演習問題集応用編・６年上
第１２回のくわしい解説

すぐる学習会

第１２回Ａ　$\boxed{1}$(1)

Ａ とＢについての情報を整理することがポイント。

Ａが１００ｍ走る間にＢは８０ｍ走るから，ＡとＢの速さの比は，１００：８０＝５：４。そこで，Ａを分速$\boxed{5}$ｍ，Ｂを分速$\boxed{4}$ｍとする。

Ａは１０分ごとにＢを追いこすから，

４００÷($\boxed{5}$－$\boxed{4}$)＝１０　→　$\boxed{1}$＝４０

Ａは分速$\boxed{5}$ｍにしたので，Ａの分速は，４０×５＝２００(ｍ)。

Ｂは分速$\boxed{4}$ｍにしたので，Ｂの分速は，４０×４＝１６０(ｍ)。

また，Ａは４８秒(＝０.８分)ごとにＣとすれちがうから，

４００÷(Ａ＋Ｃ)＝０.８　→　Ａ＋Ｃ＝５００

Ａの分速は２００ｍだったから，Ｃの分速は，５００－２００＝３００(ｍ)。

答え　Ａ：分速２００ｍ，Ｂ：分速１６０ｍ，Ｃ：分速３００ｍ

第１２回Ａ　$\boxed{1}$(2)

「ＡとＣがすれちがう」ではなく，「ＡとＣがスタート地点ですれちがう」ことがポイント。

１周は４００ｍ，Ａは分速２００ｍだから，Ａがスタート地点にもどってくるのは，４００÷２００＝２(分)ごと。

Ｃがスタート地点にもどってくるのは，４００÷３００＝$\frac{4}{3}$(分)ごと。

ＡもＣもスタート地点にもどってくるのは，２分と$\frac{4}{3}$分の最小公倍数ごと。

２＝$\frac{6}{3}$と$\frac{4}{3}$ の最小公倍数は，（分子である６と４の最小公倍数は１２だから）$\frac{12}{3}$＝４(分)ごと。

ところで，

Ａは５０００ｍ走る → Ａは分速２００ｍだから，５０００÷２００＝２５(分）走る。Ｃは７０００ｍ走る →Ｃは分速３００ｍだから，７０００÷３００＝２３$\frac{1}{3}$(分）走る。

問題文の「この間に」と書いてあるのは，「ＡもＣも走っている間に」という意味だから，走り始めてから２３$\frac{1}{3}$分までの間に，という意味になる。

ＡもＣもスタート地点にもどってくるのは４分ごとだから，４分，８分，１２分，１６分，２０分のとき。Ａは１周に２分かかるのだから，それぞれ２で割って，２周，４周，６周，８周，１０周したときに，ＡとＣはスタート地点ですれちがうことになる。

答え　２周，６周，８周，１０周

第１２回Ａ　$\boxed{1}$(3)

　この問題も，(2)と同じく「ＢとＣがすれちがう」ではなく「ＢとＣがスタート地点ですれちがう」ことがポイント。

　Ｂは，４００÷１６０＝$\frac{5}{2}$(分)ごと，Ｃは，４００÷３００＝$\frac{4}{3}$(分)ごとにスタート地点にもどってくるから，ＢもＣもスタート地点にもどってきてすれちがうのは，$\frac{5}{2}$と$\frac{4}{3}$の最小公倍数である。通分して，$\frac{15}{6}$と$\frac{8}{6}$の最小公倍数ということになる。

　１５と８の最小公倍数は１２０だから，$\frac{15}{6}$と$\frac{8}{6}$の最小公倍数は，$\frac{120}{6}$＝２０ になる。

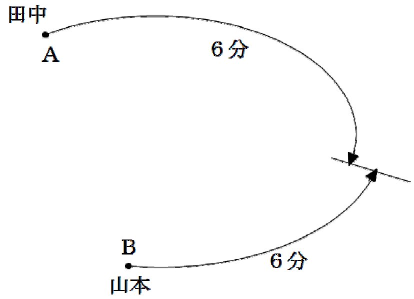
　よって，ＢとＣがスタート地点ではじめてすれちがうのは，走り始めてから２０分後になる。

　また，ＢとＣがすれちがうのは，４００÷(１６０＋３００)＝$\frac{20}{23}$(分) ごとだから，２０分後にスタート地点ですれちがったのは，２０÷$\frac{20}{23}$＝２３(回目)のすれちがいである。

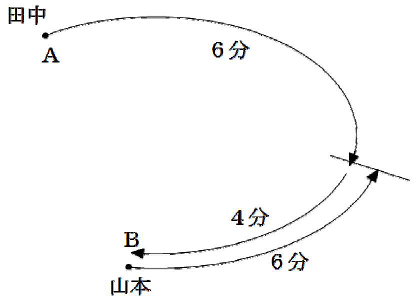
答え　２０分後，２３回目

第１２回Ａ　$\boxed{2}$(1)

ＡとＢは６分後にすれちがい，



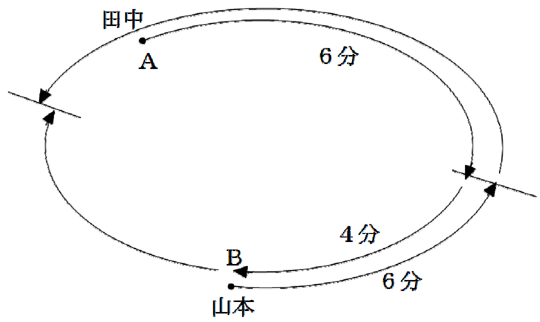
その４分後に，ＡはＢの出発地点を通る。
Ａが４分で進む道のりを，Ｂは６分で進む。
ＡとＢの，（ベンチから出会った場所までの）かかった時間の比は，４：６＝２：３。
速さの比は逆比で，３：２。



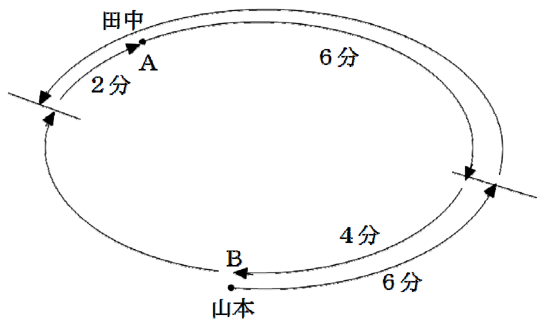
答え　３：２

第１２回Ａ　$\boxed{2}$(2)

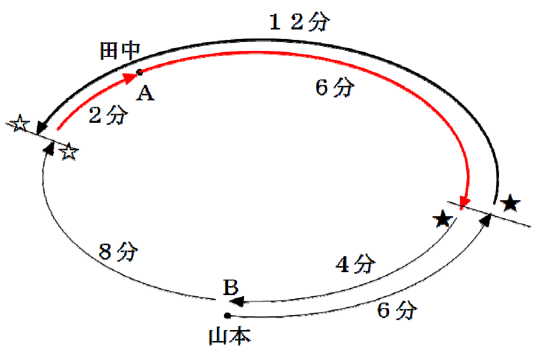
田中君はＡ地点の少し手前で山本君と出会い，



それから２分後にＡ地点にもどってきた。



右図の赤線の道のりを，
田中君は　２＋６＝８(分)　で進む。
(1)で求めた通り，田中君と山本君の同じ道のりを進むのにかかる時間の比は　２：３　なので，田中君が８分かかる道のりを，山本君は　８÷２×３＝１２(分)　かかる。
山本君は，田中君とはじめて出会った地点(★)から，再び出会った地点(☆)まで，１２分かかることがわかった。

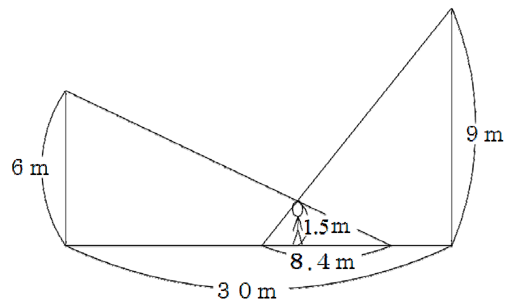


その１２分間で，田中君も★地点から☆地点まで進んだ。
田中君は★からＢ地点までは４分かかることがわかっているので，Ｂ地点から☆までは　１２－４＝８(分)　かかる。
よって，田中君はこの池を１周するのに，６＋４＋８＋２＝２０(分)　かかる。

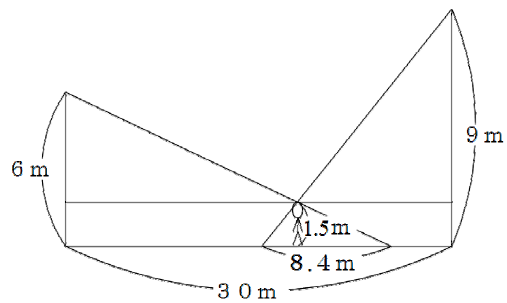
答え　２０分

第１２回Ａ　$\boxed{3}$

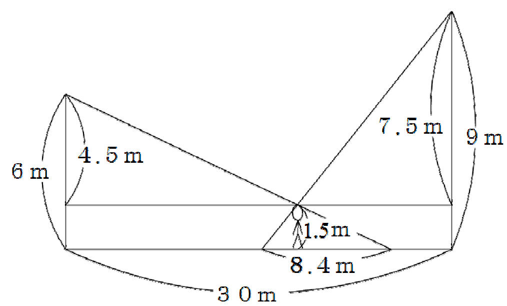
　このような問題では，



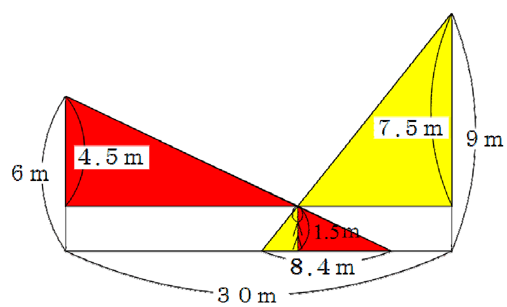
　太郎君の頭から，地面と平行に補助線をひくと，解くことができる。



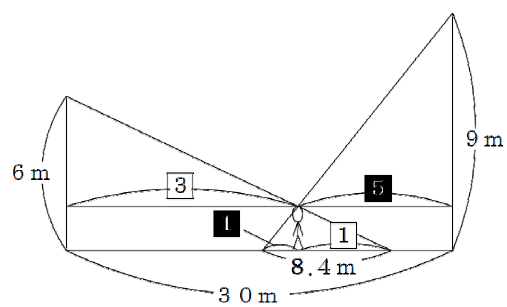
　太郎君の身長は１.５ｍなので，右図のようになる。



　右図の赤い三角形どうし，黄色い三角形どうしは，相似になっている。
　赤い２つの三角形の相似比は，
４.５ ： １.５＝３ ： １。
　黄色い２つの三角形の相似比は，
７.５ ： １.５＝５ ： １。



　そこで，右図のように$\boxed{3}$と$\boxed{1}$，**5**と**1**にする。
　$\boxed{3}$＋**5**＝３０ｍ　…　ア
　$\boxed{1}$＋**1**＝８.４ｍ　…　イ



求めたいのは左はしから太郎君までの距離，つまり，$\boxed{3}$である。

$\boxed{3}$を求めるためには，$\boxed{1}$がわかればよい。

そこで，アの**5**とイの**1**をそろえるために，イの式を５倍する。

$\boxed{5}$＋**5**＝４２ｍ　…　ウ

アとウの式をくらべると，$\boxed{5}$－$\boxed{3}$＝$\boxed{2}$ あたり，４２－３０＝１２（ｍ）であることがわかる。$\boxed{1}$あたり，１２÷２＝６（ｍ）。

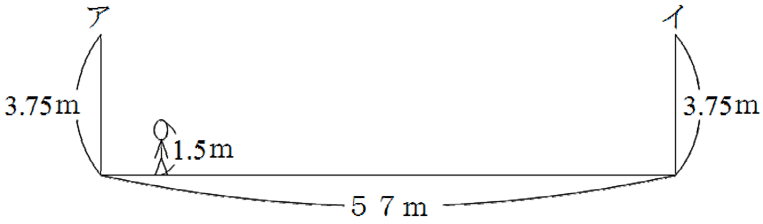
求めたいのは$\boxed{3}$なので，６×３＝１８（ｍ）。

<u>答え　１８ｍ</u>

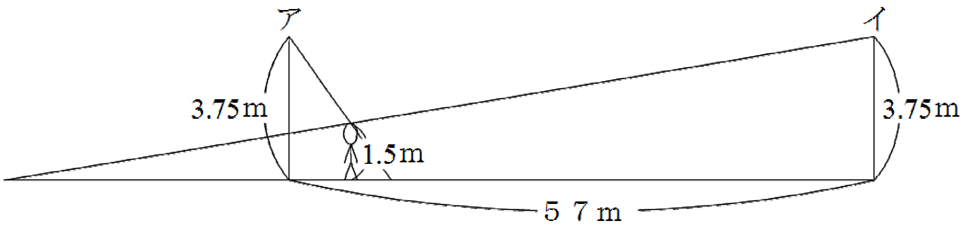
第１２回Ａ　$\boxed{4}$(1)

木下君の前にできる影の長さや，後ろにできる影の長さは，木下君が何秒歩くかによって変わっていくが，じつは前と後ろの影の長さの和は，何秒後でも同じ長さになる。

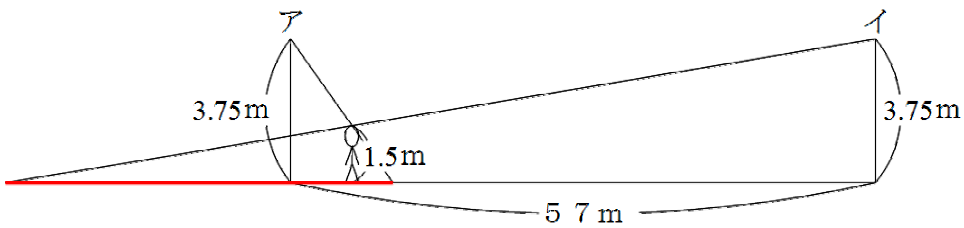
下の図のように，木下君が歩いたときに，



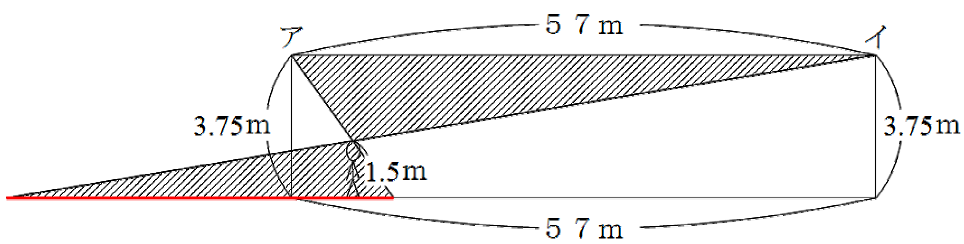
アとイの街灯が光ると，影ができる。



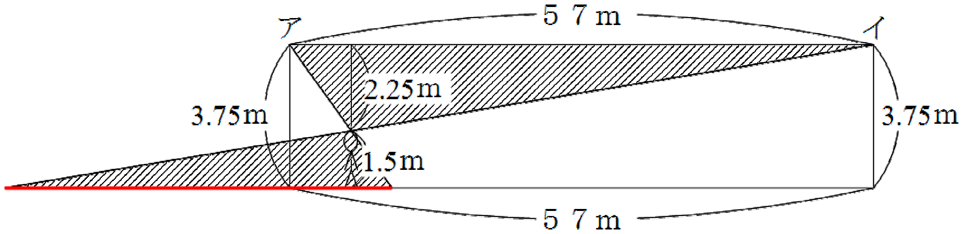
下の図の，赤い部分の長さを求める問題である。



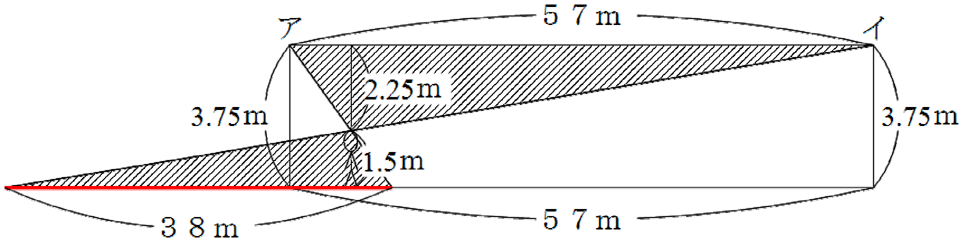
下の図のような，クロス形ができあがる。



２つの三角形の高さの比は，（３.７５－１.５）：１.５＝３：２ である。



底辺の比も３：２ になるので，赤い部分の長さは，５７÷３×２＝３８（m）になる。

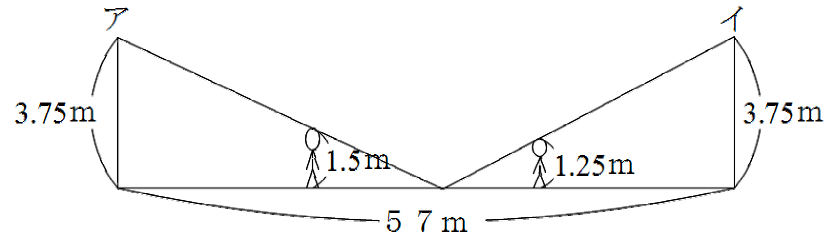


問題文に書いてある「６秒後」という時間をまったく使わないで問題が解けたのだから，木下君の前と後ろにできる影の長さの和は，何秒後でも必ず３８ｍになる。

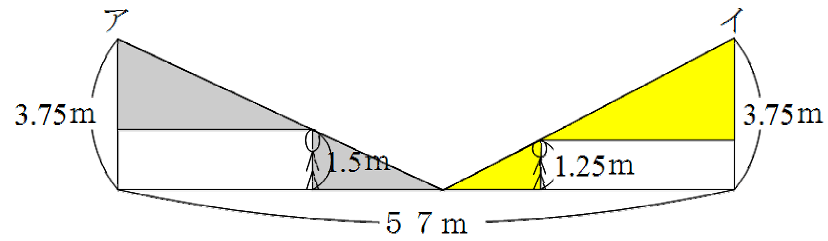
答え　３８ｍ

第１２回Ａ　$\boxed{4}$(2)

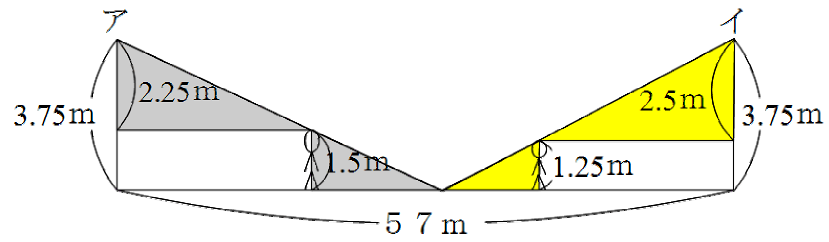
街灯アによる木下君の影と，街灯イによる山下さんの影が重なり始めるのは，下図のような状態になったときである。



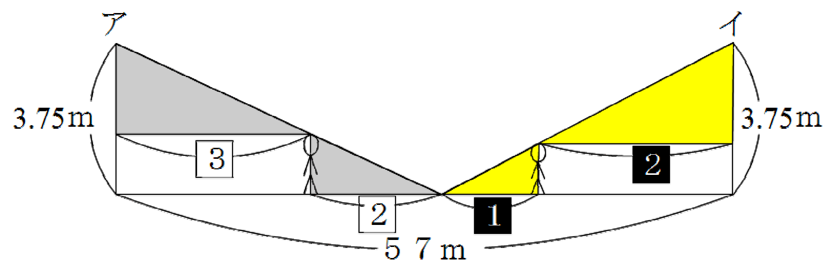
下の図の，灰色の三角形どうし，黄色の三角形どうしは相似になっている。



灰色の２つの三角形の高さの比は，（３.７５－１.５）：１.５＝３：２　で，
黄色の２つの三角形の高さの比は，（３.７５－１.２５）：１.２５＝２：１　である。



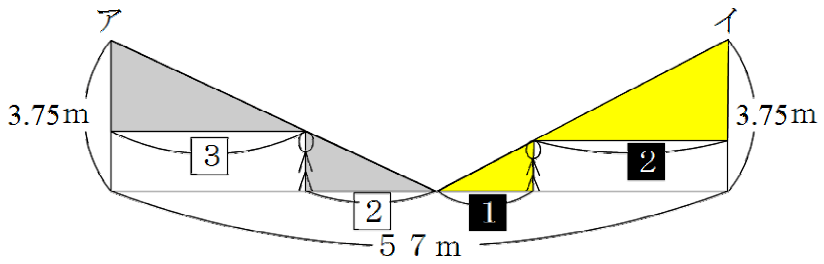
よって，下図のように，$\boxed{3}$と$\boxed{2}$，2と1を書きこむことができる。



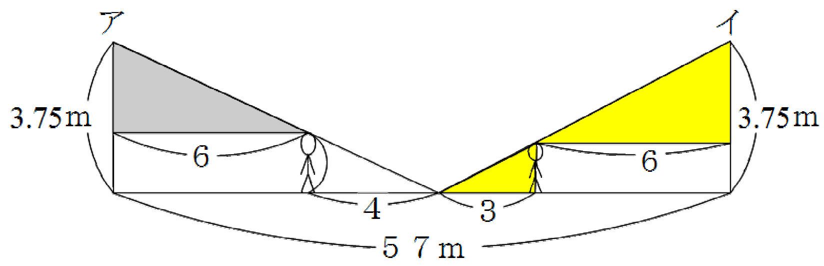
ここで，注意点がある。

問題文を注意深く読まないと，なかなか気づきにくい条件が，問題文に書いてあった。
その条件とは，

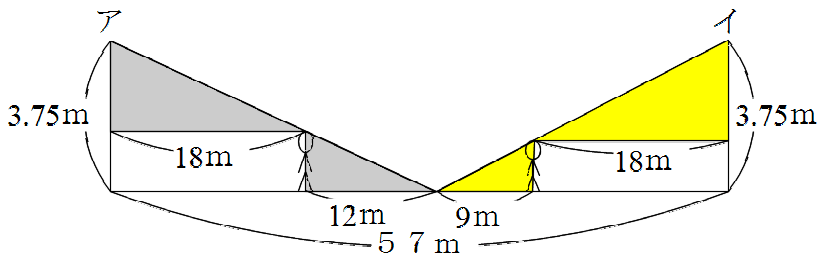
「どちらも毎秒１ｍの速さで」。
つまり，２人は同じ速さだった。
前のページの，最後にのせた図をもう一度見てみよう。



この図において，２人は同じ速さなのだから，同じ距離だけ進んでいる。
つまり，$\boxed{3}$と**2**の部分の長さは同じなのである。
そこで，$\boxed{3}$と**2**を，（３と２の最小公倍数である）６にする。
すると，下の図のようになる。



５７ｍが，６＋４＋３＋６＝１９　にあたる。
１あたり，５７÷１９＝３（ｍ）である。
よって，それぞれの長さは，下の図のようになる。

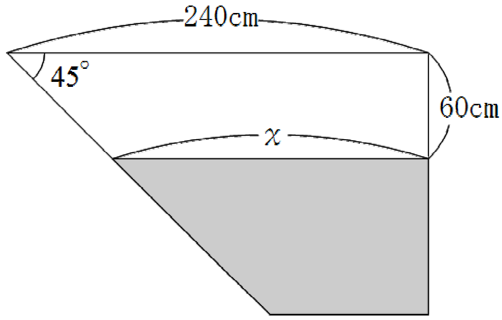


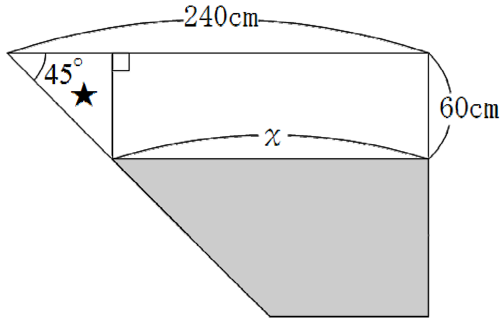
木下君も山下さんも，１８ｍ歩いたときに，２人の影が重なり始めることがわかった。
２人は毎秒１ｍの速さで歩いたのだから，１８ｍ歩いたのは，１８÷１＝１８（秒後）になる。

答え　１８秒後

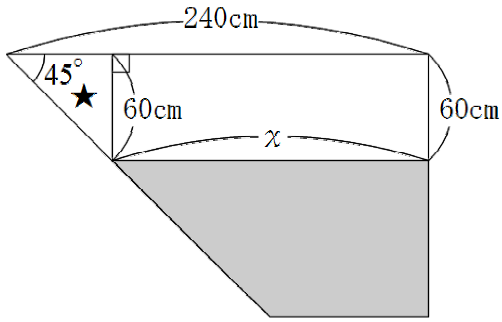
第１２回Ａ　5(1)

ゆかの部分は，右図のようになっている。
とくに注目すべきなのは，４５°という角度である。
４５°といえば直角二等辺三角形。
図の中に直角に等辺三角形がないかどうか調べたり，補助線をひいて直角二等辺三角形を作るのが，このような問題を解くテクニックである。
右図のように補助線をひけば，★の部分が直角二等辺三角形になる。

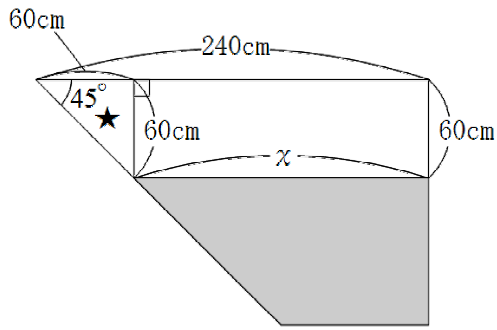




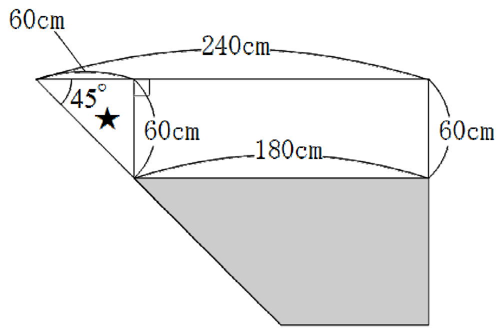
★の部分の高さは６０ cm なので，



底辺も６０ cm である。



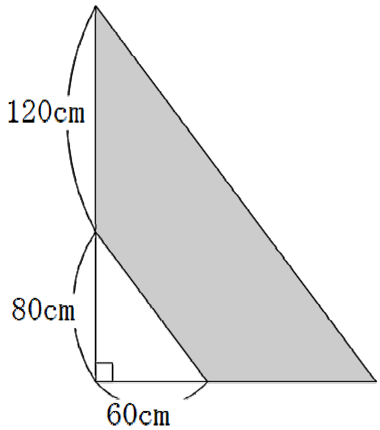
χは，２４０－６０＝１８０(cm) になる。



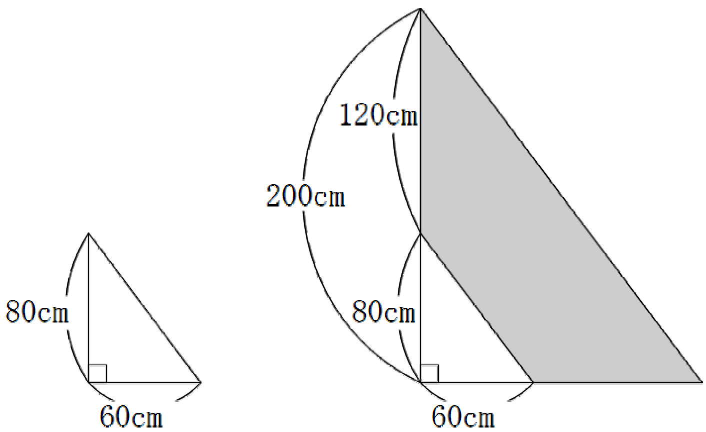
<u>答え　１８０ cm</u>

第１２回Ａ　$\boxed{5}$(2)

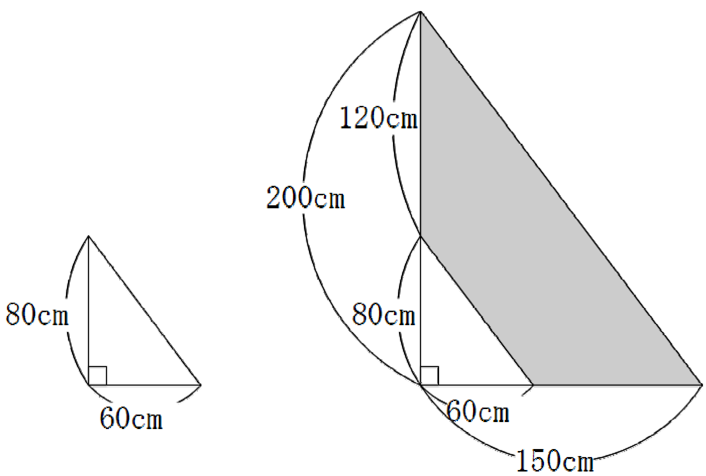
かべの部分は，右図のようになっている。
「ピラミッド形」をしているので，



右図のように分けて書くと，わかりやすい。
高さの比は，
８０：（１２０＋８０）
＝２：５　なので，底辺の比も
２：５　になる。



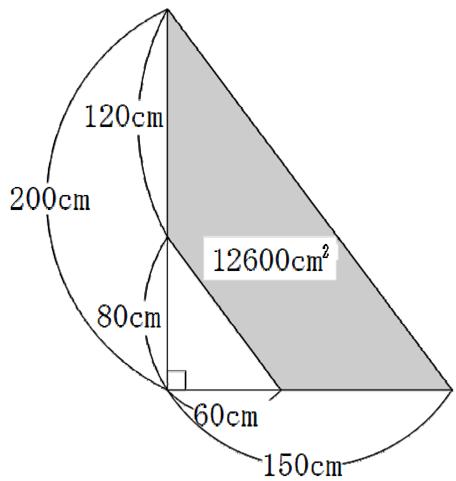
６０÷２×５＝１５０(cm)
が，大きい三角形の底辺になる。



かべの部分の，光があたっている部分の面積は，

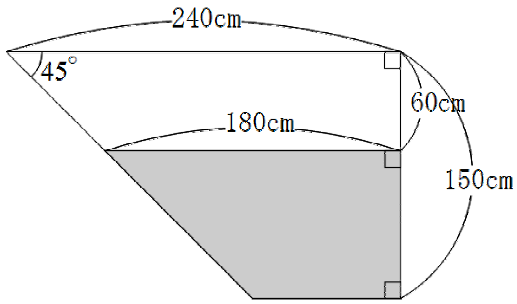
１５０×２００÷２－６０×８０÷２

＝１２６００(cm²) になる。

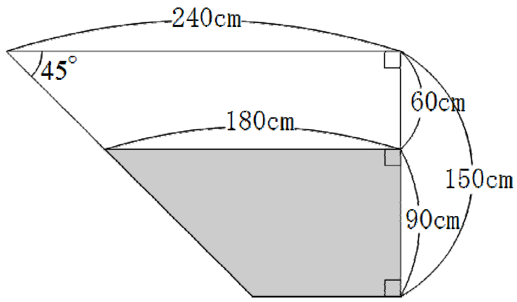


ゆかの場合，光があたっている部分は台形になっている。

台形の上底は，(1)で求めた通り，１８０ cm である。

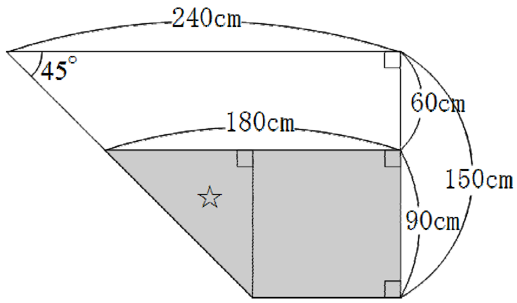


台形の高さは，１５０－６０＝９０(cm)。

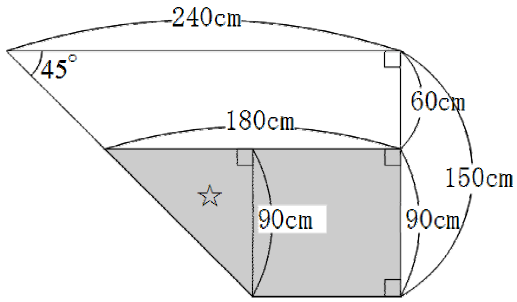


台形の下底を求めるために，補助線をひいて，直角二等辺三角形を作る。

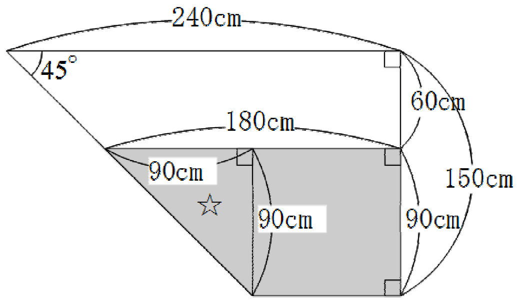
右図の☆の三角形が，直角二等辺三角形である。



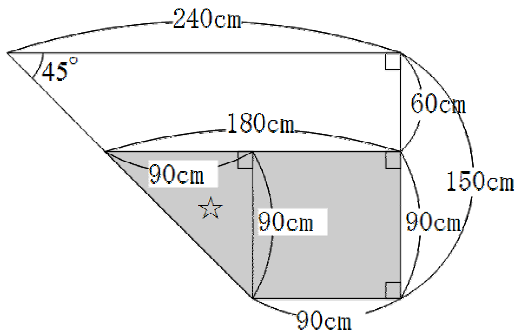
この直角二等辺三角形の高さは９０ cm なので，



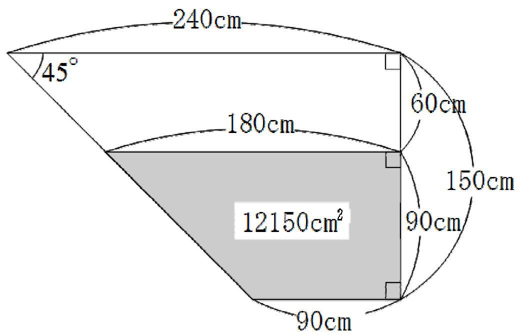
底辺も９０ cm である。



よって，台形の下底は，
１８０－９０＝９０(cm）になる。



台形の面積は，
(１８０＋９０)×９０÷２＝１２１５０(cm²)
になる。



かべの，光が当たっている部分の面積は１２６００ cm² で，ゆかの，光が当たっている部分の面積は１２１５０ cm² である。

よって，光が当たっている部分の面積は，かべとゆかを合わせて，
１２６００＋１２１５０＝２４７５０(cm²）である。

答え　２４７５０ cm²

第１２回Ｂ　$\boxed{1}$(1)

Ｂ君がＡ君に追いつかれるごとに，Ａ君の方がＢ君よりも１周多くまわっている。

Ｂ君がＡ君に６回目に追いつかれたとき，Ａ君の方がＢ君よりも６周多くまわっている。

いま，Ｂ君はちょうど１周しているので，Ａ君はＢ君よりも６周多く，つまり，

１＋６＝７(周) している。

答え　７周

第１２回Ｂ　$\boxed{1}$(2)

Ｂ君がＡ君に追いつかれるごとに，Ａ君の方がＢ君よりも１周多くまわっている。

Ｂ君がＡ君に６回目に追いつかれたとき, Ａ君の方がＢ君よりも６周多くまわっている。

いま，Ａ君とＢ君の速さの比が３：１なので，Ａ君が$\boxed{3}$周している間に，Ｂ君は$\boxed{1}$周している。その差である，$\boxed{3}-\boxed{1}=\boxed{2}$ が，６周にあたる。

$\boxed{1}$あたり，６÷２＝３(周）にあたる。

Ｂ君は$\boxed{1}$周，つまり，３周していることになる。

答え　３周

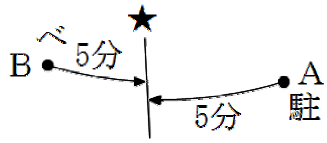
第１２回Ｂ　$\boxed{1}$(3)

Ｂ君がＡ君に追いつかれるごとに，Ａ君の方がＢ君よりも１周多くまわっている。
Ｂ君がＡ君に６回目に追いつかれたとき,Ａ君の方がＢ君よりも６周多くまわっている。
いま，Ａ君が１０周していると，問題文に書いてあった。
Ａ君はＢ君よりも６周多くまわっているのだから,Ａ君が１０周している間に,Ｂ君は,１０－６＝４(周）している。その間に，Ｃ君は(問題文に書いてある通り)反対方向に７周している。
この問題は，Ｂ君が４周，Ｃ君は反対方向に７周している間に，２人は何回出会ったかという問題である。
ここで，次のように考えることによって，問題を簡単に解こう。
「本当はＢ君もＣ君も同時にスタートして，２人とも自分のペースで走っていって，Ｂ君は４周，Ｃ君は７周した。しかし，２人とも走っていったのではなく，Ｃ君はスタート地点からとりあえずまったく動かないことにし，Ｂ君だけが４周する。そして，Ｂ君が４周し終わってから，Ｃ君が走り始めて７周しても，出会った回数は同じである。」
Ｃ君がスタート地点からまったく動かず，Ｂ君だけが４周すると，２人は４回出会う。次に，Ｂ君が４周し終わってスタート地点で止まっていて，Ｃ君が７周すると，２人は７回出会う。
よって，Ｂ君とＣ君とは，４＋７＝１１(回）出会ったことになる。

答え　１１回

第１２回Ｂ　$\boxed{2}$(1)

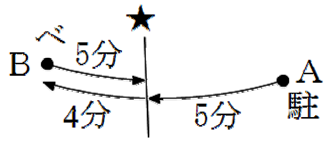
Ａ君とＢさんは５分後にすれちがい，



その４分後にＡ君はベンチの前を通った。

Ａ君が４分で歩く距離を，Ｂさんは５分で歩いた。

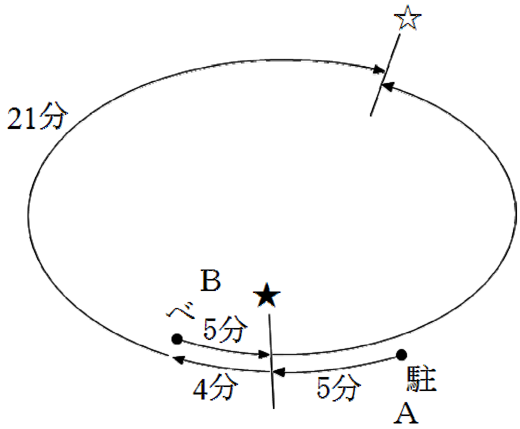
Ａ君とＢさんの，かかった時間の比は４：５なので，速さの比は逆比になって５：４。



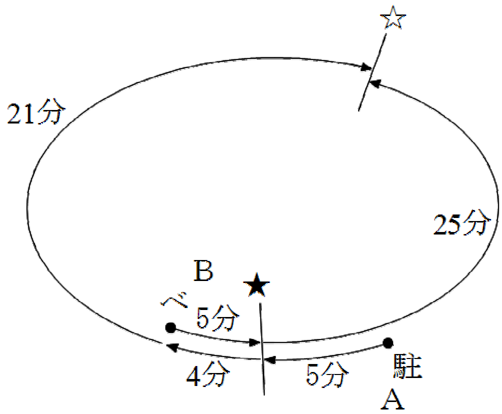
答え　５：４

第１２回Ｂ　$\boxed{2}$(2)

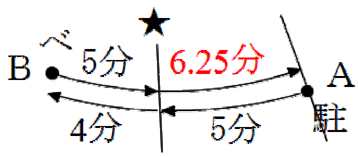
　Ａ君はベンチの前を通ってから，２１分後にＢさんと再びすれちがった。
　★地点ではじめてすれちがってから，
☆地点で再びすれちがうまでに，
４＋２１＝２５(分）かかった。



　Ｂさんにとっても，★地点ではじめてすれちがってから，☆地点で２度目にすれちがうまでに２５分かかる。

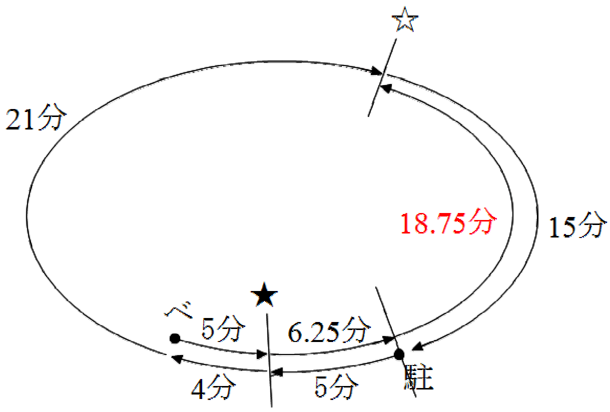


　ところで，Ａ君とＢさんの，同じ距離を進んだときにかかる時間の比は４：５だったから，右図において，Ａさんが５分で進んだ距離を，Ｂさんならば
５÷４×５＝６.２５(分）かかる。



　よって，Ｂさんは，駐車場から，
２度目にすれちがうまで，
２５－６.２５＝１８.７５(分)
かかる。

　１８.７５分は$18\frac{3}{4}$分で，
$\frac{3}{4}$分は４５秒だから，
　１８.７５分＝１８分４５秒。



答え　１８分４５秒

A君とBさんの，同じ距離を進んだときにかかる時間の比は４：５だったから，A君が２１分で進む距離を，Bさんは，２１÷４×５＝２６.２５(分)かかる。

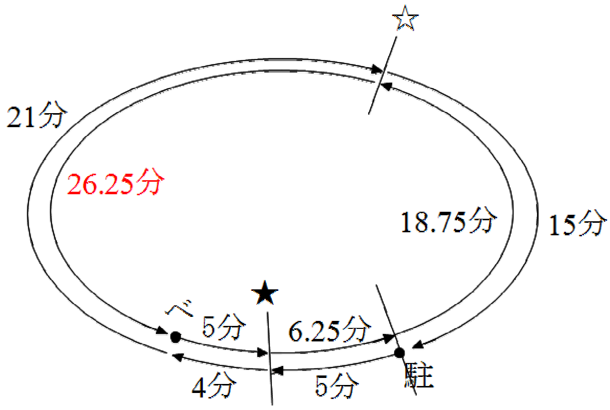
☆地点で２人が出会ってから，A君は１５分でもどってきたのにBさんは２６.２５分もかかってしまう。このままでは同じ時刻にはもどってこれない。

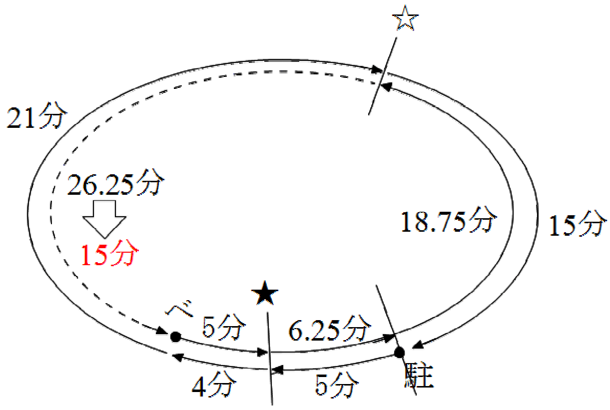
実際には，Bさんは☆地点から走り出して，A君と同時にもどってきた。

Bさんは，歩いたならば２６.２５分かかるところを，走ったので１５分しかかからなかった。

Bさんの，歩きと走りのかかった時間の比は ２６.２５：１５＝７：４なので，歩きと走りの速さの比は，４：７。

よって，Bさんの走る速さは，歩く速さの，７÷４＝１.７５(倍)。

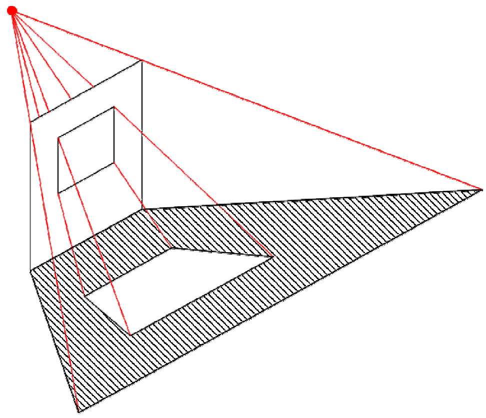




<u>答え　１.７５倍</u>

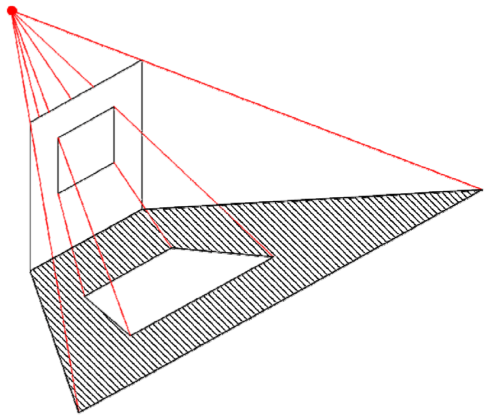
第１２回Ｂ　$\boxed{3}$(1)

右図のような影ができる。

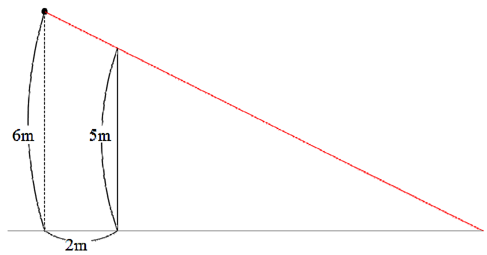


答え　台形

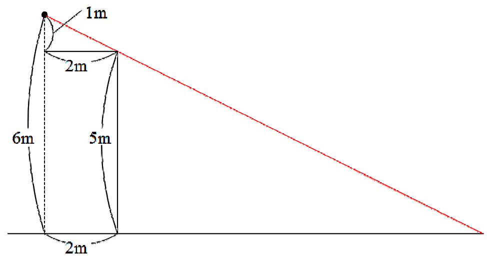
第１２回Ｂ　$\boxed{3}$(2)



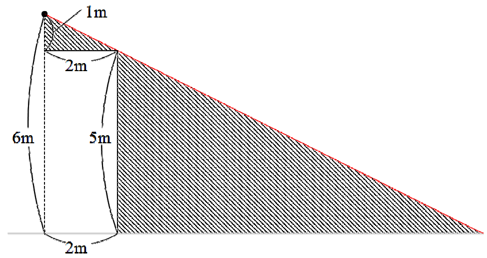
　右の図の，影の部分の面積を求める問題である。
　まずは全体の台形の面積を求め，窓の部分をあとで引く。



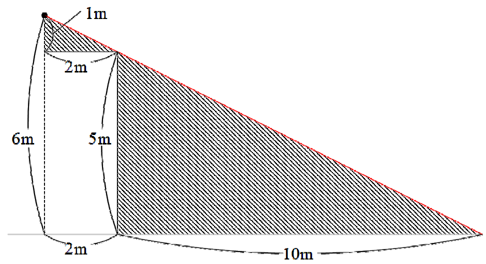
　右図は，真横から見た図である。
　板の高さは　１＋２＋２＝５（m）で，電灯の高さは，それよりも１m高いので　５＋１＝６（m）。



　板のてっぺんから横に補助線をひいて，右図のようにすると，



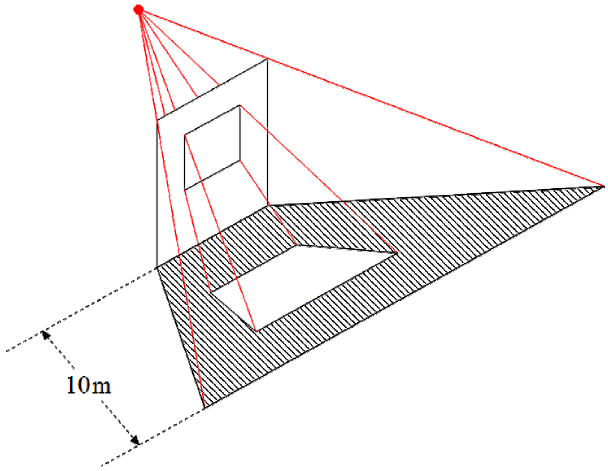
　相似な三角形ができる。
　大きな三角形の底辺を$\boxed{\quad}$とすると，
１：５＝２：$\boxed{\quad}$　だから，



$\boxed{\quad}$＝１０m。

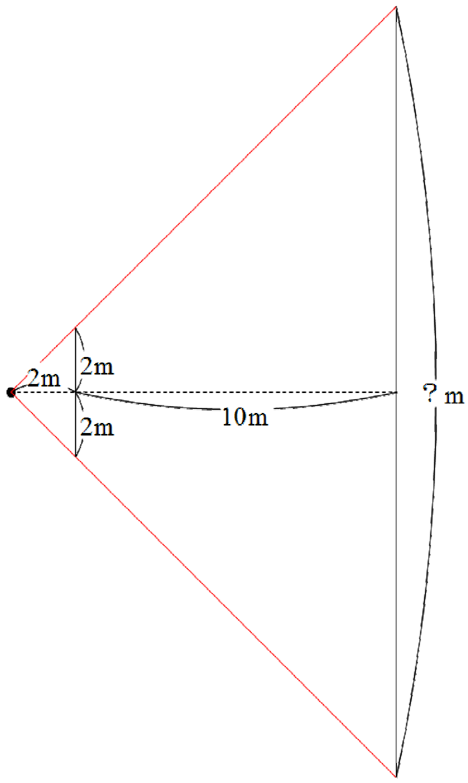
台形の高さは１０ｍであることがわかった。

台形の上底は４ｍだから，あとは台形の下底を求めようとする。



上から見ると，右図のようになっている。

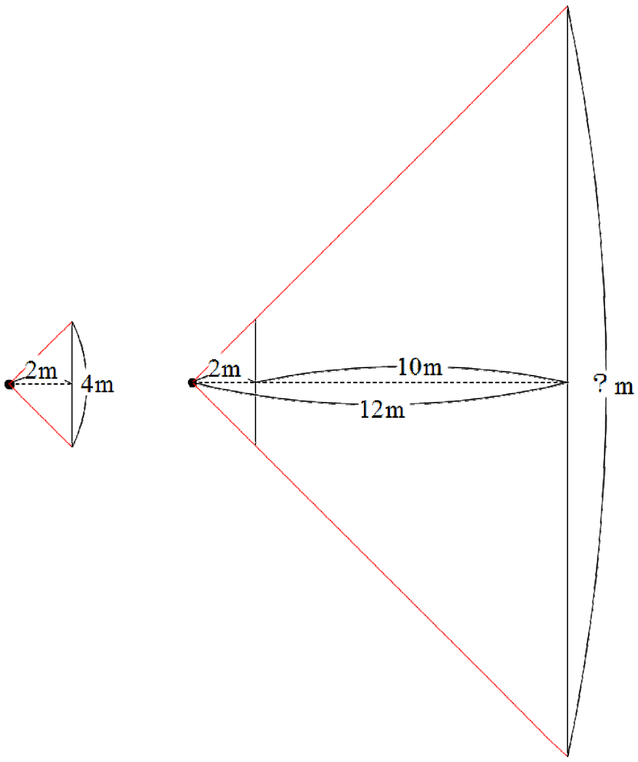
台形の下底は，右図の？の部分である。



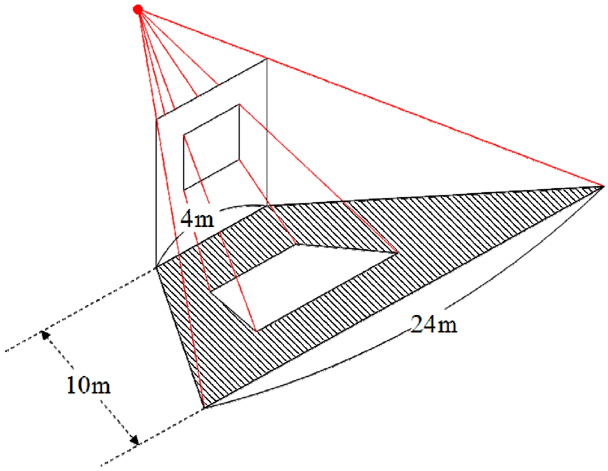
下図のように，分けて書くとわかりやすくなる。

２：１２＝４：？

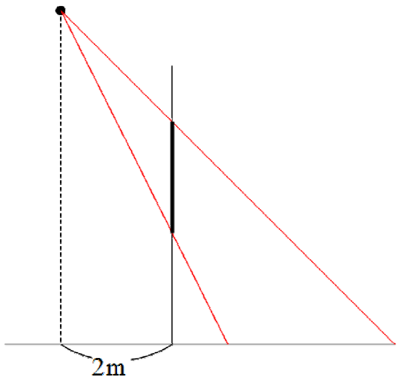
？＝２４



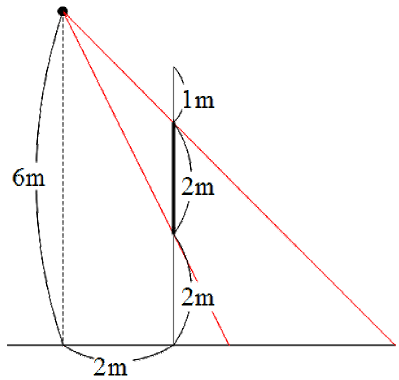
台形の上底は４ｍで，下底は２４ｍであることがわかった。



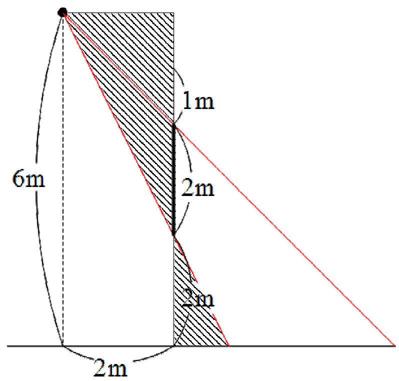
次に，窓の部分の白い台形について考える。
右図は，真横から見た図である。
太線の部分が窓になっているので，電灯の光が地面にまでとどく。



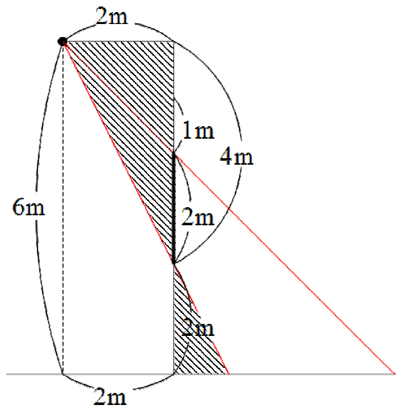
それぞれの長さは，右図のようにわかっている。



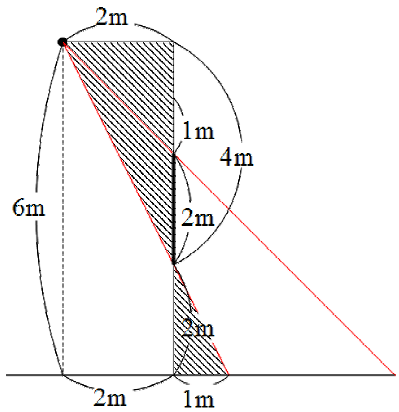
右図の斜線部分が，クロス形になっている。



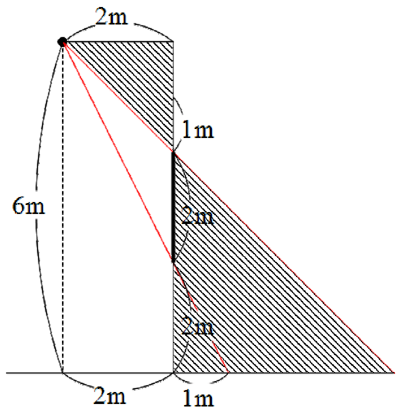
高さの比が，４：２＝２：１ になっているので，
底辺の比も２：１になる。



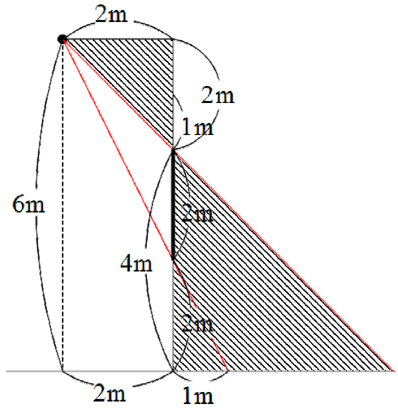
よって，小さい三角形の底辺は，１ｍになる。



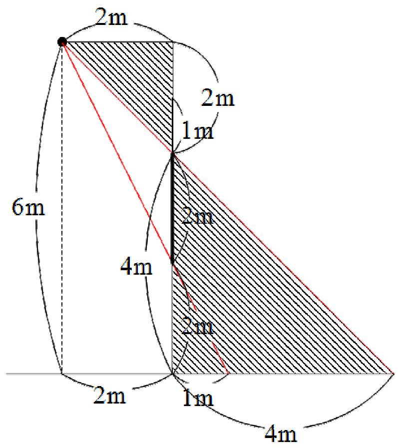
右図のようなクロス形もある。



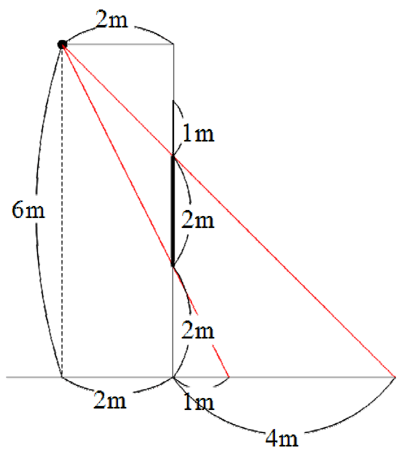
高さの比は，２：４＝１：２になっているので，
底辺の比も１：２になる。



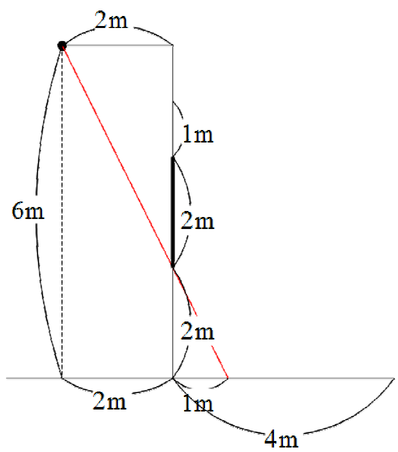
よって，大きい三角形の底辺は，４ｍになる。



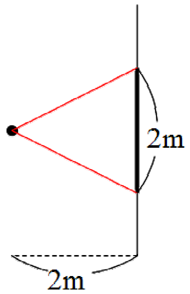
右図のように，長さがわかったことになる。



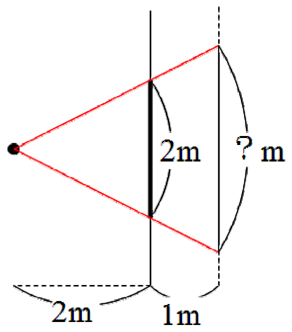
次に，窓のいちばん下を通る光だけを考える。
この光は，板から１ｍはなれたところで，地面に達していることに注意。



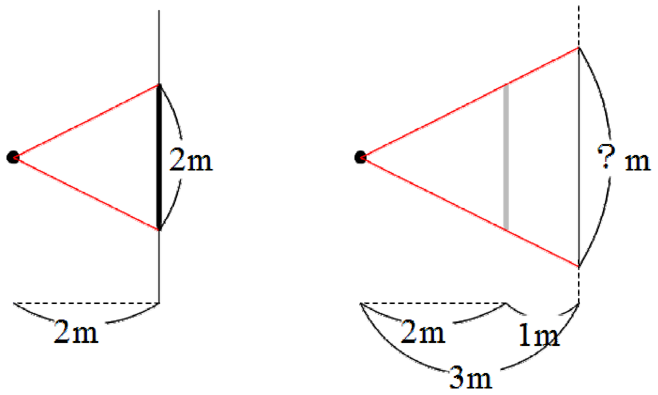
上から見ると，光は板まで達してから，



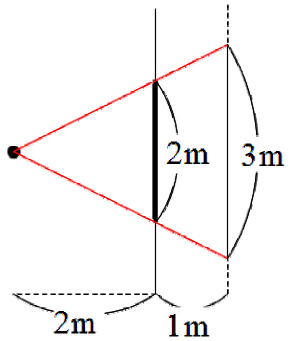
板から１ｍはなれたところで，地面に達する。



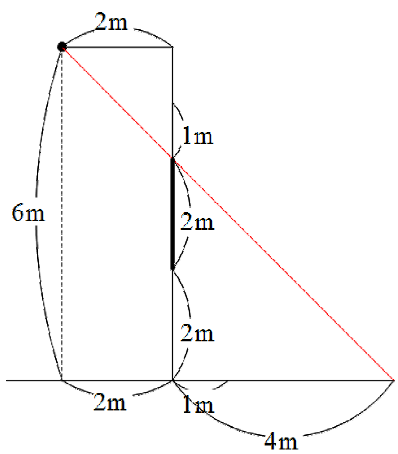
右図のように分けて考えると
わかりやすい。
２：３＝２：？　　だから，
？＝３ になる。



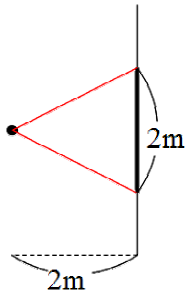
上から見ると，右図のようになることがわかった。



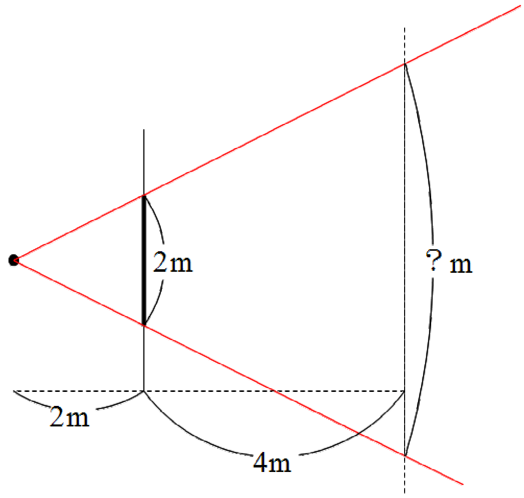
次に，窓のいちばん上を通る光だけを考える。
この光は，板から４ｍはなれたところで，地面に
達していることに注意。



上から見ると，光は窓に達してから，



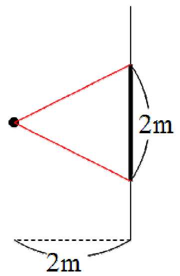
板から４ｍはなれたところで，地面に達する。

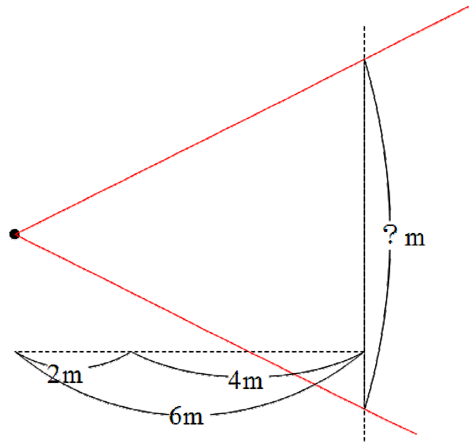


右図のように分けて考える。

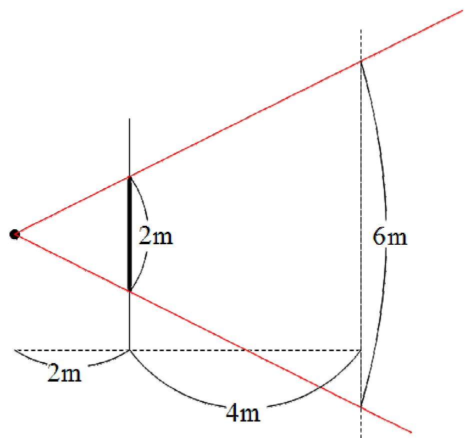
２：６＝２：？

？＝６

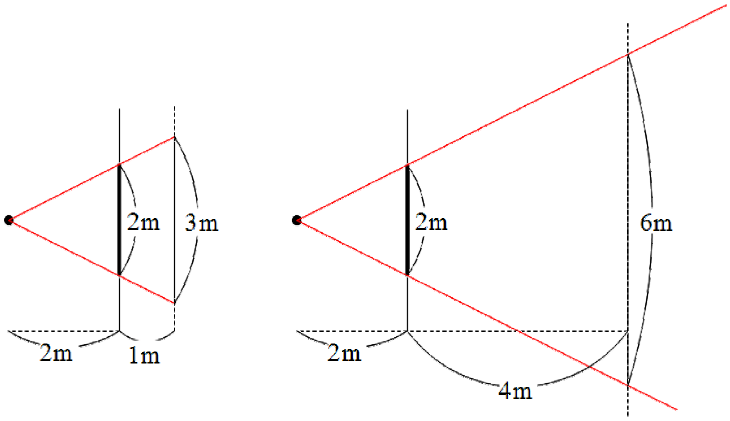




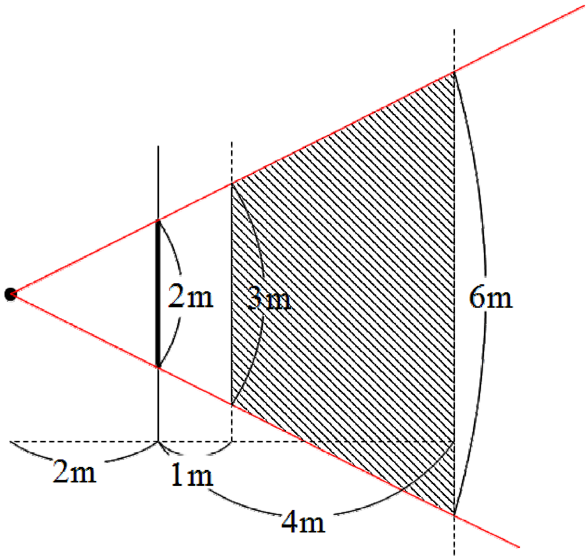
上から見ると，右図のようになることがわかった。



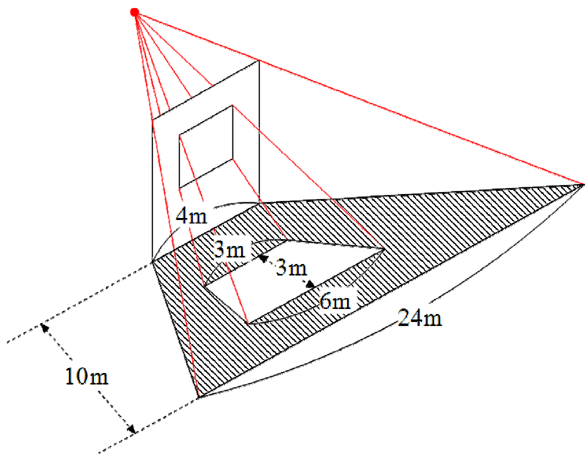
窓のいちばん下を通る光，いちばん上を通る光は，上から見ると，右図のようになることがわかった。



右図の斜線部分が，窓を通りぬけた光である。



立体的な図にすると，右図のようになる。

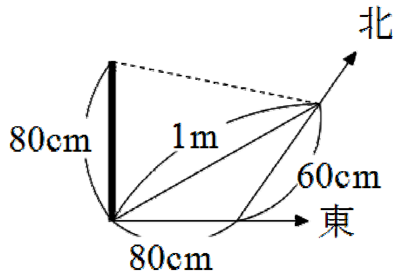


地面にできた影の面積は，
（４＋２４）×１０÷２－（３＋６）×３÷２＝１４０－１３.５＝１２６.５（m ^{2}）となる。

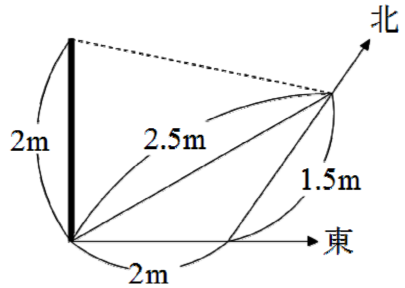
答え　１２６.５m ^{2}

第１２回Ｂ　$\boxed{4}$

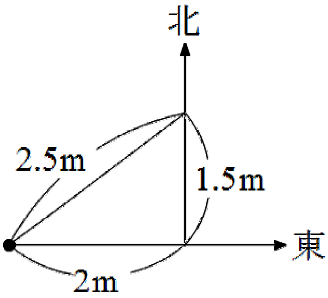
８０ cm の棒の影は，右図のようになる。
へいの高さは２ｍ＝２００ cm なので，８０ cm の棒の　２００÷８０＝２.５(倍）である。
それぞれの長さを２.５倍して，



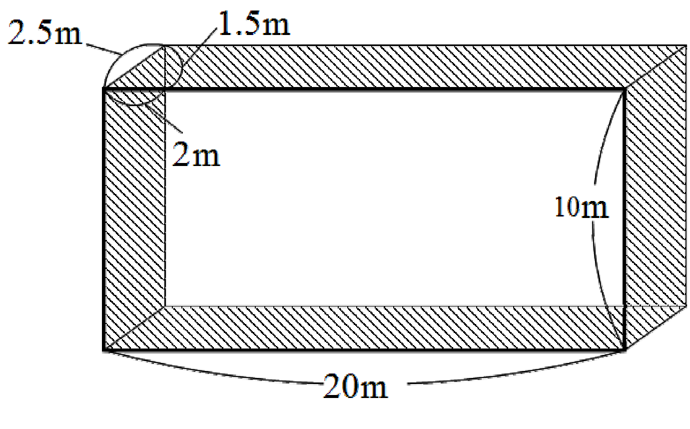
２ｍの棒ならば，右図のように影ができる。



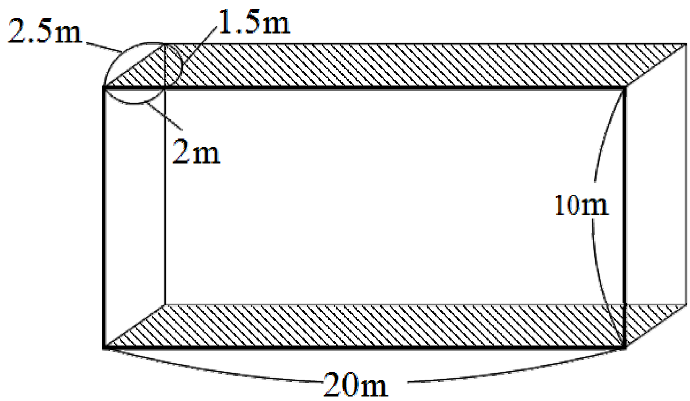
上から見ると，右図のようになる。
影は，棒の北東のほうにできる。
（正確に北東にできるわけではない）



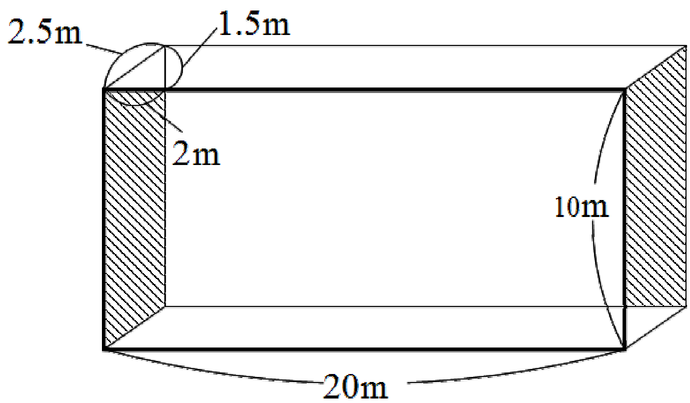
へいの影も，右図のように北東にほうにかたむいてできる。
この，斜線部分の面積を求める問題である。



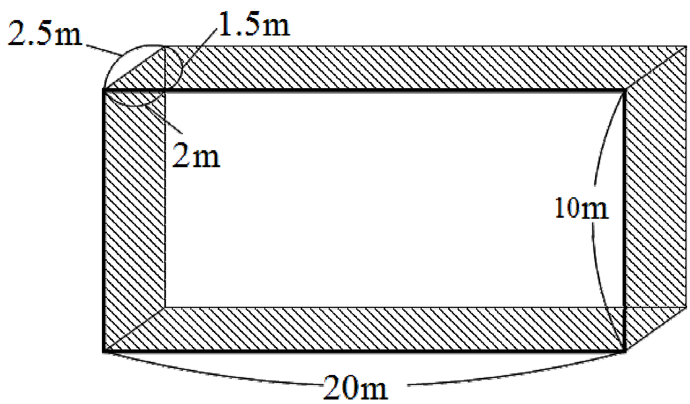
右図の斜線部分は，どちらも平行四辺形である。
平行四辺形の底辺は２０ｍ，高さは１.５ｍだから，
２０×１.５×２＝６０（m^2）。



ほかの影の部分は，右図の斜線部分の台形２つぶんである。
台形の上底は１０ｍ，下底は　１０－１.５＝８.５（ｍ），
台形の高さは２ｍであるから，
（１０＋８.５）×２÷２×２
＝３７（m^2）。



よって，影の部分の面積は，
６０＋３７＝９７（m^2）。



答え　９７m^2