演習問題集·6年上·第9回·応用問題のくわしい解説

すぐる学習会

---

1 (1)

ワンポイント 「400」の存在を忘れやすいので，注意しましょう。

400 以下の整数を，次のように場合分けします。

(ア)	1 から 99 まで	… 百の位は 0
(イ)	100 から 199 まで	… 百の位は 1
(ウ)	200 から 299 まで	… 百の位は 2
(エ)	300 から 399 まで	… 百の位は 3
(オ)	400	… 百の位は 4

99÷8＝12 あまり 3 ですから，(ア)の中に 8 の倍数は 12 個あります。

24個
12個 1，2，3，…，99 ，(イ) 100，101，102，…，199

199÷8＝24 あまり 7 ですから，1 から 199 までの中に 8 の倍数は 24 個あります。

また，1 から 99 までの中に 8 の倍数は 12 個ありました。

よって，(イ)の中に 8 の倍数は，24－12＝ 12（個）あります。

37個
24個 1，2，3，…，199 ，(ウ) 200，201，202，…，299

299÷8＝37 あまり 3 ですから，1 から 299 までの中に 8 の倍数は 37 個あります。

また，1 から 199 までの中に 8 の倍数は 24 個ありました。

よって，(ウ)の中に 8 の倍数は，37－24＝ 13（個）あります。

49個
37個 1，2，3，…，299 ，(エ) 300，301，302，…，399

399÷8＝49 あまり 7 ですから，1 から 399 までの中に 8 の倍数は 49 個あります。

また，1 から 299 までの中に 8 の倍数は 37 個ありました。

よって，(エ)の中に 8 の倍数は，49－37＝ 12（個）あります。

（次のページへ）

場合分けの結果，百の位は次のようになります。

（ア）	1 から 99 まで	…	百の位は 0	
（イ）	100 から 199 まで	…	百の位は 1	1が12個あるので，1×12＝12
（ウ）	200 から 299 まで	…	百の位は 2	2が13個あるので，2×13＝26
（エ）	300 から 399 まで	…	百の位は 3	3が12個あるので，3×12＝36
（オ）	400	…	百の位は 4	4が1個あるので，4×1＝4

よって，400 以下の 8 の倍数について，百の位の数の和は，12＋26＋36＋4＝ 78 になります。

---

1 (2)

ワンポイント　一の位の数の規則性を発見しましょう。

8 の倍数を小さい方から書いていくと，8，16，24，32，40，48，56，64，72，80，……となります。
一の位だけ書いていくと，8，6，4，2，0，8，6，4，2，0，……となります。
つまり一の位は，「8，6，4，2，0」の 5 個を 1 つの周期として，何回も周期がくり返されていることがわかります。

500÷8＝62 あまり 4 ですから，1 から 500 までの中に，8 の倍数は 62 個あります。
1 周期は 5 個ですから，62÷5＝12 あまり 2 により，12 周期と，あと 2 個のあまりがあることがわかります。
2 個のあまりは，8 と 6 です。

1 周期の和は 8＋6＋4＋2＋0＝20 で，それが 12 周期あり，他に 8 と 6 があるので，一の位の数の和は，20×12＋8＋6＝254 になります。

1 (3)

ワンポイント　規則がわかるまで，書き抜きましょう。

8の倍数を，十の位と一の位が両方とも0になるまで書き抜くと，次のようになります。

（ア）

8，16，24，32，40，48，56，64，72，80，88，96，104，112，120，128，136，144，152，160，168，176，184，192，200

200までの8の倍数なので，200÷8＝25（個）あります。

このあとは，208，216，224，…となり，百の位を書かずに十の位と一の位のみ書くと，08，16，24，…となって，（ア）と同じになり，じゅんかんすることがわかります。

（ア）の十の位だけ書くと，

（イ）

0，1，2，3，4，4，5，6，7，8，8，9，0，1，2，2，3，4，5，6，6，7，8，9，0　の25個です。

この1周期の数字の和は，
0＋1＋2＋3＋4＋4＋5＋6＋7＋8＋8＋9＋0＋1＋2＋2＋3＋4＋5＋6＋6＋7＋8＋9＋0＝110
です。

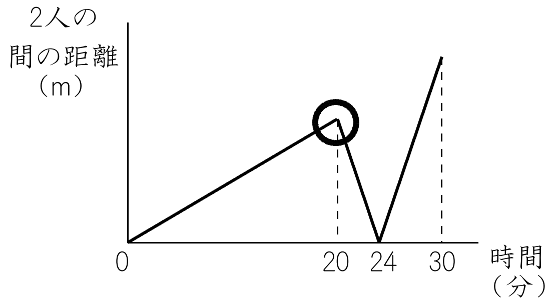
ところで，1000以下の8の倍数は，1000÷8＝125（個）あります。
125÷25＝5（周期）あることになりますから，十の位の数の和は，110×5＝550 になります。

2 (1)

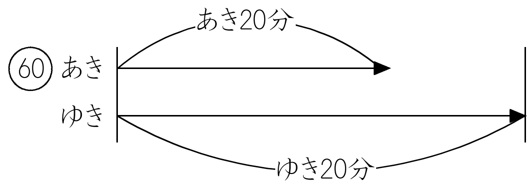
ワンポイント　グラフの折れ曲がっているところで，どんなことが起きたのかを考えましょう。

あきさんよりもゆきさんの方が速いので，ゆきさんの方が先にB町に着きます。

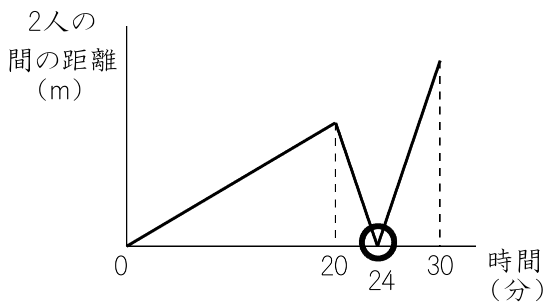
グラフを見ると，出発してから20分後に，ゆきさんがB町に着いたことがわかります。



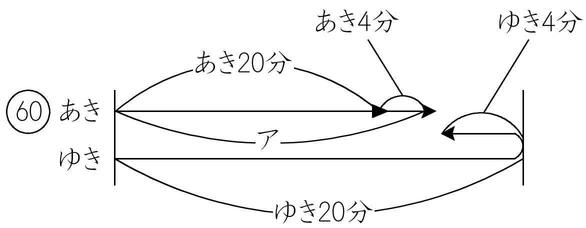
出発してから20分後には，右の図のようになります。



出発してから24分後には，2人の間の距離は0mになっています。
2人が出会った，ということです。



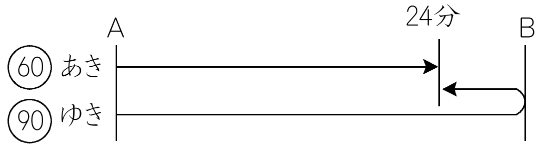
出発してから24分後には，右の図のようになります。
右の図のアの部分は，分速60mのあきさんが，24分間で進んだ距離ですから，
60×24＝1440（m）です。
この距離を，ゆきさんは 20－4＝16（分）で進みます。
よって，ゆきさんの分速は，1440÷16＝90（m）になります。



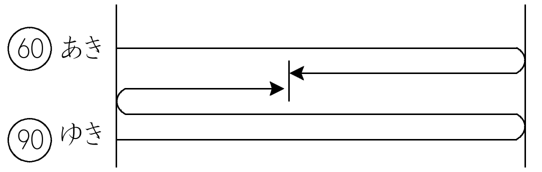
2 (2)

ワンポイント　あきさんとゆきさんは，何分ごとに出会うのかを考えましょう。

あきさんとゆきさんの2人は，出発してから24分後にはじめて出会います。
出会うまでに，2人合わせてAB間の距離2本ぶんを進んでいます。



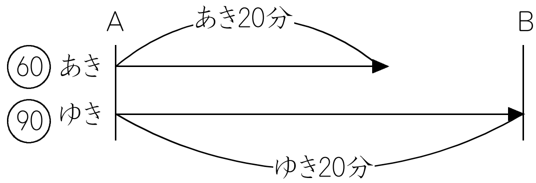
2人が出発してから2回目に出会うまでのようすは，右の図のようになります。
2回目に出会うまでに，2人合わせてAB間の距離4本ぶんを進んでいます。
1回目の距離の2倍進んでいますから，2回目に出会うのは，24×2＝48（分後）になります。



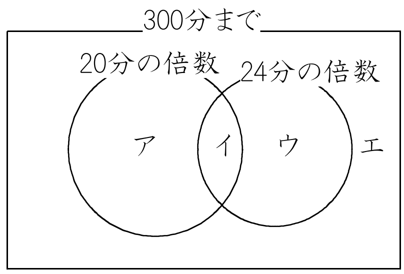
1回目は24分後，2回目は48分後，……というように，24分の倍数ごとに，2人は出会うことになります。

5時間 ＝ 300分で，300÷24＝12 あまり 12 ですから，2人は12回出会うことになります。

ところで，ゆきさんはAB間を20分で進むことができました。
ゆきさんはA町，またはB町に，20分の倍数ごとに着くことになります。



右のベン図において，2人が出会うのは24分の倍数ごとですから，イとウの部分です。
また，ゆきさんがA町，B町に着くのは20分の倍数ごとですから，アとイの部分です。
この問題では，2人が出会う回数のうち，A町やB町出会うのを除いた回数を求めることになっていましたから，右の図のウの部分を求めることになります。



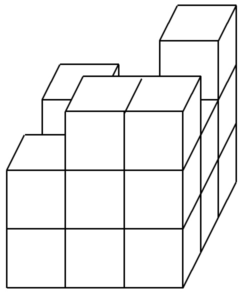
イとウを合わせた部分は12回でしたから，イの部分の回数を引けば答えになります。
イの部分は，20分と24分の公倍数です。
最小公倍数は120分ですから，300÷120＝2 あまり 60 により，イは2回になります。

よって答えは，12－2＝ 10（回）になります。

3

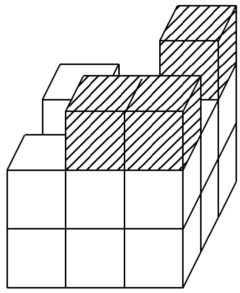
ワンポイント　(1)から(3)まで，まとめて片付けてしまいます。

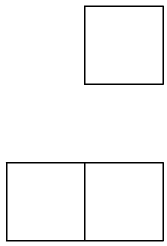
この立体の見取り図は，右の図のようになります。
（見取り図を書けるようになる必要はありません。）



この立体の下から数えて3段目は，斜線の部分ですから，右の図のようになります。

テキストの図の，「3」という数字が書いてある立体です。

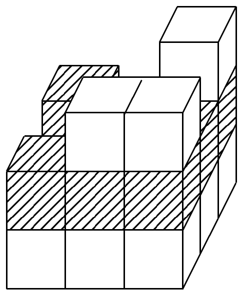


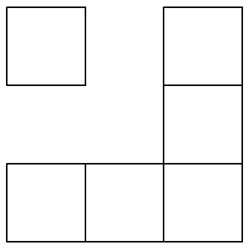


3段目

この立体の下から数えて2段目は，斜線の部分ですから，右の図のようになります。

テキストの図の，「2」と「3」という数字が書いてある立体です。

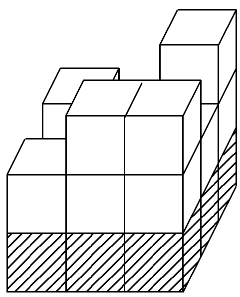


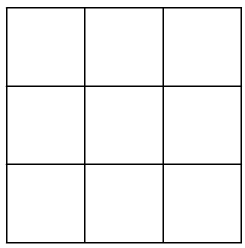


2段目

この立体の最も下の（1段目）は，斜線の部分ですから，右の図のようになります。

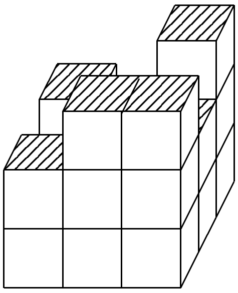
テキストの図の，すべての面になります。

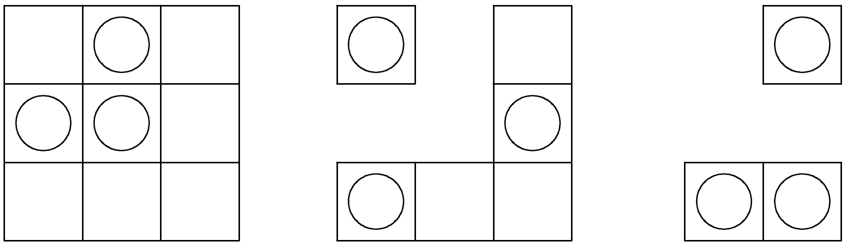




1段目

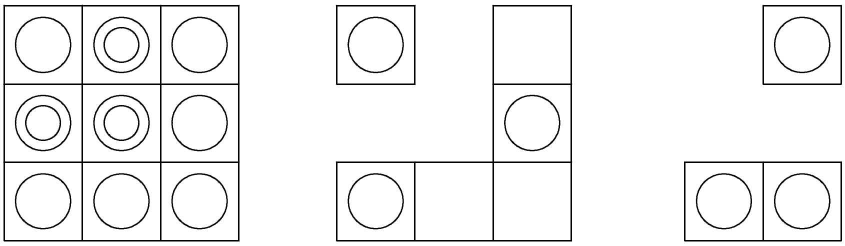
上から見て見える面にマルをつけたのが，下の図です。見取り図では，上から見て見える面に斜線をつけてあります。





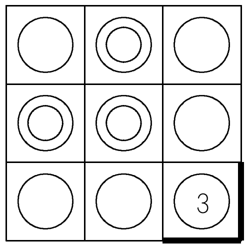
1段目　　2段目　　3段目

また，下から見て見える面にもマルをつけたのが，右の図です。



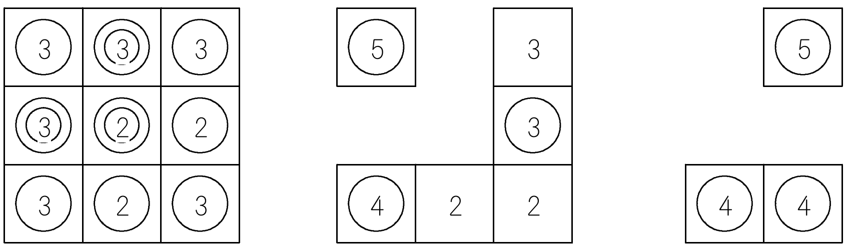
1段目　　2段目　　3段目

たとえば1段目の右下の立体なら，太線の部分である側面が赤く，また，マルがついているので下の面が赤くなり，合計3面が赤くなります。



1段目

同様の作業をすべての立体について行うと，右の図のようになります。



1段目　　2段目　　3段目

(1)　1段目は，3＋3＋3＋3＋2＋2＋3＋2＋3＝24(面)，2段目は，5＋3＋3＋4＋2＋2＝19(面)，3段目は，5＋4＋4＝13(面)が赤いので，全部で，24＋19＋13＝56(面)が赤くなります。

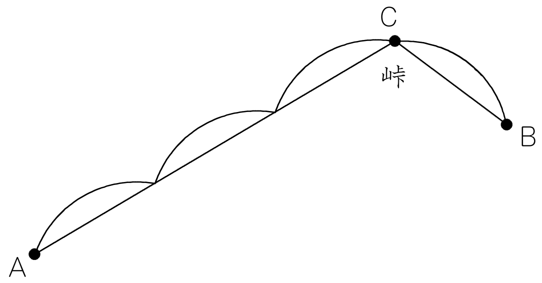
(2)　1段目に3個，2段目に2個，3段目にはないので，全部で，3＋2＝5(個)です。

(3)　1段目に6個，2段目に2個，3段目にはないので，全部で，6＋2＝8(個)です。

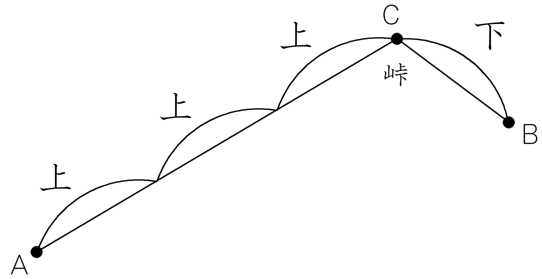
4 (1)

ワンポイント　消去算です。

右の図のように，AC間の距離は，BC間の３倍です。



AからBまで行くときは，右の図のように，上って上って上って下ります。それが６時間 30 分＝ 390 分かかったのですから，

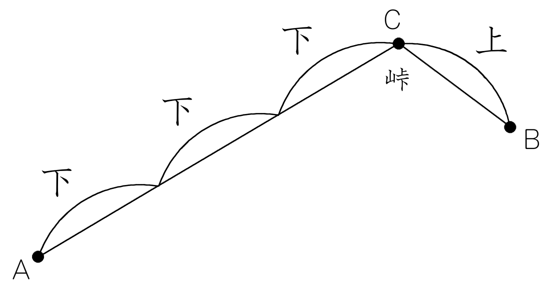


上上上下＝390分

…(ア)

となります。

また，BからAまで帰るときは，右の図のように，上って下って下って下ります。それが５時間 30 分＝ 330 分かかったのですから，



上下下下＝330分

…(イ)

となります。

上りをそろえるために，(イ)の式を３倍すると，

上上上下下下下下下下下下＝990分

…(ウ)

となります。

(ア)と(ウ)の式をくらべると，「上」の個数はそろっていて，「下」の個数は，(ア)は1個，(ウ)は9個ですから，9－1＝8(個)ちがいます。よって，「下」8個が，990－390＝600(分)になるので，「下」1個は，600÷8＝75(分)になります。

(イ)により，「上」1個は，330－75×3＝105(分)になります。

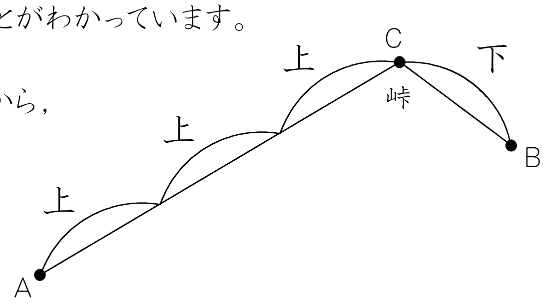
したがって，B地からからC地点までの所要時間は，C地点からB地点までの所要時間よりも，105－75＝ 30 (分) 多くなります。

4 (2)

ワンポイント　(1)で，すでに求めてしまいました。

(1)で，「上」1 個は 105 分，「下」1 個は 75 分であることがわかっています。

C地点からB地点までは，右の図の通り「下」1 個ですから，
75 分 ＝ 1 時間 15 分になります。



4 (3)

ワンポイント　(1)，(2)を利用すれば，(3)は簡単です。

(1)で，「上」1 個は 105 分，「下」1 個は 75 分であることがわかっています。
よって，「上」と「下」の，かかる時間の比は，105:75 ＝ 7:5 です。
したがって，「上」と「下」の速さの比は，逆比になって，5:7 です。
しかも，問題文には「下りの速さは上りの速さより，時速 1.5 km速い」と書いてありました。
よって，上りの時速を⑤，下りの時速を⑦とすると，⑦ − ⑤ ＝ ②が，時速 1.5 kmにあたります。
①あたり，1.5÷2＝ 0.75 (km) ですから，上りの時速は，0.75×5＝ 3.75 (km)になります。

また，右の図の「上」1 個ぶんは，(1)で求めた通り
105分 ＝ 1.75 (時間)です。
1 山ぶんの距離は，時速 3.75 kmで 1.75 時間かかる距離ですから，3.75×1.75＝ 6.5625 (km)です。
AからBまでは，4 山ぶんあるので，
6.5625×4＝ 26.25 (km)になります。