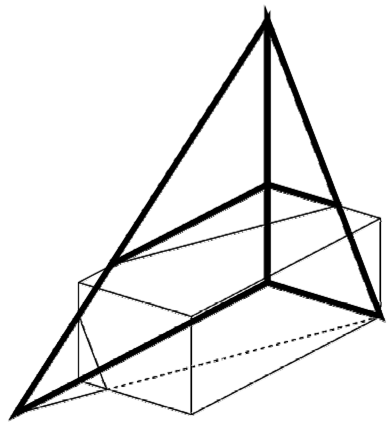


次に，中くらいの三角すいと，小さい三角すいの体積を求める。

中くらいの三角すいの体積を求めるために，



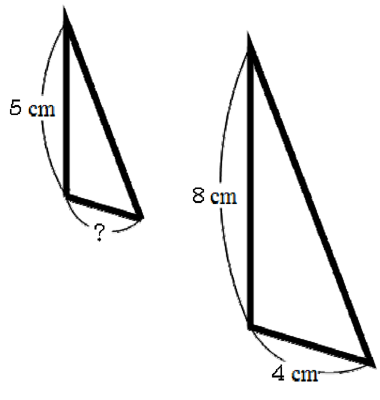
右図のような，「ピラミッド形」２種類を考える。



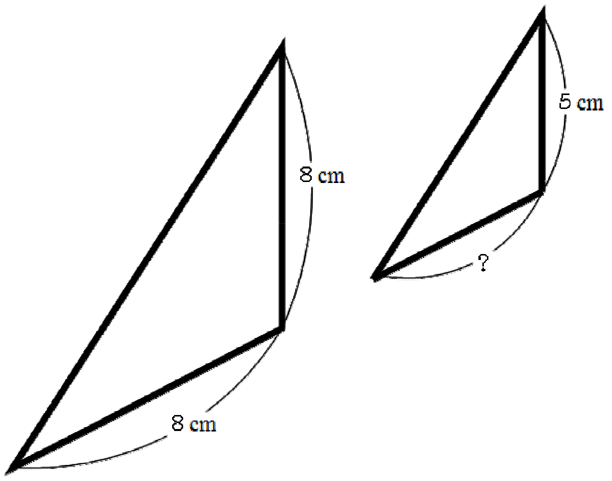
まず，右図のピラミッド形の場合，？の長さは，

５：８＝？：４　であるから，

？＝５×４÷８＝２.５(cm)。

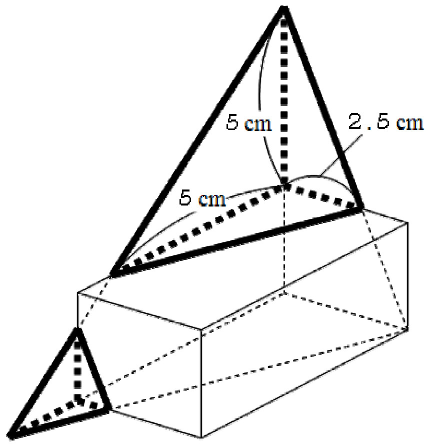


右図のピラミッド形の場合，
？の長さは，
８：５＝８：？ であるから，
$? = 5 \times 8 \div 8 = 5$ (cm)。



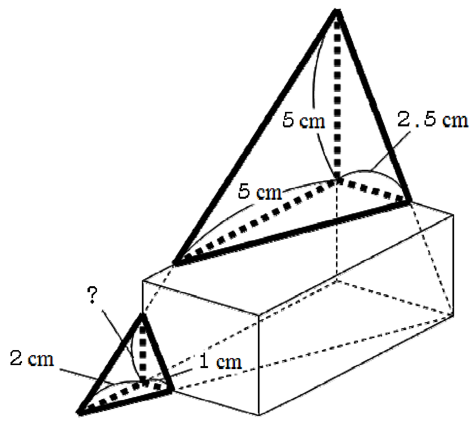
よって，右図のように長さがわかったことになるので，中くらいの三角すいの体積は，

$5 \times 2.5 \div 2 \times 5 \div 3 = 10\frac{5}{12}\ (\text{cm}^3)$。



次に，小さな三角すいの体積を求めるのだが，右図のように，長さはかなりわかっている。？の長さは，中くらいの三角すいと見比べればわかるとおり，２ cm である。
よって，小さな三角すいの体積は，

$2 \times 1 \div 2 \times 2 \div 3 = \frac{2}{3}\ (\text{cm}^3)$。

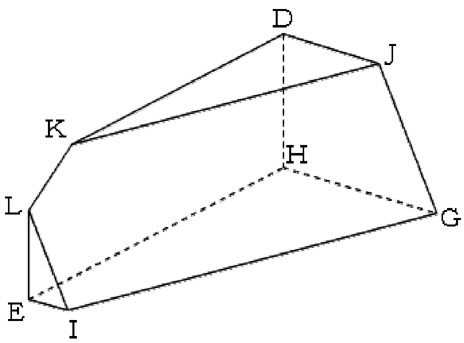


大・中・小の三角すいの体積は，それぞれ$42\frac{2}{3}\text{cm}^3$，$10\frac{5}{12}\text{cm}^3$，$\frac{2}{3}\text{cm}^3$ であるから，重なった部分の体積は，$42\frac{2}{3} - 10\frac{5}{12} - \frac{2}{3} = 31\frac{7}{12}\ (\text{cm}^3)$。

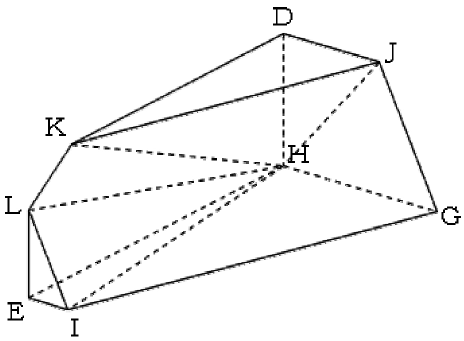
答え　$31\frac{7}{12}\text{cm}^3$

第１５回Ａ　$\boxed{3}$(3)

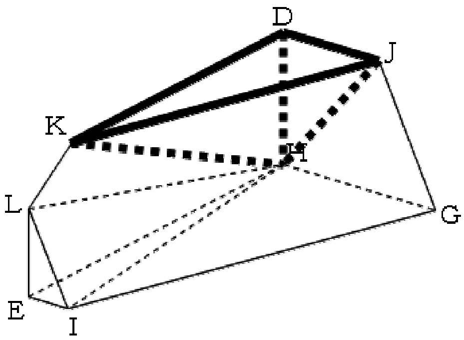
右図が，直方体と三角すいの重なった部分の立体である。
求めたいのは，五角すいＨ－ＫＬＩＧＪの体積である。この五角すいは，底面が五角形ＫＬＩＧＪで，五角形ＫＬＩＧＪの５つの頂点が，すべて頂点Ｈに向かっている辺があるような五角すいなので，



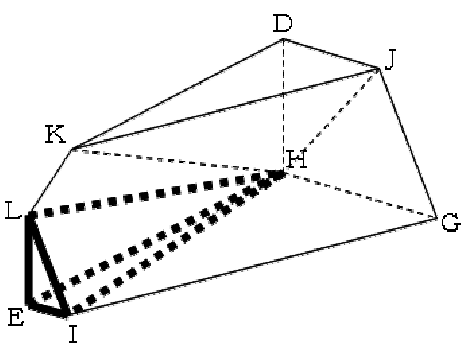
右図のように線をひけば，五角すいの形が見えてくる。
五角すいＨ－ＫＬＩＧＪは，右図の立体全体から，



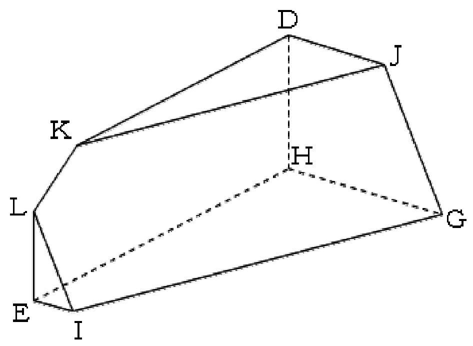
右図の太線部分の三角すいと，



右図の太線部分の三角すいを，
引いた体積になる。

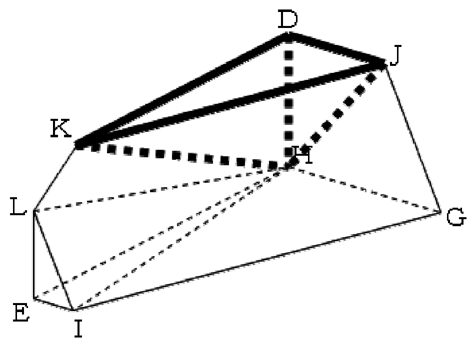


ところで，右図の立体の体積は，(2)で求めたように，３１$\frac{7}{12}$cm^{3}である。



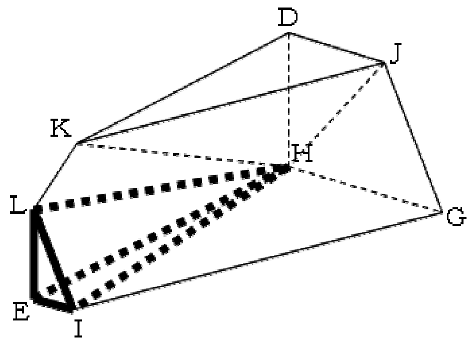
また，右図の太線部分の三角すいは，ＤＪが２.５ cm，ＤＫが５ cm，ＤＨが３ cmだったから，体積は，

２.５×５÷２×３÷３＝６$\frac{1}{4}$(cm^3)。



右図の太線部分の三角すいは，ＥＩが１ cm，ＬＥが２ cm，ＥＨは６ cmだったから，体積は，

１×２÷２×６÷３＝２(cm^3)。



よって，五角すいＨ－ＫＬＩＧＪの体積は，

３１$\frac{7}{12}$－６$\frac{1}{4}$－２＝２３$\frac{1}{3}$(cm^3)。

答え　２３$\frac{1}{3}$cm^3

第１５回Ａ　$\boxed{4}$(1)

右の図のように，段にするとわかりやすくなる。
１段に２個ずつ，黒石が並んでいる。
１７個目の黒石は，
１７÷２＝８　あまり　１　だから，
８段と，あと１個目の黒石になる。
１段には，ご石は白黒合わせて４個あり，
８段では，ご石は　４×８＝３２(個)になり，
他にあと１個の黒石があるから，
３２＋１＝３３(個)。

	黒石の数	
●○○●	２個	17個
●○○●	２個	
●○○●	２個	
………	…	
●○○●	２個	
● ← これ	１個	

答え　３３個

第１５回Ａ　$\boxed{4}$(2)

　ご石は，４個ずつのくり返しで並んでいた。
　×印は，３個ごとにつける。
　よって，４と３の最小公倍数である１２個ずつのくり返しになるはず。
　実際，はじめの２４個のご石に×印をつけてみると，

●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	……
		×			×			×			×			×			×			×			×	

　このように，１２個ずつのセットがくり返される。
　×印のご石を取り除くと，

●○　●●　○●　○○　｜　●○　●●　○●　○○　……

　となる。

段にして書くと，		黒石の数
右図のようになる。	●○　●●　○●　○○	４個
１段に４個ずつ，	●○　●●　○●　○○	４個
黒石が並んでいる。	●○　●●　○●　○○	４個
１７個目の黒石は，	●○　●●　○●　○○	４個
１７÷４＝４　あまり　１	●	１個

だから，４段と，あと
１個目の黒石になる。
１段には，白黒合わせて８個あり，４段では，ご石は　８×４＝３２(個)になり，
他にあと１個の黒石があるから，
３２＋１＝３３(個)。

答え　３３個

第１５回Ａ　$\boxed{5}$(1)

まず，１けたの整数を作ろう。
これはとても簡単，次の３通りになる。

1
2
3

次に，これらの１けたの整数の右に数字をつけ加えて，２けたの整数を作ることにする。
１の場合は，その次の数字は必ず３になる。
２の場合は，その次の数字は必ず３になる。
３の場合は，その次の数字は＜規則＞には何も書かれていないので，１・２・３のどれでもよい。
よって，２けたの整数は，次のように５個作ることができる。

1 ─ 3

2 ─ 3

3 ─ 1
3 ─ 2
3 ─ 3

ここで，この５個の数字を，次のように「Ａ組」と「Ｂ組」に組分けすることにする。

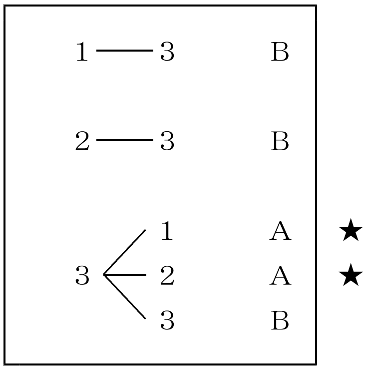
Ａ組は，一番最後の位(一番右の位)が "１" か "２" のもの。
Ｂ組は，一番最後の位(一番右の位)が "３" のもの。

すると，５個の２けたの整数は，次のように組分けされる。

1 ─ 3	B
2 ─ 3	B
3 ─ 1	A
3 ─ 2	A
3 ─ 3	B

では次に，これらの２けたの整数の右に数字をつけ加えて，３けたの整数を作ることにする。

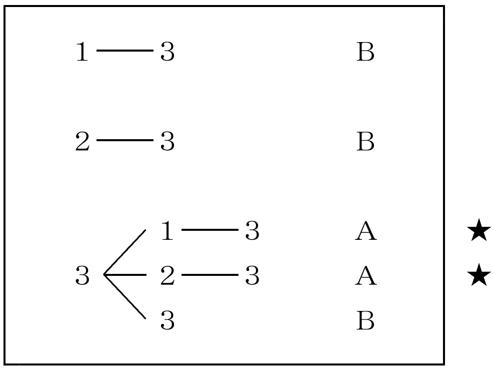
まず，Ａ組の整数について考えてみる。



Ａ組の整数は，上の図の★をつけた，「３１」と「３２」の２個だった。

「３１」の場合は，一番右の位は「１」だから，その次の数字は必ず「３」になる。

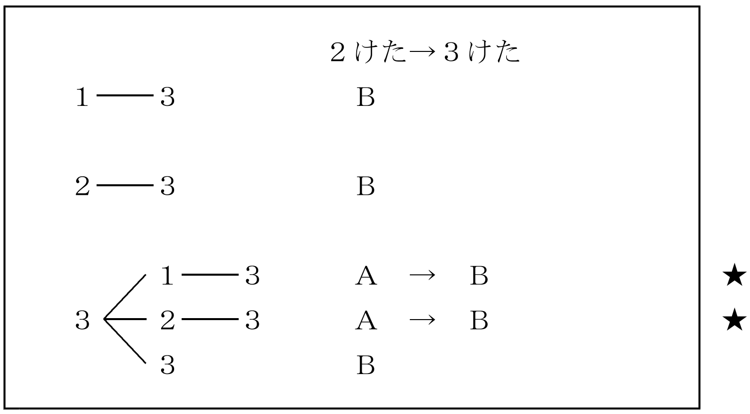
「３２」の場合も，一番右の位は「２」だから，その次の数字は必ず「３」になる。



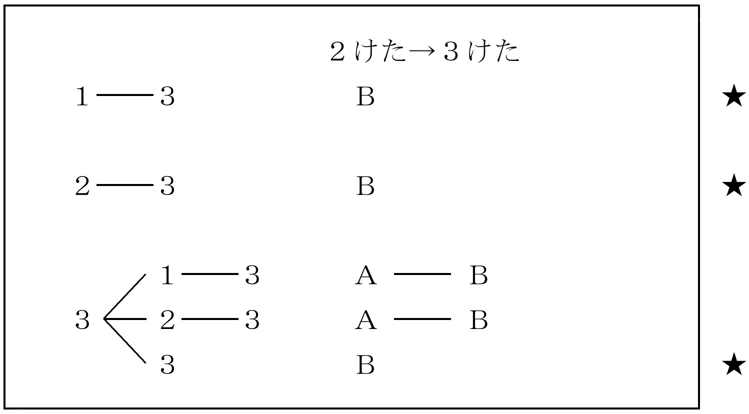
「３１」という２けたの整数は，３けたになると「３１３」になり，

「３２」という２けたの整数は，３けたになると「３２３」になった。

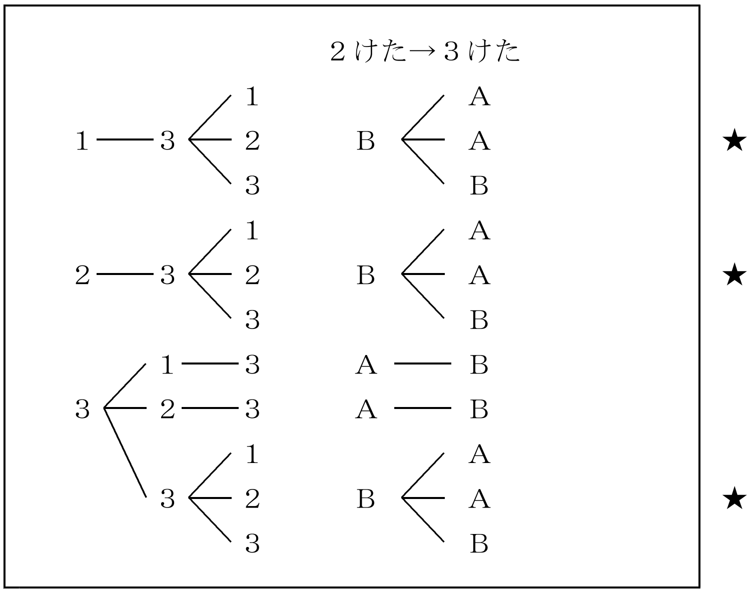
ということは，２けたのときはＡ組だった整数は，３けたになると「Ｂ組」に変更になる，ということになる。「１つのＡ組の整数は，１つのＢ組の整数を生む。」ということだ。



今度は，Ｂ組の２けたの整数について考えてみよう。



Ｂ組の整数はすべて，一番右の位は「３」になっている。
「３」の次の数字は＜規則＞には何も書かれていないので，１・２・３のどれでもよい。
よって，どのＢ組の整数も，その右には，１・２・３の３通りをつけ加えることができる。そして，１や２をつけ加えた場合は「A組」，３をつけ加えた場合は「Ｂ組」になる。



「１つのＢ組の整数は，２つのＡ組の整数と，１つのＢ組の整数を生む。」ということだ。
よって，3けたの整数は，A組が6個，B組が5個，合わせて１１個ということになる。

答え　１１個

第１５回Ａ　$\boxed{5}$(2)(3)

　このような問題のときは，樹形図を書いてかぞえあげる，という解き方では，ミスしやすい。まだ樹形図を書く解き方では，４けたはまだしも，５けたになるとほとんど絶望的にできない。しかも，もしもとつぜん１０けたの場合，などが出題されたら…。
　ということで，このような問題のときは，１けた，２けた，３けた，…とけた数が多くなるにつれて,個数がどのように変化していくかをきちんと考えることがポイントになる。
　(1)の解説をまだ読んでいない人は，(1)を読んでから(2)の解説を読むこと。

　(1)までのＡ組・Ｂ組の個数の変わり方をわかりやすくするために，表を作ってみる。
　Ａ組とは，一番右の位が "１" か "２"，Ｂ組とは，一番右の位が "３" の整数だった。

	１けた	２けた	３けた
Ａ組	２	２	６
Ｂ組	１	３	５
合計	３	５	１１

　ところで，(1)では，次のような「整数の生み方」がわかった。

１つのＡ組の整数は，１つのＢ組の整数を生む。 １つのＢ組の整数は，２つのＡ組の整数と，１つのＢ組の整数を生む。

　たとえば，右の表のように，２けたまでの個数はわかっていて，３けたのときの個数がわかっていないとしよう。

	１けた	２けた	３けた
Ａ組	２	２	
Ｂ組	１	３	
合計	３	５	

　「１つのＡ組の整数は，１つのＢ組の整数を生む。」のだった。
　ということは，「２つのＡ組の整数は，２つのＢ組の整数を生む。」ということになる。
　つまり，右の表において，Ａ組の２けたの個数である「２」が，そのままＢ組の３けたの個数のところに行く。

	１けた	２けた	３けた
Ａ組	２	２	
Ｂ組	１	３	
合計	３	５	

また，「１つのＢ組の整数は，２つのＡ組の整数と，１つのＢ組の整数を生む。」のだから，右の表において，Ｂ組の２けたの個数である「３」が，２倍になってＡ組の３けたのところに行き，「３」のままでＢ組の３けたのところに行くことになる。

	1けた	2けた	3けた
A組	2	2	
B組	1	3	
合計	3	5	

Ａ組の生み方も書くと，右の表の矢印のようになる。

	1けた	2けた	3けた
A組	2	2	
B組	1	3	
合計	3	5	

ところで，Ｂ組の３けたの個数のところには，どんな矢印がやってきているかを，よく見てみよう。すると，…

Ａ組の２けたと，Ｂ組の２けたの個数の合計，つまり，２けたの個数の合計が，Ｂ組の３けたのところにきている。

	1けた	2けた	3けた
A組	2	2	
B組	1	3	
合計	3	5	

ということは，２けたの合計が，そのままＢ組の３けたのところにきている，と考えてよいことになる。

	1けた	2けた	3けた
A組	2	2	
B組	1	3	
合計	3	5	

同じようにして，１けたの合計が，Ｂ組の２けたのところにきていることがわかる。

	1けた	2けた	3けた
A組	2	2	
B組	1	3	
合計	3	5	

１けたの合計がそのままＢ組の２けたのところに行き，それが２倍になって，Ａ組の３けたのところに行く。
　ということは，…

	１けた	２けた	３けた
Ａ組	2	2	
Ｂ組	1	3	
合計	3	5	

１けたの合計が２倍になって，Ａ組の３けたのところに行く，と考えてもよいことになる。

	１けた	２けた	３けた
Ａ組	2	2	
Ｂ組	1	3	
合計	3	5	

結局，３けたの合計を求めるときは，Ａ組とＢ組の個数なんて考える必要がなく，１けたの合計の２倍と，２けたの個数の和を考えればよいことがわかった。

	１けた	２けた	３けた
Ａ組	2	2	
Ｂ組	1	3	
合計	3	5	

×２

３×２＋５＝１１　だから，
３けたの個数は１１個であることがわかった。

	１けた	２けた	３けた
Ａ組	2	2	
Ｂ組	1	3	
合計	3	5	１１

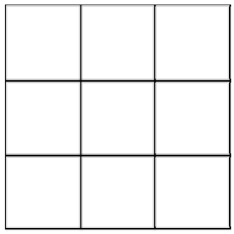
×２

同じように考えて，
(2)　４けたの場合。２けたの個数×２＋３けたの個数＝５×２＋１１＝２１(個)。
(3)　５けたの場合。３けたの個数×２＋４けたの個数＝１１×２＋２１＝４３(個)。

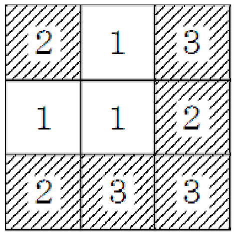
答え　(2)　２１個　　(3)　４３個

第１５回Ｂ　$\boxed{1}$(1)(2)(3)

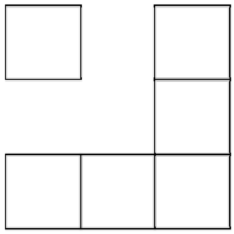
このような問題の基本ワザは「スライス」。
１段目には，立方体がぎっしりうまっているので，右図のようになる。



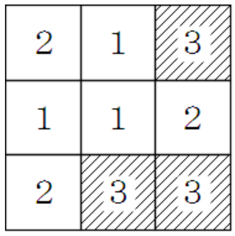
２段目で立方体があるのは，右図の２以上の数字のところだから，



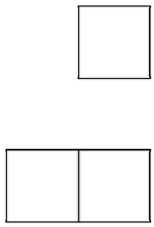
右図のようになる。



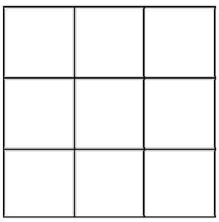
３段目で立方体があるのは，右図の３の数字のところだから，



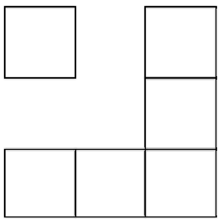
右図のようになる。



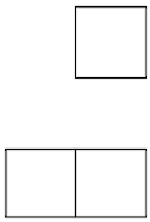
よって，立体をスライスすると，下の図のようになることがわかった。
この図に，上から見て見える面・下から見て見える面に，〇をつけていく。



１段目



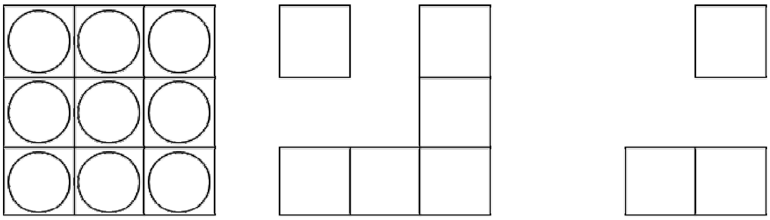
２段目



３段目

まず，下から見て見える面に，○をつける。

１段目には，立方体がぎっしりうまっているので，下から見て見える面は，１段目の立方体のみにある。

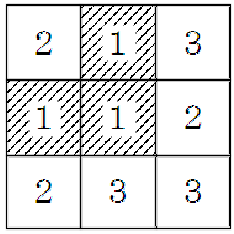


１段目　　２段目　　３段目

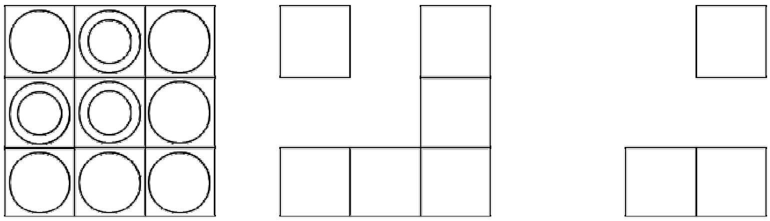
次に，上から見て見える面に，○をつける。

右図の１の数字のところは，１段目しか立方体がない。

よって，上から見ると，１段目の立方体の上の面が見えるはず。

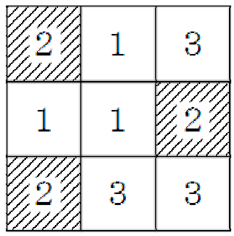


よって，次の図のようになる。

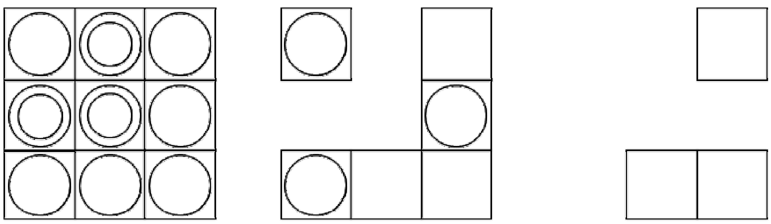


１段目　　２段目　　３段目

右図の２の数字のところは，上から見ると，２段目の立方体の上の面が見えるはず。

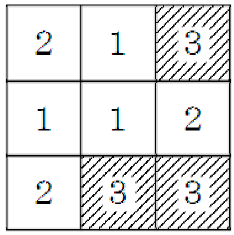


よって，次の図のようになる。

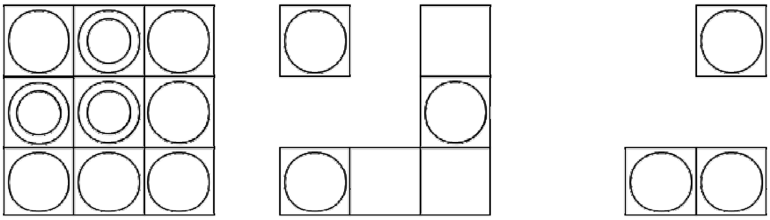


１段目　　２段目　　３段目

右図の３の数字のところは，上から見ると，３段目の立方体の上の面が見えるはず。

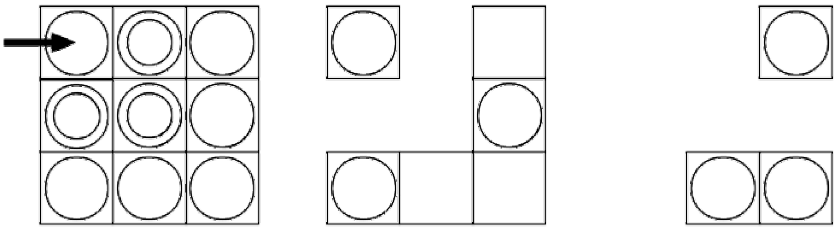


よって，次の図のようになる。



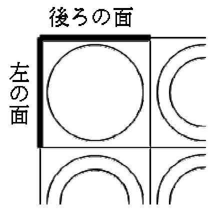
１段目　２段目　３段目

ではいよいよ，バラバラにした立方体には，赤い面が何面ぬられているかを書き込もう。
たとえば，下の矢印をつけた立方体について，考えてみよう。

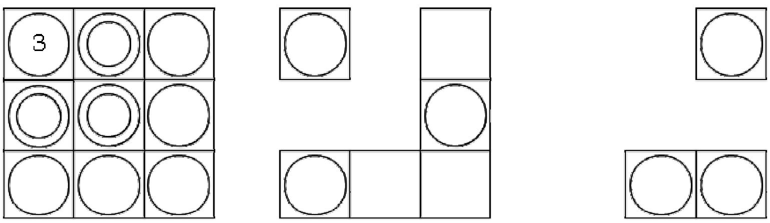


１段目　２段目　３段目

この立方体には，○が書き込んである。
ということは，上から，あるいは下から見て，赤い面が見えている。
また，この立方体は，後ろの面と左の面には，別の立方体がくっついていないので，赤い面が見えている。

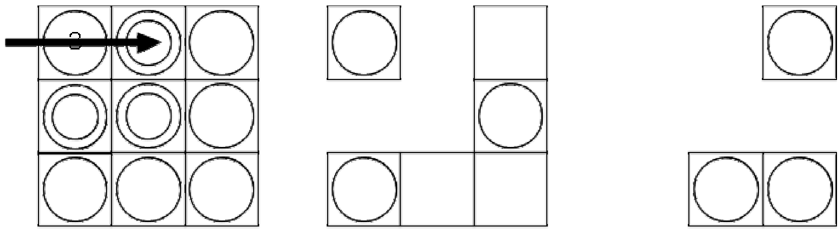


よって，この立方体には，３面の赤い面があることがわかった。



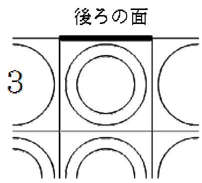
１段目　２段目　３段目

次に，下の矢印をつけた立方体について，考えてみよう。

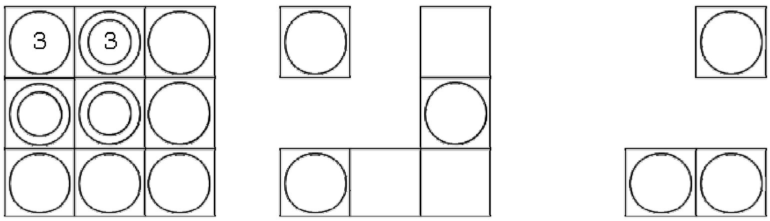


１段目　　２段目　　３段目

この立方体には，◎が書き込んである。
ということは，上から見ても下から見ても，赤い面が見えている。
また，この立方体は，後ろの面には，別の立方体がくっついていないので，赤い面が見えている。

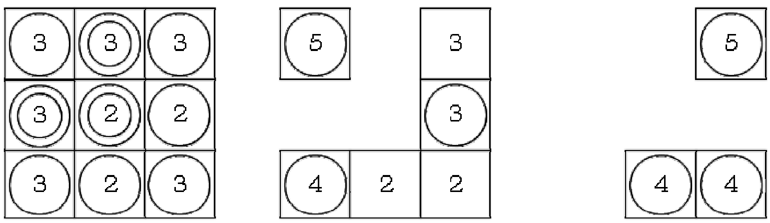


よって，この立方体にも，３面の赤い面があることがわかった。



１段目　　２段目　　３段目

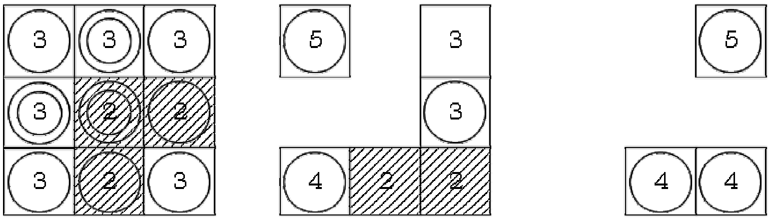
このように考えていくと，すべての立方体に，赤い面が何面あるかを書き込むことができる。



１段目　　２段目　　３段目

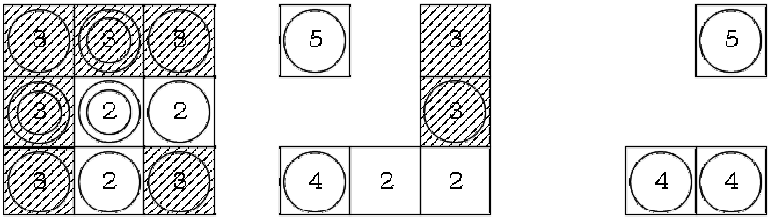
(1)　赤い面は，１段目に ３＋３＋３＋３＋２＋２＋３＋２＋３＝２４(個)，
２段目に ５＋３＋３＋４＋２＋２＝１９(個)，
３段目に ５＋４＋４＝１３(個) あるから，
全部で ２４＋１９＋１３＝５６(個)。

(2)　２面だけ赤くぬられているのは，下の図の斜線の立方体。全部で５個。



１段目　　　２段目　　　３段目

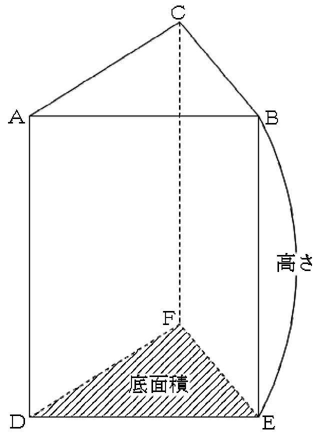
(3)　３面だけ赤くぬられているのは，下の図の斜線の立方体。全部で８個。



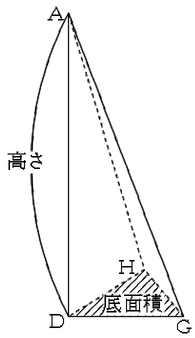
１段目　　　２段目　　　３段目

答え　(1)　５６個　　　(2)　５個　　　(3)　８個

第１５回Ｂ　$\boxed{2}$(1)

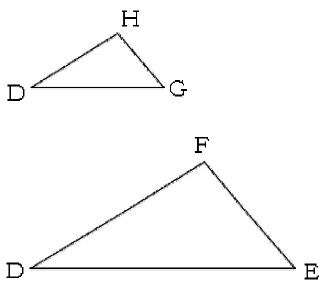


三角柱ＡＢＣ－ＤＥＦの体積は，底面積×高さ で求められる。その体積が，１００ cm^3 になっている。



三角すいＡ－ＤＧＨの体積は，底面積×高さ÷３ で求められる。

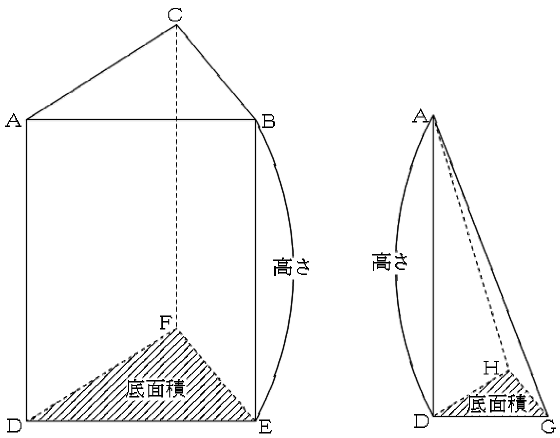
三角すいの高さは，三角柱の高さと同じ。



三角すいの底面と，三角柱の底面とは，右の図のように相似になっている。

Ｇ，Ｈはそれぞれ辺ＤＥ，ＤＦの真ん中の点だから，三角形ＤＧＨと三角形ＤＥＦの長さの比は，１：２になる。

面積の比は，（１×１）:（２×２）＝１：４ となる。



三角柱にくらべて，三角すいの方は，底面積が$\frac{1}{4}$になっているし，「すい」は「÷３」をしなければならないので，体積はさらに$\frac{1}{3}$になる。

よって，三角すいの体積は，三角柱の体積の，$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$ となる。

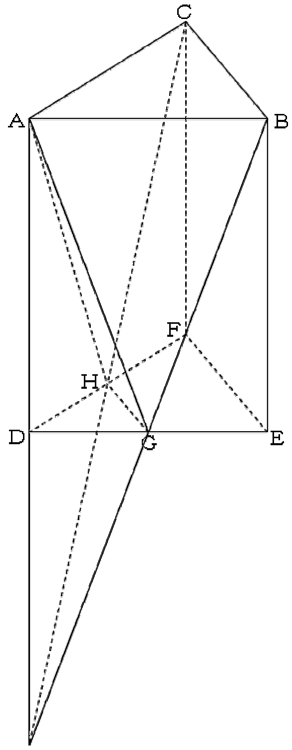
三角柱の体積は１００ cm^3 だから，

三角すいの体積は，$100\times\frac{1}{12}=8\frac{1}{3}$($cm^3$)

答え　$8\frac{1}{3}cm^3$

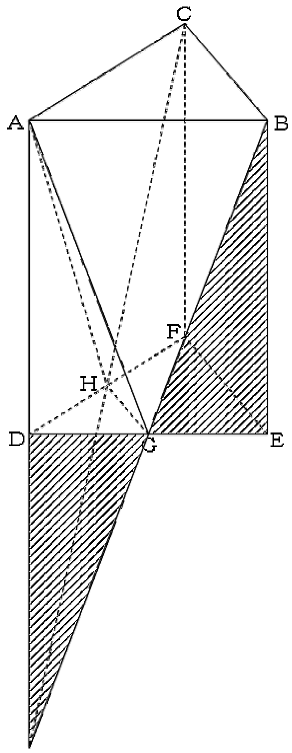
第１５回Ｂ　$\boxed{2}$(2)

右図のように辺をのばす。



右図の斜線部分はクロス形になっていて，

点Ｇは辺ＤＥの真ん中の点だから，ＤＧとＧＥは同じ長さ。

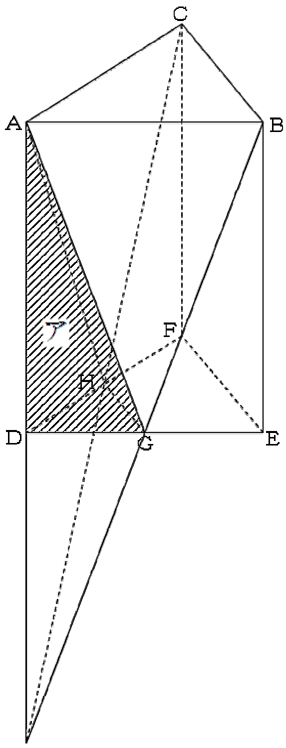


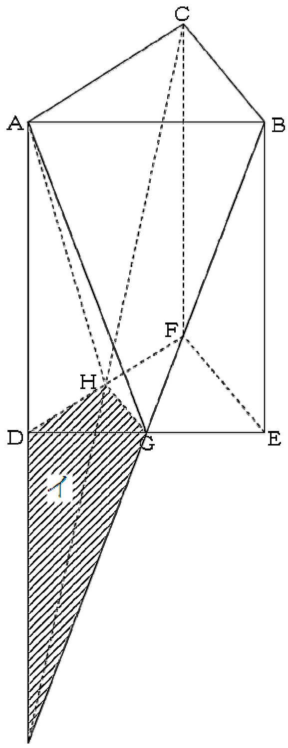
よって，右図の斜線部分の
三角すい同士は，合同になる。

これらの三角すいを，ア・イとすると，(1)で求めたように，

アの体積は，$8\frac{1}{3}$cm^3 であるから

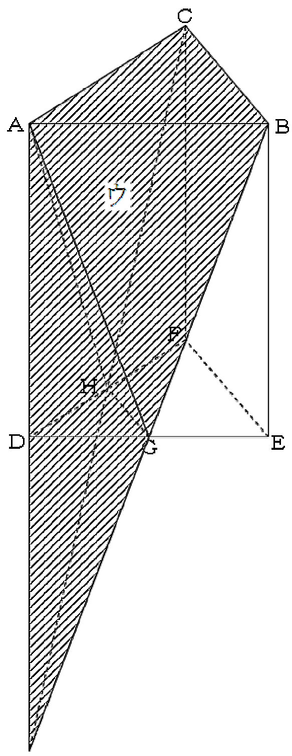
イの体積も，$8\frac{1}{3}$cm^3 である。





右図の斜線をつけた三角すいをウとする。
ウは，ア・イとは相似で，長さは２倍になっている。
体積は，２×２×２＝８(倍)となるので，

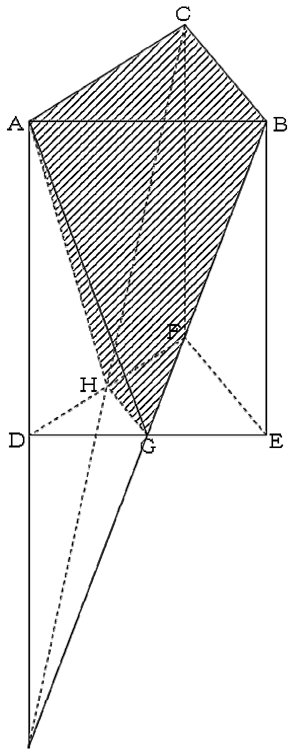
$8\frac{1}{3}\times 8 = 66\frac{2}{3}$(cm^3)。



求めたいのは，右図の斜線部分の立体の体積だが，この体積は，ウから，ア・イをひいた残りである。

よって，

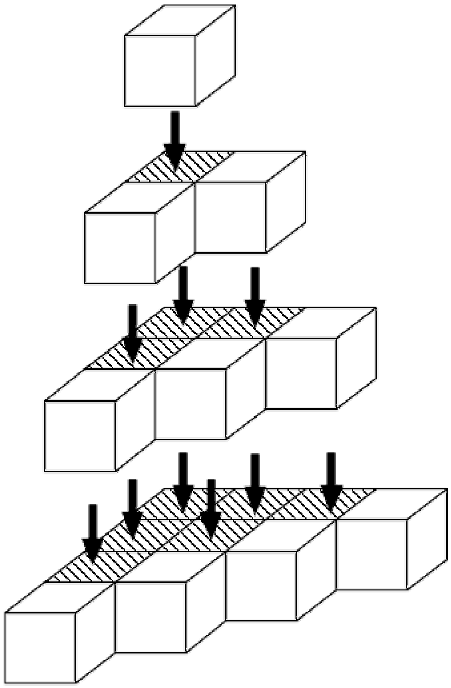
$66\frac{2}{3}-8\frac{1}{3}\times 2=50\,(\mathrm{cm}^3)$。



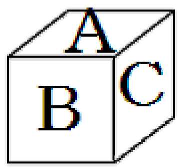
答え　５０ cm^3

第１５回Ｂ　$\boxed{3}$(1)

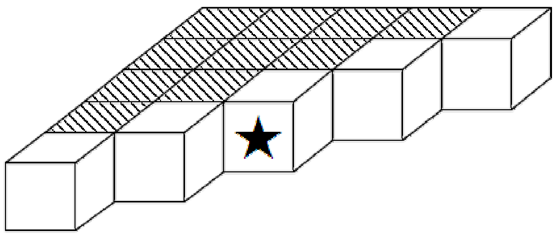
上から１段目，２段目，３段目，…とする。
１段目は，１個の立方体が見えている。
２段目は，２個の立方体が見えている。
３段目は，３個の立方体が見えている。
同じように考えて，４段目なら４個の立方体が見えている。
４段目までに見えている立方体の個数は，
１＋２＋３＋４＝１０(個)。



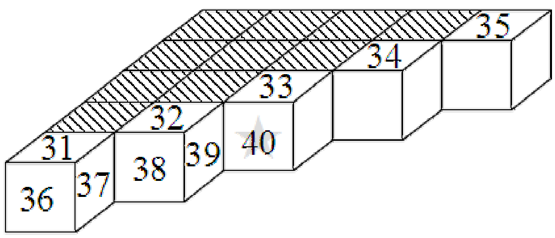
ところで，見えている立方体１個につき，右図のように，Ａ・Ｂ・Ｃの３面が見えている。
よって，４段目までに，３×１０＝３０(面)が見えていることになる。



５段目の左から３番目は，右図の★の面。
４段目までで，番号３０まで書き込んだはずだから，書き込む順番に注意して，…



右図のようになる。



答え　４０

第１５回Ｂ　$\boxed{3}$(2)

(1)で，４段目までに見えている立方体の個数は，１＋２＋３＋４＝１０(個)で，見えている面の数は，３×１０＝３０(面)ということがわかった。

１本の式にまとめると，３×(１＋２＋３＋４)＝３０。

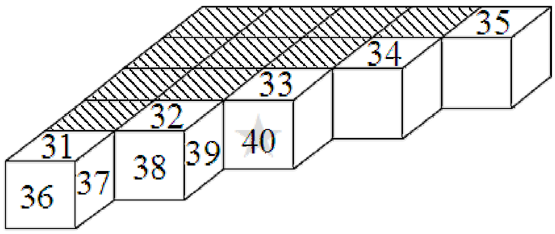
もし，５段目までに見えている面の数だったら，３×(１＋２＋３＋４＋５）という式になり，１００段目までに見えている面の数だったら，３×(１＋２＋…＋１００）という式になる。

□段目までに見えている面の数だったら，３×(１＋２＋…＋□ ）という式になる。

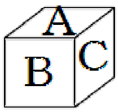
３×(１＋２＋…＋□)＝１００ とすると，１００÷３＝３３ あまり １ だから，１＋２＋…＋□ が，３３に近い数を求めることになる。

□をとりあえず６にしてみると，１＋２＋…＋６＝２１　　(小さすぎ！)
７にしてみると，１＋２＋…＋７＝２８　　(いい感じ！)
８にしてみると，１＋２＋…＋８＝３６　　(大きすぎ！)

よって，７段のときに，見えている面の数は ３×(１＋２＋…＋７)＝８４(面)が見えていて，あと １００－８４＝１６(面)が残っている。この１６面は，８段目にあるはず。



ところで，右の図は５段目の図だが，



の面のうちの，Ａの面をまず数えていっている。

同じようにして，８段目の場合も，まずＡの面をどんどん数えることになる。

８段目には，Ａの面は８面あるから，このＡの面を数えてしまうと，残りの面の数は１６－８＝８(面)。この８面は，左から１番目の立方体のＢ面・Ｃ面，２番目の立方体のＢ面・Ｃ面，…というように数えていくことになるので，１つの立方体につき２面ずつ数えるのだから，８÷２＝４ となり，４番目のＣ面になる。

答え　８段目の４番目のＣ面

第１５回Ｂ　$\boxed{4}$(1)

はじめは，１，３，５，……，９９　と，奇数ばかり取り除いていく。
２０は偶数だから，奇数ばかり取り除いていくときに，２０を取り除くことはない。
ところで，９９は何番目の奇数だろうか。
１，３，５，……，９９ を，等差数列と考えると，

$\boxed{}$番目の数＝はじめの数＋ふえる数×($\boxed{}$－１)

だから，９９を$\boxed{}$番目とすると，１＋２×($\boxed{}$－１)＝９９
９９－１＝９８　　　　９８÷２＝４９　　　　４９＋１＝５０
よって，９９は５０番目の数になる。
つまり，１，３，５，……，９９　と，奇数ばかり取り除いていくと，５０個の整数を取り除いたことになる。
奇数を取り除いたあとは，２，４，６，……，９８ と，偶数だけが残っている。
このあと取り除いていくのは，４，８，…… という，４の倍数を取り除いていくことになる。
２０は，２０÷４＝５(番目)の４の倍数だから，５０個の奇数と合わせて，５０＋５＝５５(番目)に取り除くことになる。

<u>答え　５５番目</u>

第１５回Ｂ　$\boxed{4}$(2)

この問題は，どんどん数を取り除いていくしか方法がないように思えるが，実はちゃんと解き方がある。ただ，結構複雑な解き方なので，以下の解説の展開にきちんとついてくるよう努力すること。

まず，整数が１から９９までではなく，１から１６までの場合を考えてみる。

１から１６までの整数を，ただズラッと横に並べるのではなく，右の表のように，２つずつの段にして考えると，意味がわかりやすい。

この表において，右側の数は，すべて２の倍数になっていることに注意する。

１，	２，
３，	４，
５，	６，
７，	８，
９，	１０，
１１，	１２，
１３，	１４，
１５，	１６

まず，１，３，５，……，１５ という奇数を取り除く。

つまり，表の左側の数だけ取り除くことになる。

すると，右側の，２の倍数だけ残る。

~~１~~，	２，
~~３~~，	４，
~~５~~，	６，
~~７~~，	８，
~~９~~，	１０，
~~１１~~，	１２，
~~１３~~，	１４，
~~１５~~，	１６

次に，残った２の倍数を，また２つずつの段にしてみる。

２，	４，
６，	８，
１０，	１２，
１４，	１６

取り除くのは，左側の数である。

右側の，４の倍数だけ残る。

~~２~~，	４，
~~６~~，	８，
~~１０~~，	１２，
~~１４~~，	１６

次に，残った４の倍数を，またまた２つずつの段にしてみる。

４，　８，
１２，１６

取り除くのは，左側の数である。
右側の，８の倍数だけ残る。

~~４~~，　８，
~~１２~~，１６

次に，残った８の倍数を並べる。

８，１６

左側にある８は取り除かれ，１６だけが残る。

~~８~~，１６

結局，１から１６までの整数の場合は，まず２の倍数が残り，次に４の倍数が残り，次に８の倍数が残り，最後に１６の倍数である１６だけが残る。
このように，うまく最後の数である「１６」だけが残ったのは，どうしてだろうか。
その理由は，１６には，次のような性質があるからだ。

１６は，どんどん２でわっていくことができる。

つまり，１６＝２×２×２×２　と，２の積だけで表すことができるのがポイントだ。
同じように，８＝２×２×２　だから，１から８までの整数のときも，最後の数である８が残る。
また，３２＝２×２×２×２×２　だから，１から３２までの整数のときも，最後の数である３２が残る。
ところが，１から９９までの整数の場合は，最後の数が残るわけではない。このような数のときは，どのように考えればよいのだろうか。

例として，１から１０までの整数の場合を，念入りに調べてみる。

１，２，３，４，５，６，７，８，９，１０

まず，１を取り除く。このとき，あと９個の整数が残っている。

~~１~~，２，３，４，５，６，７，８，９，１０

次に，３を取り除く。このとき，あと８個の整数が残っている。

~~１~~，２，~~３~~，４，５，６，７，８，９，１０

すでに取り除いた数を消すと，次のようになる。

２，４，５，６，７，８，９，１０

次に取り除くのは「５」だが，……。ここで注意!!　あと「８」個の整数が残っている。
８＝２×２×２ だから，８個の整数のときは，最後の数が残るのだった。
ところが，それは，

１，２，３，４，５，６，７，８

の８個の整数を，はじめの数である１から取り除いていく場合だった。
今は，

２，４，５，６，７，８，９，１０

の８個の整数を，「５」から取り除く場合だ。
そこでまず，整数の並び順を，はじめが「５」になるように変更してやる。

５，６，７，８，９，１０，２，４

これで，最後に残る数は，「４」であることがわかる。

ではいよいよ，１から９９の整数の場合を考えてみよう。
９９は，どんどん２でわっていくことができる整数ではない。
そこで，ある程度整数を取り除いていって，残っている個数が「どんどん２でわっていくことができる」個数にしたいと思う。
ところで，「どんどん２でわっていくことができる」整数には，どのようなものがあるのだろうか。

１６＝２×２×２×２
３２＝２×２×２×２×２
６４＝２×２×２×２×２×２
１２８＝２×２×２×２×２×２×２
……………

よって，９９個の整数から，９９－６４＝３５(個)を取り除けば，残りは６４個となり，「どんどん２でわっていくことができる」数になる。

ところで，取り除く３５個の整数は，どのような整数だろうか。
はじめに取り除いていく整数は，１，３，５，……という奇数である。
３５個目の奇数は，

□番目の数＝はじめの数＋ふえる数×(□－１)

という公式により，１＋２×(３５－１)＝６９ になる。
よって，１，３，５，……，６９ の３５個の整数を取り除いたとき，残りは６４個になる。

２，４，６，……，６８，７０，７１，７２，……，９９

この６４個のうち，次に取り除くのは７１である。そこで，並び順を，「７１」からに変更してやる。

７１，７２，……，９９，２，４，６，……，６８，７０

すると，この６４個のうち，最後に残るのは，一番最後の数である「７０」であることがわかる。

答え　７０