## ニュートン算の特訓・解答と解説

答 解  $1 \quad 4$ (2)  $3\frac{1}{1.3}$ 2(1)2 0 3 (1) (2)288 4(1) (2) 13, 20  $2\frac{1}{1}$ 6 (1) 7 2 0 (2) 3 0 (3) 4, 48 7 (1) 1 2 0 (2)1 0 (3) 6 8 (1) 1 0 (2)1 2 9 (1) (2) 9 6 6 (3) 4 10(1) 9 0 1 1 7 (2)11(1) 1 5 (2) 2 1 12(1) 9, 30 (2) 9, 36 (3) 9, 8 13(1) 1 0 4 (2) 6 (3) 1 6 14(1)(2) 2 2 (3) 10

## 解 説

[1] 牛が草を食べている間にも,草は毎日生え続けることに注意しながら,次の解説を1つずつ, しっかり読んでいこう。

1頭の牛が1日に食べる草の量を1kgとする。

6頭の牛が9日間に食べる草の量は、 $1 \times 6 \times 9 = 54 \text{ (kg)}_{\circ}$  … (ア)

8頭の牛が6日間に食べる草の量は、 $1 \times 8 \times 6 = 48$  (kg)。 …(イ)

(ア)と(イ)では、草の量が 54-48=6 (kg)違う。

よって、9-6=3(日間)で、6 kg の 草が生えたことがわかる。

1日あたり、 $6 \div 3 = 2$  (kg)ずつ、草は生えていく。 …(ウ)

ところで, (ア)で求めた54kgは, はじめに生えていた草の量だけではない。

はじめに生えていた草だけでなく、9日間に生えてきた草も、牛は食べたはずだ。

よって, (はじめに生えていた草の量)+(9日間に生えた草の量)=54kg となる。

ところが(ウ)により、1日に草は2kgずつ生えていくのだから、

9日間では、 $2 \times 9 = 18 (kg)$ の草が生えた。

よって、はじめに生えていた草の量は、54-18=36 (kg)。…(エ)

わかったことを整理すると、次のようになる。

1頭の牛が1日に食べる草の量を1kgとする。

1日あたり、2kgずつ、草は生えていく。

はじめに生えていた草の量は、36kg。

この問題は、11頭の牛を放したときに、何日間で草を食べつくすかという問題だった。 1頭の牛は1日に1kgの草を食べるとしたのだから、11頭の牛は1日に11kgの草を食べる。

ところが, 1日あたり, 2kgずつしか, 草は生えない。

ということは、草が生えていく量よりも、草がなくなっていく量の方が多いことに気づく。 1日あたり、11-2=9(kg)ずつ、草の量が減っていくのだから、

はじめにあった36kgは、36÷9=4(日間)で、食べつくしてしまう。

<u>答え 4日間</u>

- 2 1の問題と同じように解けばよい。
  - 1の草にあたるのが、この問題では行列の人数で、

— 牛にあたるのが、この問題では入場口になる。

- (1) 1つの入場口が1分に入場させる人数を、1人とする。
  - 2ヶ所の入場口が10分で入場させた人数は、 $1 \times 2 \times 10 = 20$ (人)。…(ア)
  - 4ヶ所の入場口が4分で入場させた人数は、 $1 \times 4 \times 4 = 16$  (人)。…(イ)
  - (r)と(1)では、20-16=4(1)ちがう。

よって、10-4=6(分間)で、4人増えたことがわかる。

1分あたり、 $4 \div 6 = \frac{2}{3}(人)$ ずつ、増えていく。 …(ウ)

ところで、(ア)で求めた20人は、入場口を開いたときに並んでいた人たちだけではない。10分で増えた人たちも、入場させたはずだ。

よって、(入場口を開いたときに並んでいた人数) + (10分で増えた人数) = 20人となる。

ところが(ウ)により、1分間に行列の人数は $\frac{2}{3}$ 人ずつ増えていくのだから、

10分では、 $\frac{2}{3}$ ×10= $\frac{20}{3}$ (人)が増えた。

よって、入場口を開いたときに並んでいた人数は、 $20-\frac{20}{3}=\frac{40}{3}$ (人)。

わかったことを整理すると,次のようになる。

1つの入場口が1分に入場させた人数を1人とする。

1分あたり, $\frac{2}{3}$ 人ずつ,人数は増えていく。

入場口を開いたときに並んでいた人数は、 $\frac{40}{3}$ 人。

ところで, ずっと前は, 入場口には, だれも並んでいなかったはずだ。

そして、1分に $\frac{2}{3}$ 人ずつ、行列が並んでいって、

入場口を開いたときには、すでに $\frac{40}{3}$ 人が並んでいたはずだ。

ということは、行列ができはじめたのは、入場口を開く時刻の、

$$\frac{40}{3} \div \frac{2}{3} = 20$$
 (分)前, ということになる。

答え 20分前

(2) 1つの入場口は、1分間に1人ずつ入場させると、はじめに決めた。 入場口を5ヶ所にすると、1分間に5人ずつ入場させることになる。

ところで、1分あたり、 $\frac{2}{3}$ 人ずつ、人数は増えていく。

ということは、行列の人数は、1分間に  $5-\frac{2}{3}=\frac{13}{3}$ (人)ずつ、減っていくことになる。

入場口を開いたときには $\frac{40}{3}$ 人がいて、1分間に $\frac{13}{3}$ 人ずつ減っていくのだから、

 $\frac{40}{3}$  ÷  $\frac{13}{3}$  =  $3\frac{1}{13}$  (分)後に、行列はなくなってしまう。

答え  $3\frac{1}{13}$ 分後

 $\boxed{3}(1)$  1つの窓口が1分に受け付ける人数を, 1とする。

4つの窓口が32分で受け付けた人数は、 $1 \times 4 \times 32 = 128$ 。…(ア)

5つの窓口が24分で受け付けた人数は、 $1 \times 5 \times 24 = 120$ 。…(イ)

 $(r) \ge (1) r = 120 = 8$  5 r = 5

よって、32-24=8(分間)で、8増えたことがわかる。

1分あたり、 $8 \div 8 = 1$  ずつ増えていく。

1分あたり1ずつ増えていって、32分のときには128になったのだから、はじめの人数は、128-1×32=96。

わかったことを整理すると、次のようになる。

1つの窓口が1分受け付けた人数を1とする。 行列は1分あたり、1ずつ増えていく。

はじめの人数は,96。

ところで実際は、問題文に「1分間に3人の割合で入場者が行列に加わっていきます。」と書いてあるので、1=3人、であることがわかる。

すると、はじめの人数は96にあたるので、 $3 \times 96 = 288$ (人)。

答え 288人

(2) (1)の解説で、ワクの中に書いたことを使ってみよう。

はじめの人数は、96にあたる。1分あたり1ずつ増えていくので、15分では、

 $96+1\times15=111$  になる。

これだけの人数を、15分でなくさなければならないので、1分あたり、

 $111 \div 15 = 7.4$  ずつ, なくしていかなければならない。

ところで、1つの窓口では、1ずつなくしていけるのだから、

 $7.4 \div 1 = 7.4$ (個)の窓口があれば、ぴったり15分で行列がなくなる。

15分以内で行列をなくすためには、窓口は7.4個よりも多く必要だから、7.4をこえる整数の中で最も小さい、8個が正解になる。

答え 8個

(4) 窓口を一つあけた場合,はじめに並んでいた80人だけの受付をしたのではなくて, あとから毎分4人ずつ80分で並んだ人たちの受付もしたはず。

よって、 $80+4\times80=400$ (人)の受付をしたことになる。

窓口一つが、80分で、400人の受付をしたのだから、

窓ローつは、1分間に、 $400 \div 80 = 5(人)$ ずつ受付をしたことになる。

答え 5人

(2) (1)で求めたように、窓口一つでは、1分間に5人ずつ受付をすることができる。窓口を二つあけると、1分間に $5 \times 2 = 10$ (人)ずつ受付をすることができる。つまり、窓口二つの場合は、1分間に10人ずつ行列を減らしていけることになる。

ところが、行列には毎分4人ずつ加わっていくのだから、10-4=6(人)ずつ、行列は減っていくことになる。

はじめに80人並んでいて、6人ずつ行列が減っていくのだから、

 $80 \div 6 = 13\frac{1}{3}$ (分)  $\rightarrow$  13分20秒で、行列はなくなる。

答え 13分20秒

5 1台のポンプが1分間にくみ出す水の量を1とする。

1台のポンプが15分間にくみ出す水の量は、 $1 \times 15 = 15$  となる。…(ア)

2台のポンプが6分間にくみ出す水の量は、 $1 \times 2 \times 6 = 12$  となる。…(イ)

(ア)と(7)では,15-12=3 ちがう。その理由は,(ア)の方が,15-6=9(分)だけよけいに時間がかかったので,その間に水は3だけ入ってきたから。

9分間に3だけ水が入ってくるので、1分あたり、3÷9= $\frac{1}{3}$ ずつ、水が入ってくる。

(ア)では、15分間で15の水をくみ出したのだが、この中には、15分で蛇口から入ってきた量である、 $\frac{1}{3} \times 15 = 5$  の水もふくまれている。

よって、はじめの水の量は、15-5=10 となる。

わかったことを整理すると,次のようになる。

1台のポンプが1分間にくみ出す水の量を1とする。

1分あたり、 $\frac{1}{3}$ ずつ、水が入ってくる。

はじめの水の量は、10。

ポンプを4台使うと、1分間に4ずつ水をくみ出すことになるが、水は $\frac{1}{3}$ ずつ入ってくる

ので、 $4-\frac{1}{3}=\frac{11}{3}$  ずつ、水は減っていくことになる。

はじめの水の量は10だったから, $10 \div \frac{11}{3} = 2\frac{8}{11}$ (分後)に,水そうは空になる。

答え  $2\frac{8}{11}$ 分後

 $\boxed{6}$ (1) はじめに 2 4 0 人が並んでいて、毎分 4 0 人ずつ増えていく。 1 2 分後には、 2 4 0 + 4 0 × 1 2 = 7 2 0 (人)になる。

答え 720人

(2) (1)により、2つの入口を、12分で通過した人数は、720人であることがわかった。 ということは、2つの入口を、1分あたりに通過した人数は、720÷12=60(人) になる。

よって、1つの入口を、1分あたりに通過した人数は、 $60 \div 2 = 30$ (人)。

答え 30人

(3) (2)により、1つの入口を、1分あたりに通過した人数は、30人であることがわかった。 もし入口を3つにしていたら、1分あたりに通過する人数は、30×3=90(人)になる。

毎分40人の割合で人が増えるが、毎分90人の割合で入口を通過させるのだから、

1分に 90-40=50(人)ずつ, 行列の人数は減っていく。

はじめに240人が並んでいて、50人ずつ減っていくのだから、

 $240 \div 50 = 4.8(分)$ 。

答え 4分48秒

7(1) 1秒間に1人ずつ = 1分間に60人ずつ

はじめに1800人が並んでいて、1分間に60人ずつ増えていくのだから、30分後 には、 $1800+60\times30=3600$ (人)を入場させた。

30分で3600人を入場させたのだから、1分あたり、 $3600\div30=120$ (人) ずつ,入場させたことになる。

(2) (1)により、1か所の入場口は、1分あたり120人ずつ入場させることがわかった。 入場口の門を2か所開けると、1分あたり 120×2=240(人)ずつ入場させること ができる。

ところで、1分間に60人ずつ並ぼうとする人がいるのだから、240-60=180(人)ずつ、行列の人数は減っていく。

はじめに1800人が並んでいて、1分間に180人ずつ減っていくのだから、

 $1800 \div 180 = 10$ (分)で、行列はなくなる。

答え 10分

この解き方を、1つの式にすると、次のようになる。

 $1800 \div (120 \times 2 - 60) = 10$ 

(3) (2)は入場口が2か所の場合だった。入場口の数を□か所とすると、3分で行列がなくな るときの式は,

 $1800 \div (120 \times \square - 60) = 3$ 

となる。あとは逆算をすればよい。

 $1 \ 8 \ 0 \ 0 \div 3 = 6 \ 0 \ 0$ 

 $6\ 0\ 0+6\ 0=6\ 6\ 0$   $6\ 6\ 0 \div 1\ 2\ 0=5.5$ 

よって、入場口が5.5か所あれば、ちょうど3分で行列がなくなる。

3分以内で行列をなくすためには、入場口の数を5.5か所よりも多くすればよい。 したがって、入場口の数を6か所にすればよい。

答え 6か所

|8|(1) はじめに100人がいて、毎分5人ずつ列に加わるのだから、20分間に発売した人数 は、 $100+5\times20=200$ (人)。

1 つの売り場は、20分間で、200人にチケットを販売したのだから、1分間に販売 した人数は、 $200 \div 20 = 10$ (人)。

(2) 毎分5人が列に加わっていくが、(1)で求めたように売り場は10人ずつチケットを販売 していくので、10-5=5(人)ずつ、行列は減っていく。

はじめに60人がいたのだから、 $60 \div 5 = 12$ (分)で、行列はなくなる。

答え 12分

- 「宿題をため込む」という、とても現実感あふれる問題だ。 この問題を通じて、ニュートン算の意味をしっかり理解してほしい。
  - (1) 1日に10間ずつ解くと24日間かかるのだから,

24 日間で、  $10 \times 24 = 240$  (間)を解くことになる。

しかし、この240問という問題数は、いまため込んでいる問題数だけではない。

24日間解いているうちにも,毎日何問かずつ宿題は出されるのだから,

いまため込んでいる問題数+24目間で増える問題数=240問 となる。…(ア)

また、1日に18間ずつ解くと8日間かかるのだから、

8日間で、 $18\times8=144$  (問)。これも同様に、

いまため込んでいる問題数+8日間で増える問題数=144問 となる。…(イ)

(r)と(1)では、240-144=96(問)ちがう。そのわけは、(r)の方が、宿題を やり終えるのに、24-8=16(日間)だけ、多く日数がかかったから。

16日間で、96問が宿題として出されたのだから、1日あたり、96÷16=6(問)。

答え 6 問

(2) (1)によって、毎日6問ずつ宿題が出されることがわかった。

(ア)において、24日間で増える問題数は、 $6\times24=144$ (問) だから、いまため込んでいる問題数は、240-144=96(問)。

答え 96問

(3) (1)によって、毎日6問ずつ宿題が出されることがわかった。

1日に30間ずつ解くと、30-6=24(間)ずつ、ため込んでいる問題が減っていくことになる。

(2)によって、いまため込んでいる問題数は96間であることがわかっているから、

96÷24=4(日間)で、宿題をすべて終わらせることができる。

答え 4日間

## 10(1) グラフを見ると,

4ゲートの場合は15分間で行列がなくなり、

6 ゲートの場合は、52.5-45=7.5 (分間)で行列がなくなることがわかる。

ここで、1ゲートを、1分間に通過した人数を1とする。

4 ゲートを 15 分間で通過した人数は、 $1 \times 4 \times 15 = 60$ 、 …(ア)

6 ゲートを 7.5 分間で通過した人数は、 $1 \times 6 \times 7.5 = 4.5$ 。…(イ)

(r)と(1)では,60-45=15 ちがう。その理由は,ゲートを開けていた時間が,

15-7.5=7.5(分)ちがうから。

この 7.5 分間で,行列は 1.5 だけ増えたのだから, 1.5 かあたり, 1.5 ÷ 7.5 = 2 ずつ,行列は増えることになる。

はじめに何人かいて、1分に2ずつ増えて、(r)のように、15分では60になったのだから、はじめの人数は、 $60-2\times15=30$  になる。

以上整理すると,

1ゲートを1分間に通過した人数を1とすると,

1分あたり2ずつ,行列が増える。

はじめの人数は、30。

ところが実際には、1分あたり6人の割合で人が訪れたと書いてあるから、2にあたるのが6人だとわかった。

1あたり、 $6 \div 2 = 3$  (人)で、はじめの人数は30にあたるのだから、

 $3 \times 3 \ 0 = 9 \ 0 \ (\text{\AA})_{\circ}$ 

答え 90人

(2) (1)によって、前の日のはじめの人数は90人とわかった。

また,前の日の開場から30分後の人数は,右のグラフの☆の部分だが,30分後というのは15分後と45分後の真ん中だから, $90 \div 2 = 45$ (人)。

よって、次の日の、開場から30後の人数は、 $45 \div 5 \times 3 = 27$ (人)。

ところで、(1)では1 ゲートを1 分間に通過した人数を1 としたが、1 あたりは3 人だから、3 つのゲートでは、

7 (分) 90 15 30 45 52.5 時間(分) 受付ゲート数 4 ゲート 1 ゲート 6 ゲート

 $3 \times 3 = 9$ (人)ずつ、ゲートを通過したことになる。

1分あたり6人ずつ人が訪れるのだから、9-6=3(人)ずつ、行列は減っていく。そして30分後には、行列は27人になったのだから、はじめに行列にいた人数は、

 $27 + 3 \times 30 = 117 (\text{A})_{\circ}$ 

答え 117人

[1](1) 発売口1つが1分間に発売する人数を1とする。

発売口3つが15分間に発売した人数は、 $1 \times 3 \times 15 = 45$ 。…(ア)

発売口6つが5分間に発売した人数は、 $1 \times 6 \times 5 = 30$ 。…(イ)

(r)と(1)では、45-30=15 ちがう。その理由は、発売した時間が、

15-5=10(分)ちがうから。

よって、1分あたり、15÷10=1.5 ずつ、行列に人が加わっていくことがわかった。

(ア)の、45という人数は、はじめに行列に並んでいた人数だけではなく、15分間に行列に加わった人数もふくまれている。1分間に1.5 ずつ加わるのだから、15分間では、 $1.5 \times 15 = 22.5$  だけ増えて、45になった。

よって、はじめに行列に並んでいた人数は、45-22.5=22.5 となる。以上整理すると、

発売1つが1分間に発売する人数を1とする。1分間に1.5ずつ,行列に加わる。はじめに行列に並んでいた人数は,22.5。

人が並び始めてからは、1分間に1.5ずつ、行列に加わり、開館のときには22.5だけ並んでいたのだから、 $22.5 \div 1.5 = 15$ (分)前から並び始めたことになる。

答え 15分前

(2) 発売口1つが1分間に発売する人数を1としたのだから、発売口6つでは、1分間に 6 ずつ発売する。1分間に1.5 ずつ、行列に人が加わっていくのだから、

6-1.5=4.5 ずつ, 行列の人数は減っていく。

はじめに行列に並んでいた人数は 22.5 だから, 3 分後には,  $22.5-4.5 \times 3=9$  になる。

その後は、発売口を2つにしたので、1分間に2ずつ発売する。1分間に1.5ずつ、

行列に人が加わっていくのだから、2-1.5=0.5 ずつ、行列の人数は減っていく。 発売口を2つにしてから、 $9\div0.5=18$ (分)後に、行列はなくなることになる。

よって、行列がなくなったのは、開館してから、3+18=21(分)後。

答え 21分後

12(1) 1つの窓口で1分ごとに入場券を買っていく客の人数を1とする。

窓口を3つ開くと、10時30分までの90分間に買った客の人数は、

 $3 \times 9 \ 0 = 2 \ 7 \ 0_{\circ} \ \cdots (\mathcal{T})$ 

窓口を5つ開くと、9時18分までの18分間に買った客の人数は、

 $5 \times 1 8 = 9 0_{\circ} \cdots (\checkmark)$ 

 $(\mathcal{P})$ と $(\mathcal{A})$ では,270-90=180 ちがう。よって,90-18=72 (分間)に,

客は180だけ並んだことになる。1分あたり, $180\div72=2.5$  ずつ並ぶ。

(r)によって,90分後の客の人数は270であることがわかっているから,はじめの客の人数は, $270-2.5 \times 90 = 45$  になる。

以上整理すると,

1つの窓口で1分ごとに入場券を買っていく客の人数を1とする。

1分あたり2.5ずつ、客が行列に並ぶ。

はじめの客の人数は,45。

いま、窓口を4つ開いたのだから、客は1分あたり4ずつ入場券を買っていく。

1分あたり2.5ずつ客が行列に並ぶのだから、4-2.5=1.5 ずつ、行列の人数は減っていく。はじめに45いたのだから、 $45\div1.5=30$ (分)後に、行列はなくなる。

答え 9時30分

(2) 休日は、はじめの客の人数が2倍、1分ごとに入場券を買っていく客の人数は3倍だから、次のようになる。

1つの窓口で1分ごとに入場券を買っていく客の人数を1とする。 1分あたり7.5ずつ,客が行列に並ぶ。 はじめの客の人数は,90。

いま、窓口を10個開いたのだから、客は1分あたり10ずつ入場券を買っていく。

1分あたり 7.5 ずつ客が行列に並ぶのだから、10-7.5=2.5 ずつ、行列の人数は減っていく。はじめに 90 いたのだから、 $90\div 2.5=36$  (分)後に、行列はなくなる。

答え 9時36分

(3) 窓口を10個開いたのだから、客は1分あたり10ずつ入場券を買っていく。 9時15分までの15分間で、 $10 \times 15 = 150$  の客が、入場券を買ったことになる。 入場券を売り始める 9時00分には、90の客がいたのだから、 9時から行列に並んだ人の中で、150-90=60(番目)までに並べばよいことがわかる。

1分あたり7.5ずつ客が行列に並ぶのだから,60÷7.5=8(分)までに並べばよい。

答え 9時8分

13(1) 上映の60分前は,行列は164人だった。

その15分後,つまり上映の45分前には,行列は134人になった。

15分間で、164-134=30(人)だけ、行列が減った。

さらに 15 分たつと、上映の 30 分前になるが、その 15 分間でも同じように 30 人だけ行列が減るはず。

よって、上映の30分前の行列は、134-30=104(人)になっている。

答え 104人

(2) はじめに164人いたのが、窓口3つのときは15分後には134人になったのだから、15分間で、164-134=30(人)だけ、行列が減った。

1分あたり、 $30 \div 15 = 2$ (人)ずつ、行列を減らすことがわかる。

その調子で上映30分前までチケットを売っていくと、さらに30人だけ行列が減ることになるから、行列の人数は、134-30=104(人)になる。

ここで窓口を2つ増やして5つにしたら、その5分後には34人になったのだから、

5分間で、104-34=70(人)だけ、行列が減った。

1分あたり、 $70 \div 5 = 14(人)$ ずつ、行列を減らすことがわかる。

以上整理すると,次のようになる。

窓口が3つのときは、1分あたり2人ずつ、行列を減らす。 窓口が5つのときは、1分あたり14人ずつ、行列を減らす。

行列に加わっていく人数は、窓口を3つにしようが5つにしようが変わらないので、

14-2=12(人)が、窓口2つで、1分間に入場させた人数になる。

窓口1つあたり、1分間で、 $12 \div 2 = 6$ (人)ずつ、入場させたことになる。

答え 6人

(3) (2)によって、窓口1つあたり、1分間で、6人ずつ入場させることがわかった。窓口が3つならば、1分間で、 $6\times3=18$ (人)ずつ、入場させることになる。ところが(2)で整理したように、窓口が3つのときは、1分あたり2人ずつしか、行列は減っていない。

その理由は、窓口で18人も入場させても、行列にどんどん加わっていくから。 行列に加わっていく人数は、1分あたり 18-2=16(人)になる。

答え 16人

14(1) はじめに 550人がいて,毎分10人ずつ行列に加わっていくのだから,50分後には,  $550+10\times50=1050$ (人)になる。この人数を,窓口3つが,50分間で受け付をした。

窓口3つは、1分あたり、1050÷50=21(人)ずつ受け付けたことになる。窓口1つは、1分あたり、21÷3=7(人)ずつ、受け付けをした。

答え 7人

(2) 整理すると,次のようになる。

はじめに550人がいた。

1分あたり、10人ずつ行列に加わる。

窓口1つは、1分あたり、7人ずつ受け付けをした。

いま、窓口を5つにしたのだから、1分あたり、 $7 \times 5 = 35(人)$ ずつ、受け付けをする。

1分あたり、10人ずつ行列に加わっていくので、35-10=25(人)ずつ、行列の人数は減っていく。

はじめに550人がいたのだから、 $550 \div 25 = 22$ (分)で、行列はなくなる。

答え 22分

(3) 受け付けを開始してから 10 分では、 $550+10\times10=650$  (人) の受け付けをしなければならない。

1分あたり、 $650 \div 10 = 65(人)$ ずつ、受け付けをする必要がある。

窓口1つでは、1分あたり7人ずつ受け付けをするので、

 $65 \div 7 = 9.2 \cdots (か所)$ の窓口があれば、ちょうど10分で行列がなくなる。

10分以内に行列をなくすためには、窓口の数は9.2か所より多く必要。

よって、最低の窓口の数は、10か所になる。

答え 10か所