シリーズ・６年上・第９回
基本問題・練習問題のくわしい解説

目　次

すぐる学習会

基本 $\boxed{1}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　分子を18にします。

$\frac{3}{7}$の分子を18にすると，分子は18÷3＝6（倍）になっているので，分母も6倍して7×6＝42にします。よって，$\frac{3}{7}=\frac{18}{42}$になります。

$\frac{9}{10}$の分子を18にすると，分子は18÷9＝2（倍）になっているので，分母も2倍して10×2＝20にします。よって，$\frac{9}{10}=\frac{18}{20}$になります。

したがって，$\frac{18}{42}$より大きく，$\frac{18}{20}$より小さい分数ということになりますから，分母は42と20の間の数になります。

既約分数だけ書いていくと，$\frac{18}{41}$，$\frac{18}{37}$，$\frac{18}{35}$，$\frac{18}{31}$，$\frac{18}{29}$，$\frac{18}{25}$，$\frac{18}{23}$の，7個になります。

基本 $\boxed{1}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　お金とかテープとか，何か具体的なものをイメージして解きましょう。

「５５を割ると１あまる」というのは，どういう意味でしょう。
このような，整数の性質についての問題の場合は，お金とか，ひもとかテープとか，具体的なもので考えると，わかりやすくなります。

たとえばテープで考えてみます。

いま，５５cmのテープがあったとします。
このテープを，同じ長さでどんどん切っていって，最後に１cmあまったとすると，これが，「５５をわると１あまる」という意味です。
５５cmをぴったりあまりなく切り終えたのではなく，１cmあまったのですから，もし，５５－１＝５４（cm）のテープだったら，同じ長さで切っていって，ちょうど切り終えたことになります。

つまり，切った長さは，５４の約数になります。

同じようにして，「７６を割ると４あまる」というのは，７６－４＝７２ の約数です。

以上のことから，切った長さは，５４と７２の公約数になります。

公約数を求めるときは，まず最大公約数を求めて，その約数を求めます。

５４と７２の最大公約数は１８です。
１８の約数は，１，２，３，６，９，１８ です。

しかし，１cm，２cm，３cmずつ切っていった場合は，４cmあまるわけがありません。
（あまっている４cmを，もっと切ることができます。）

つまり，「４あまる」と書いてあったら，４以下の数は答えに入れちゃダメ，ということです。

よって，正しいのは，６，９，１８の３個になります。

基本 1 (3)

ワンポイント　根性で見つけて，最小公倍数でピョンピョン，プラスするイメージです。

８で割ると１あまる数は，一番小さい数が１，そこから８ずつプラスしていって，
１，９，１７，２５，３３，４１，４９，……

７で割ると割り切れる数は７の倍数なので，７，１４，２１，２８，３５，４２，
４９，…

両方の数列に登場した，いちばん小さい数は４９です。
このようにして，いちばん小さい数は，根性で見つけるのです。

４９の次の数は，もう根性で見つけるのではありません。最小公倍数を利用します。
「８で割ると１あまる数」は，８ずつピョンピョン，プラスしていって，
「７で割ると割り切れる数」は，７ずつピョンピョン，プラスしていくのですから，
８と７の最小公倍数である，５６ずつピョンピョン，プラスしていけばよいことになります。

いちばん小さい数は４９でした。ですから，４９に，５６ずつプラスしていけばいいわけです。

ところでこの問題は，３けたの数の中で最も大きい数を求めるのでした。
５６ずつプラスしていくのでは，なかなか大きい数になってくれませんから，ここはガーッと，５６の１０倍である，５６０をプラスして，あっという間に大きい数にするのがオススメです。

４９に５６０をプラスすると，４９＋５６０＝６０９です。
もう一度，ガーッと５６０をプラスすると，６０９＋５６０＝１１６９ となり，残念ながら４ケタになってしまいました。

ちょっとやり過ぎたので，１１６９から，５６をちょっとずつ，引いていきましょう。
１１６９－５６＝１１１３，
１１１３－５６＝１０５７，
１０５７－５６＝１００１，(おしい!!)
１００１－５６＝９４５

よって，３けたの最も大きい数は，９４５であることがわかりました。

（次のページへ）

補足　前ページに書いてあるような適当な解き方がキライな人は，ふつうに等差数列の公式を使って，解いていきましょう。

等差数列のＮ番目の数＝はじめの数 ＋ ふえる数 ×（Ｎ－１）

この問題では，はじめの数は４９で，５６ずつ増えていきます。
Ｎ番目の数が，（３けたの数の中で最も大きい）９９９であるとすれば，

４９＋５６×（Ｎ－１）＝９９９　となります。あとは，逆算です。

９９９－４９＝９５０
９５０÷５６＝１６.９…
１６.９＋１＝１７.９

よって，１７.９…番目が，９９９になります。
ということは，１７.９…番目よりもちょっと大きい，１８番目では，９９９をこえてしまって４ケタになるのでダメです。
ですから，１７番目の数が正解になります。

もう一度公式を利用して，

４９＋５６×（１７－１）＝４９＋５６×１６＝４９＋８９６＝９４５

基本 1 (4)

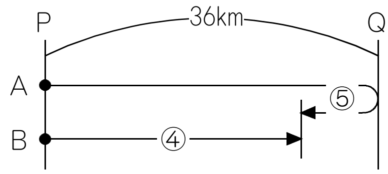
ワンポイント　「Ａが２０分で進む距離をＢは２５分で進む」という文が大切です。

「Ａが２０分で進む距離をＢは２５分で進む」という文を見て，「速さの比を求めることができる」と気がつくようになりましょう。

ＡとＢのかかる時間の比は，２０：２５＝４：５　です。
よってＡとＢの速さの比は，逆比になって５：４　です。

したがって，Ａが５進む間に，Ｂは４だけ進みます。

図にすると，右のようになります。



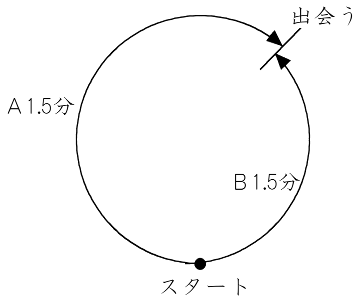
Ａ，Ｂ合わせて，ＰＱ間の距離である３６kmを２本ぶんの，３６×２＝７２（km）を進んでいますから，⑤＋④＝⑨　が，７２kmになります。

①あたり，７２÷９＝８（km）で，出会ったのはＰから④のところですから，８×４＝３２（km）になります。

基本 1 (5)

ワンポイント　図を書いて，時間の比を求めましょう。

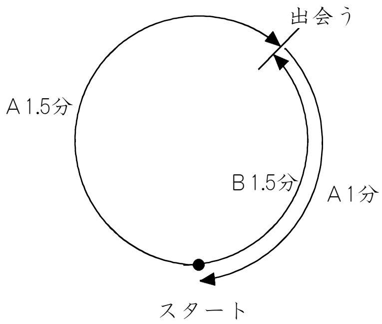
ＡとＢは出発してから１分３０秒後＝１.５分後に出会ったので，出会うまでに兄は１.５分，弟も１.５分進んでいます。



ＡはＢと出会ったあと，１分後に，出発点にもどってきました。

Ａが１分で走ったきょりを，Ｂは１.５分で走ったので，かかった時間の比は　１ ： １.５＝２ ： ３　です。

ところで，Ａは１周するのに，１.５＋１＝２.５（分）かかりました。



時間の比は２ ： ３ですから，Ｂが１周するのに，
２.５÷２×３＝３.７５（分）かかります。

（　$3\frac{3}{4}$分という，分数で答えても，もちろんＯＫです。）

基本 $\boxed{1}$ (6)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　比を有効利用しましょう。

予定では４０分かかるところを，実際は３０分で着きました。

予定と実際の，かかった時間の比は，４０：３０＝４：３ です。

よって，速さの比は，逆比になって，３：４ です。

問題に書いてある通り，実際の方が毎時１kmだけ速く歩きました。
速さの比は３：４で，速さの差は毎時１kmです。
毎時１kmというのが，４－３＝１ にあたります。

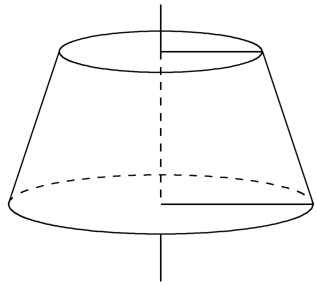
実際の速さは，４にあたりますから，毎時 １×４＝４（km）です。

毎時４kmで，３０分＝０.５時間で着くのですから，自宅と友だちの家の間の距離は，４×０.５＝２（km）になります。

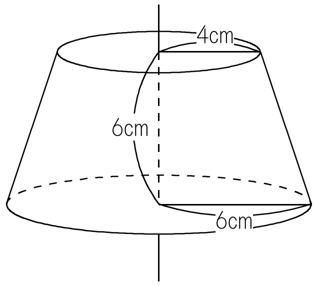
基本$\boxed{1}$ (7)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　ミスをしやすい問題です。

１回転させると，右図のようになります。



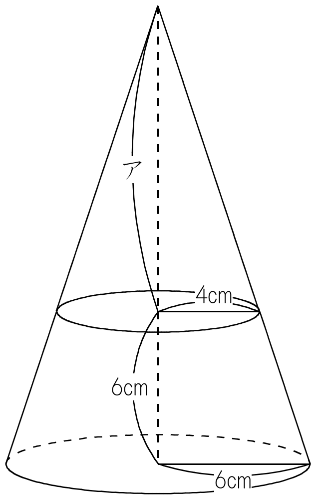
長さを書きこむと，右図のようになります。



上にのばして，右図のような円すいを作ります。

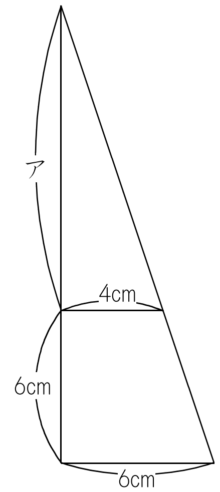
体積は，円すい全体から，上の部分の円すいを引いて求めることになります。

体積を求めるためには，アの長さを求めなければなりません。

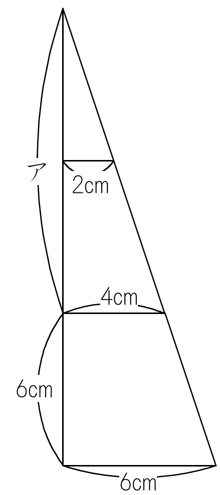


（次のページへ）

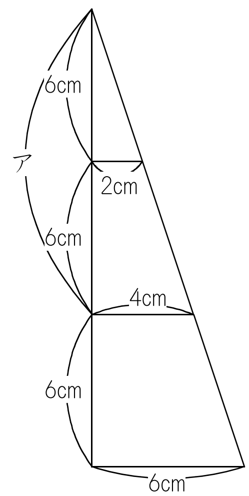
右図の，アの長さを求めるということです。



いろいろな求め方がありますが，たとえば右図のように２cmの長さをつけ加えて，２cm，４cm，６cmと，規則的に長さが増えていくようにすると，

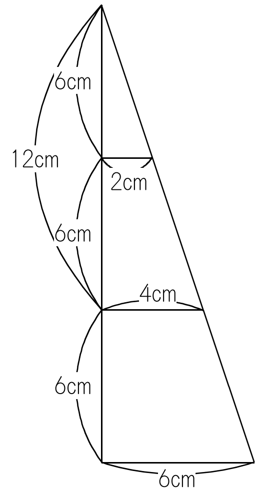


右の図のようになりますから，

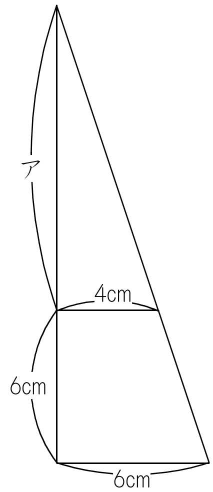


（次のページへ）

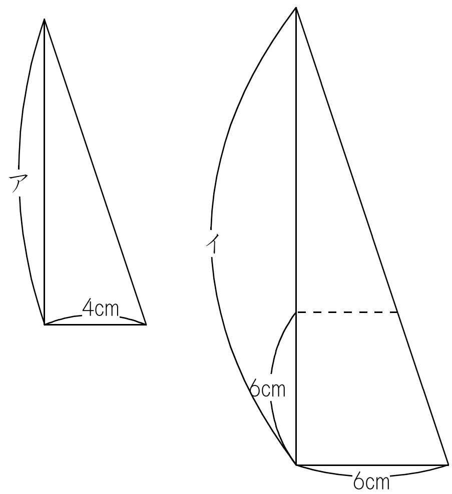
　アの長さは，６×２＝１２（cm）であることがわかります。



　アの長さを求めるには，ピラミッド形を利用する方法もあります。

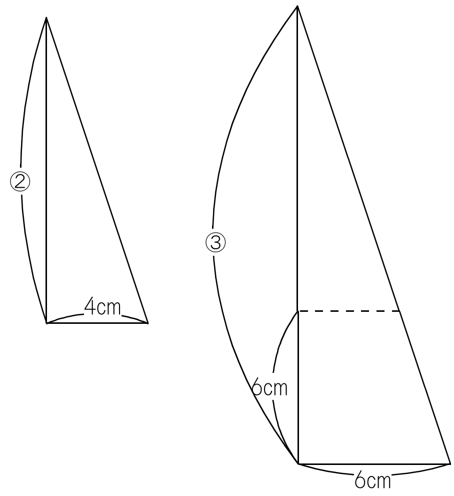


　右の図のようにぬき出すと，
底辺の比は，４：６＝２：３ ですから，
ア：イ も，２：３ です。



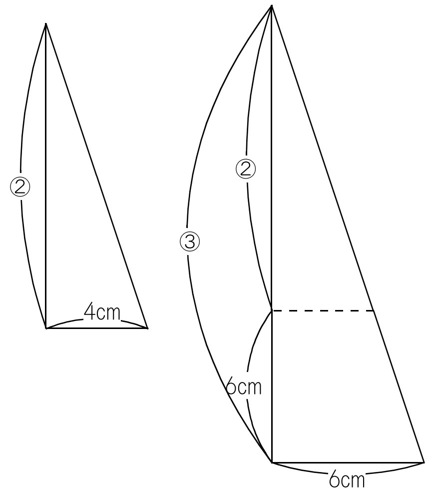
（次のページへ）

右の図のように，②，③と書きこむと，

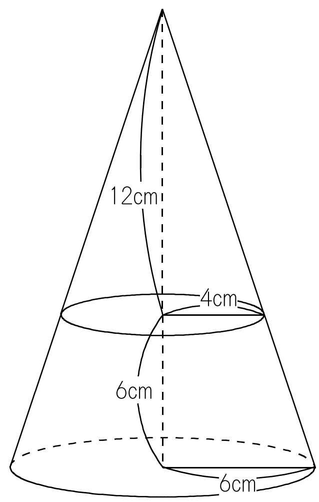


６cmの長さが，③－②＝①　にあたることがわかります。

よって，②の長さは，６×２＝１２（cm）になります。



このようにして，円すいの高さがわかりました。
あとは，全体の円すいの体積から，上の小さい円すいの体積を引けば，答えを求めることができます。



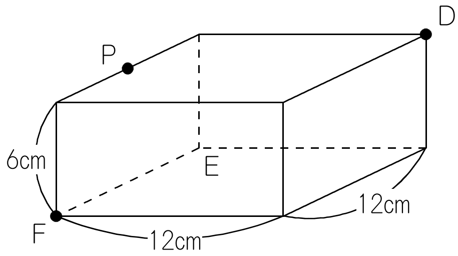
必ず，１本の式にして，３.１４の計算を１回だけにして，計算していきましょう。
また，円すいの場合は「÷３」が必要です。忘れやすいので，注意しましょう。
全体の円すいの高さは　１２＋６＝１８（cm）なので，

６×６×３.１４×１８÷３－４×４×３.１４×１２÷３
＝（２１６－６４）×３.１４
＝１５２×３.１４
＝４７７.２８（cm^3）　になります。

基本 1 (8)

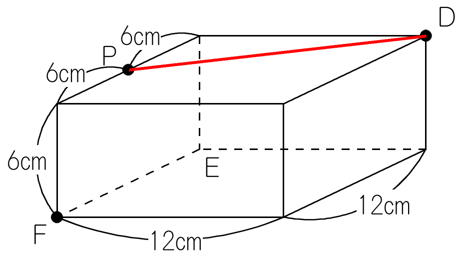
ワンポイント　切断のしかたを，しっかりマスターしましょう。

右の立体において，Ｄ，Ｆ，Ｐを通るように切り分けたときの，Ｅをふくむ立体の体積を求める問題です。



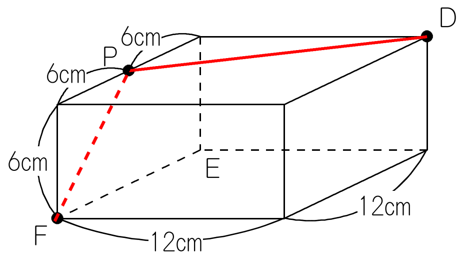
まず，ＤからＰ，ＰからＦ，ＦからＤに切り口の線を引けるかどうかを，１本１本確かめていきます。

ＤからＰには切り口の線を引くことができます。その線は，上の面を通っているからです。



ＰからＦへも，切り口の線を引くことができます。その線は，左の面を通っているからです。

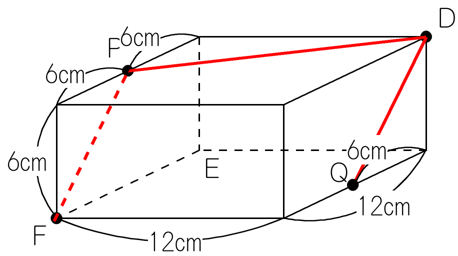
ところが，ＦからＤには引くことができません。立体の内部を通ることになるからです。



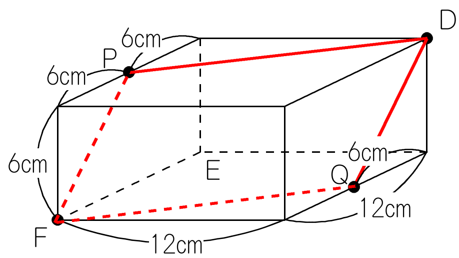
次に，

平行な面は，切り口の線も平行

という知識を利用します。
左の面を通っている，線ＰＦと平行になるように，右の面にも，切り口の線を引きます。
右の図のように，その線をＤＱとします。

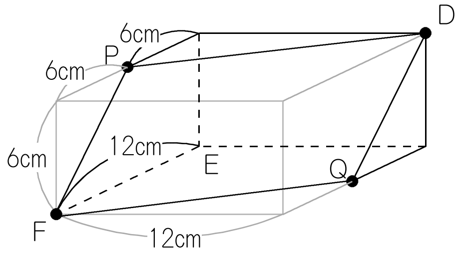


ＱからＦへは，切り口の線を引くことができます。その線は，下の面を通っているからです。

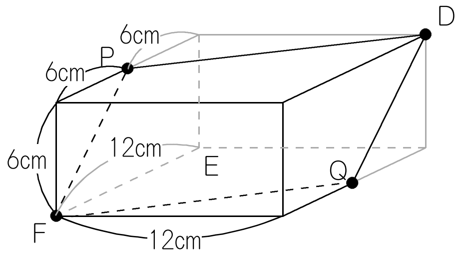


（次のページへ）

これで，立体は「Ｅをふくむ立体」と，



「Ｅをふくまない立体」とに，
分けることができました。



ところが，両方の立体とも，まったく同じ形で
まったく同じ大きさです。ですから，体積も，
まったく同じになります。

直方体全体の体積は，１２×１２×６＝８６４（cm^3）ですから，
Ｅをふくむ立体の体積は，８６４÷２＝４３２（cm^3）になります。

基本 2 (1)

ワンポイント　きまりにしたがって，しっかり計算するだけです。

１２５＊１８ は，１２５を１８でわったときのあまりを表しています。
１２５÷１８＝６ あまり １７ ですから，
１２５＊１８＝１７ です。

３１０＊１７ は，３１０を１７でわったときのあまりを表しています。
３１０÷１７＝１８ あまり ４ ですから，
３１０＊１７＝４ です。

よって，（１２５＊１８）＊（３１０＊１７） の式の，１２５＊１８ の部分は１７，３１０＊１７ の部分は４になることがわかりました。

したがって，１７＊４ がわかればよいことになりました。

ところで，１７＊４ は，１７を４でわったときのあまりを表しています。

１７÷４＝４ あまり １ ですから，１７＊４＝１ になります。

基本 2 (2)

ワンポイント　式を，ことばを使って表すと，意味がわかります。

３０＊χ は，３０をχでわったときのあまりを表しています。それが６になるのですから，

３０をわると，６あまる数を求めなさい。

という問題と同じです。

ところで，「３０を割ると６あまる」というのは，どういう意味でしょう。
このような，整数の性質についての問題の場合は，お金とか，ひもとかテープとか，具体的なもので考えると，わかりやすくなります。

たとえばテープで考えてみます。

いま，３０cmのテープがあったとします。
このテープを，同じ長さでどんどん切っていって，最後に６cmあまったとしましょう。
これが，「３０をわると６あまる」という意味です。
３０cmをぴったりあまりなく切り終えたのではなく，６cmあまったのですから，もし，３０－６＝２４（cm）のテープだったら，同じ長さでちょうど切り終えたことになります。
つまり，切った長さは，２４の約数になります。

２４の約数は，１，２，３，４，６，８，１２，２４ です。

しかし，１cm，２cm，３cm，４cm，６cmずつ切っていった場合は，６cmあまるわけがありません。
（あまりである６cmを，もっと切ることができます。）
つまり，「６あまる」と書いてあったら，６以下の数は答えに入れちゃダメ，ということです。

よって，正しいのは，８，１２，２４です。

基本 $\boxed{2}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　式を，ことばを使って表すと，意味がわかります。

ｙ＊７　は，ｙを７でわったときのあまりを表しています。それが４なのですから，ｙは，７でわると４あまる数です。

同じようにして，ｙ＊８　は，ｙを８でわったときのあまりを表しています。それが５なのですから，ｙは，８でわると５あまる数です。

つまり，

７でわると４あまり，８でわると５あまる，最小の数を求めなさい。

という問題と同じことになります。

ところで,「７でわると４あまり」と「８でわると５あまる」の両方に，共通した特ちょうがあります。

それは，７と４の差は３で，８と５の差も３である，ということです。
このような問題には，特別の解き方があります。

テープを切っていく問題に置き換えて，説明していきます。

「７でわると４あまる」というのは，テープを７cmずつ切っていくと，最後に４cm残ってしまった，ということです。もし，テープがあと　７－４＝３（cm）長かったとしたら，７cmずつ切って，ぴったりあまりがなかった，ということになります。

「８でわると５あまる」というのは，テープを８cmずつ切っていくと，最後に５cm残ってしまった，ということです。もし，テープがあと　８－５＝３（cm）長かったとしたら，８cmずつ切って，ぴったりあまりがなかった，ということになります。

どちらにしろ，

テープがもし３cm長かったら，７cmずつ切っても，８cmずつ切っても，ぴったりあまりなく切ることができる。

ということになります。

７でわっても８でわってもわり切れる数は，７と８の公倍数で，その中の最も小さいものは，最小公倍数の５６です。
つまり,「あと３あれば，５６になる」数を求める問題ですから，答えは
５６－３＝５３　になります。

基本 2 (4)

ワンポイント　式を，ことばを使って表すと，意味がわかります。

ｚ＊５ は，ｚを５でわったときのあまりを表しています。それが１なのですから，ｚは，５でわると１あまる数です。

３９＊ｚ は，３９をｚでわったときのあまりを表しています。それが３なのですから，ｚは，３９をわると３あまる数です。

つまり，

５でわると１あまり，３９をわると３あまる数を，すべて求めなさい。

という問題と同じことになります。
「で」と「を」のちがいに注意してください。

５でわると１あまる数は，まず１です。あとは，５ずつプラスしていって，１，６，１１，１６，２１，…と続きます。永遠に続くので，とりあえず「５でわると１あまる数」について考えるのはあとまわしにして，「３９をわると３あまる数」の方から考えていきましょう。

３９をわると３あまる数は，テープを切っていく問題に置き換えると，３９cmのテープがあって，同じ長さに切っていくと，最後に３cmがあまる，ということです。

３９－３＝３６（cm）ならば，ぴったり切ることができますから，３６の約数です。
３６の約数は，１，２，３，４，６，９，１２，１８，３６ です。
３あまっていることから，３以下の数はダメなので，４，６，９，１２，１８，３６だけがあてはまります。

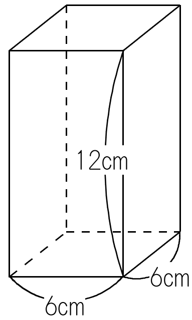
４，６，９，１２，１８，３６ を，それぞれ５でわると，
４÷５＝０ あまり ４
６÷５＝１ あまり １
９÷５＝１ あまり ４
１２÷５＝２ あまり ２
１８÷５＝３ あまり ３
３６÷５＝７ あまり １

よって，５でわると１あまり，３９をわると３あまる数は，６と３６になります。

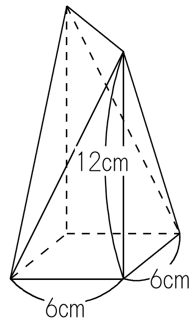
基本 3 (1)

ワンポイント　まず，直方体を書いてみてから，考えましょう。

右の図のような直方体があって，



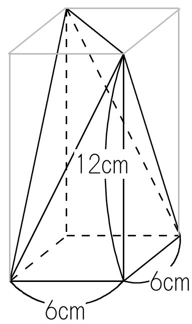
その直方体を切り取って，右の図のような立体を作りました。



よって，右の図のように三角すいを２つ切り取ったことがわかります。

１つの三角すいの体積は，
６×６÷２×１２÷３＝７２（cm^3）です。

２つでは，７２×２＝１４４（cm^3）です。

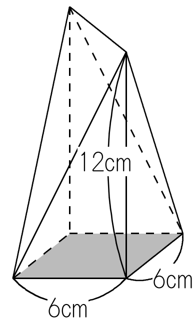


直方体全体の体積は，６×６×１２＝４３２（cm^3）ですから，この立体の体積は，４３２－１４４＝２８８（cm^3）です。

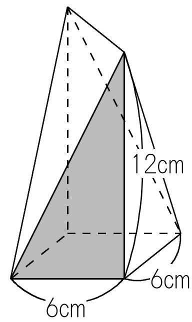
基本 3 (2)

ワンポイント　重要なのは，切り取った面をどのように求めるかです。

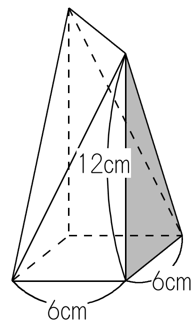
底面積は，６×６＝３６（cm^2）です。…（ア）



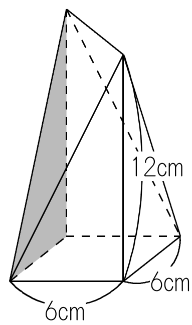
前の面の面積は，６×１２÷２＝３６（cm^2）です。…（イ）



右の面もまったく同じなので，３６cm^2 です。…（ウ）

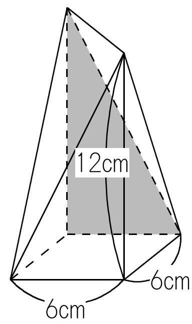


左の面もまったく同じなので，３６cm^2 です。…（エ）

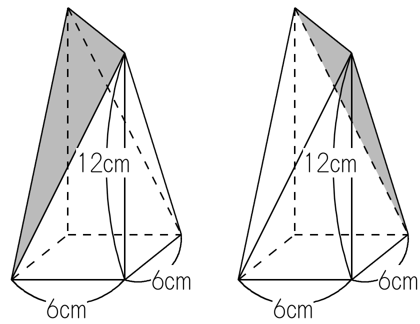


（次のページへ）

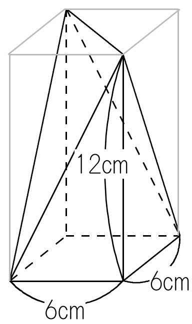
後ろの面もまったく同じで，３６㎠ です。…（オ）



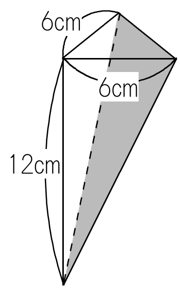
残っているのは，三角すいを切り取ったときの，
切り口の面が２つぶんです。



三角すいを切り取ったときの，切り口の面なのですから，

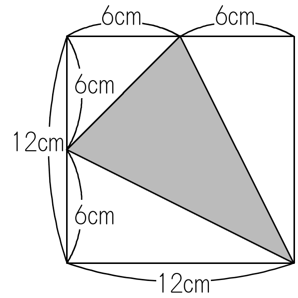


三角すいの，切り口の面を求めても，同じことです。



（次のページへ）

三角すいを広げると，右図のようになります。
右図のかげをつけた部分が，切り口の面になります。
切り口の面積は，正方形からよぶんな三角形を引けば，求めることができます。

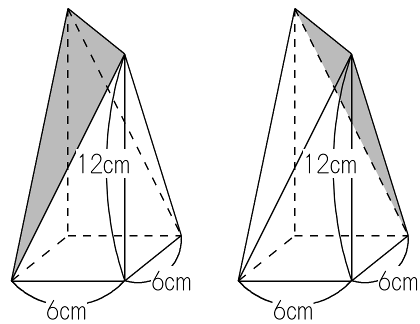


１２×１２－（６×６÷２＋１２×６÷２×２）
＝１４４－（１８＋７２）
＝１４４－９０
＝５４（cm^2）です。

（注意）このような問題での切り口の面積は，正方形の面積の $\frac{3}{8}$ であることを覚えておけば，確かめに便利です。

$144\times\frac{3}{8}=54$（cm^2）

よって，右の図のかげをつけた部分の面積は，１つあたり５４cm^2でした。
２つありますから，５４×２＝１０８（cm^2）です。…（カ）

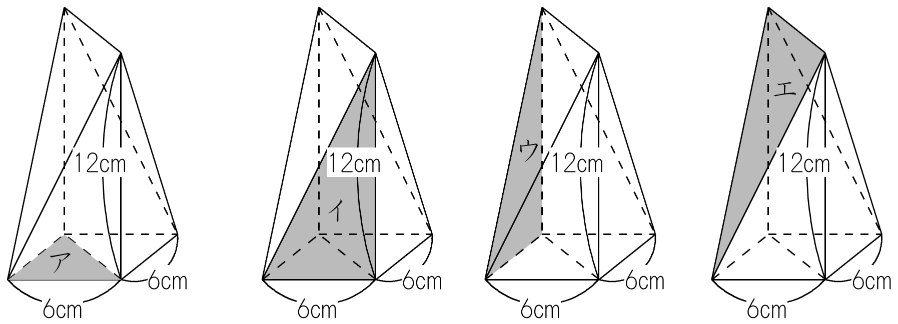


（ア），（イ），（ウ），（エ），（オ）はすべて３６cm^2で，（カ）は１０８cm^2ですから，表面積は，
３６×５＋１０８＝**２８８**（cm^2）です。

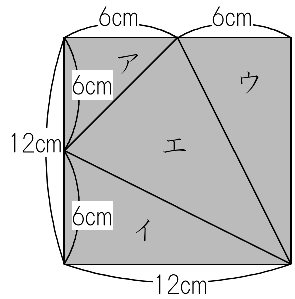
（次のページへ）

別解　実はこの問題の表面積を求めるときには，もっともっと簡単な解き方があります。

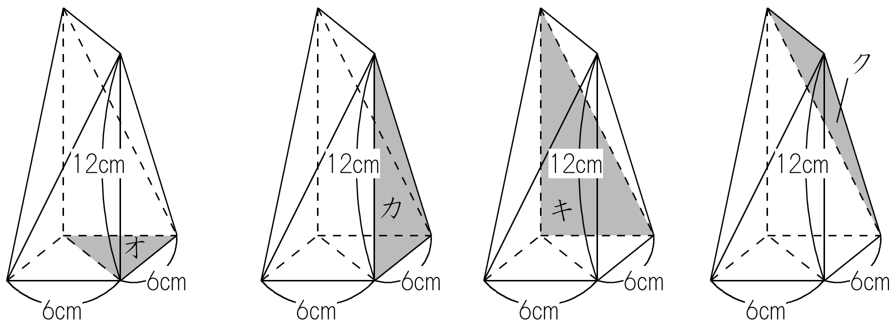
底面の半分をアとし，右の図のア・イ・ウ・エは，



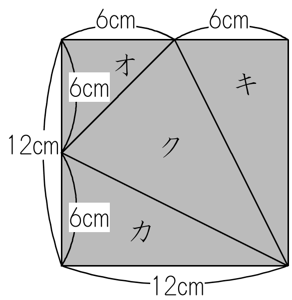
右の図のア・イ・ウ・エと同じなので，正方形になり，
１２×１２＝１４４（cm^2）です。



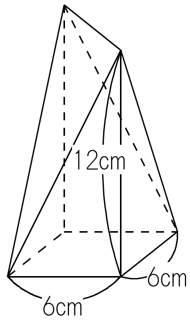
右の図のオ・カ・キ・クも，



右の図のオ・カ・キ・クと同じなので，正方形になり，
やはり面積は１４４cm^2です。



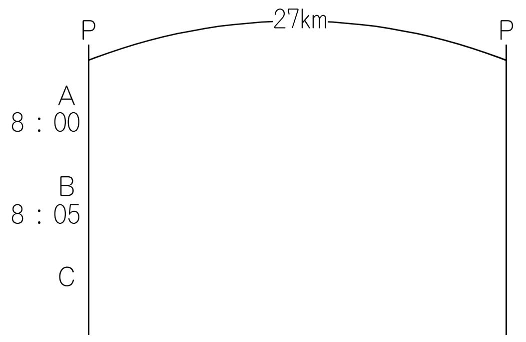
よって，右の立体の表面積は，正方形２まいぶんになり，
１４４×２＝２８８（cm^2）になります。



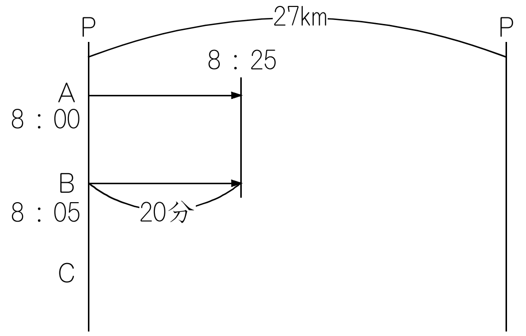
基本 4 (1)

ワンポイント　Ａの出発時刻を適当に決めると，すっきりわかってきます。

Ａが出発する時刻を，適当に8：00にしたとします。
Ｂは A が出発してから5分後に出発するのですから，Ｂの出発時刻は8：05です。

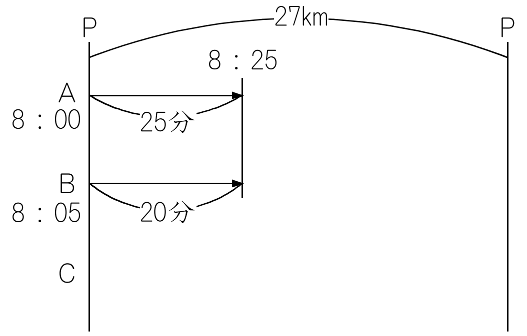


Ｂは出発してから20分後にＡに追いつきました。
ＢがＡに追いついた時刻は，8：25です。

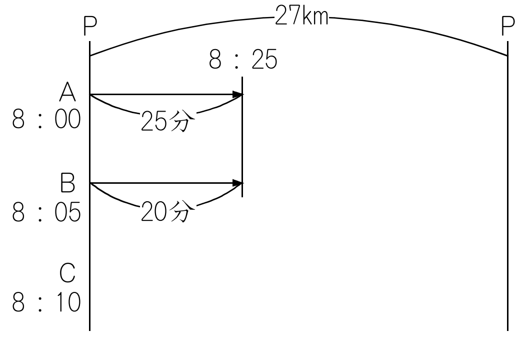


Ａは8：00に出発し，8：25にＢに追いつかれたのですから，Ｂに追いつかれるまでに，25分進んでいます。

Ａが25分で進む距離を，Ｂは20分で進むのですから，ＡとＢのかかる時間の比は，25：20＝5：4です。
よって，ＡとＢの速さの比は，逆比になって4：5になります。

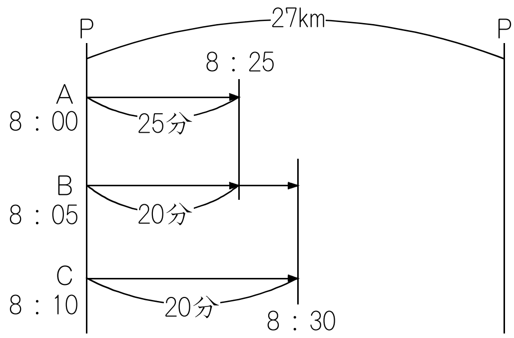


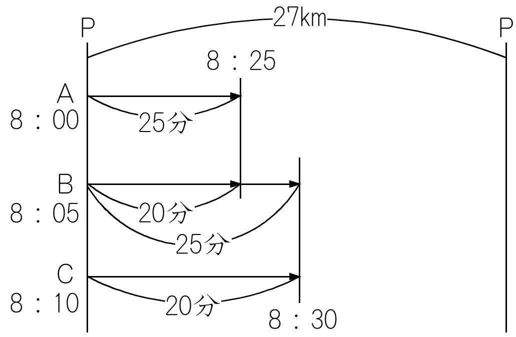
また，ＣはＢが出発してから5分後に出発するのですから，8：10に出発します。



（次のページへ）

Ｃは出発してから20分後に，Ｂに追いつきました。
Ｃは8：10に出発したのですから，8：30にＢに追いついたことになります。





Ｂは8：05に出発し，8：30にＣに追いつかれたのですから，Ｃに追いつかれるまでに，25分進んでいます。

Ｂが25分で進む距離を，Ｃは20分で進むのですから，ＢとＣのかかる時間の比は，25：20＝5：4です。
よって，ＢとＣの速さの比は，逆比になって4：5になります。

ＡとＢの速さの比は4：5，ＢとＣの速さの比も4：5ですから，右のように，Ａ：Ｂ：Ｃは，16：20：25 になります。

Ａ	：	Ｂ	：	Ｃ
4	：	5		
		4	：	5
16	：	20	：	25

したがって，ＡとＣの速さの比は，16：25 になります。

基本 4 (2)

ワンポイント　ＢとＣの「かかる時間の比」に注目します。

同じ距離を進むときの，ＢとＣのかかる時間の比は，(1)で求めた通り，５：４です。

よって，Ｐ町からＱ町までの27kmを進んだときに，Ｂがかかる時間を⑤，Ｃがかかる時間を④とします。

ＢとＣのかかった時間の差は，⑤－④＝①　にあたります。これが，問題に書いてある通り36分です。

36分が，①にあたることがわかりました。
Ｂのかかった時間は⑤にあたるので，36×５＝180（分）→３時間です。

よって，ＢはＰ町からＱ町までの27kmを，３時間かかることがわかりました。
Ｂの時速は，27÷３＝９（km）になります。

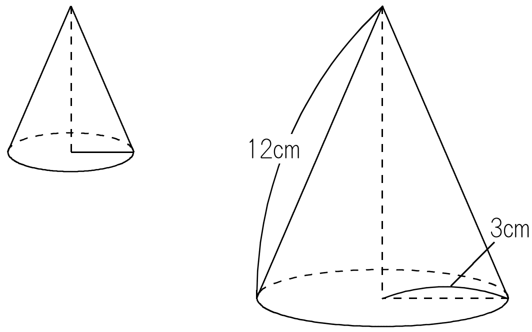
ところで，(1)において，ＡとＢの速さの比は，４：５であることがわかっています。
Ｂは時速９kmですから，Ａの時速は，９÷５×４＝7.2（km）になります。

練習 1 (1)

ワンポイント　相似な立体の体積の比は，どのようになるのでしょう。

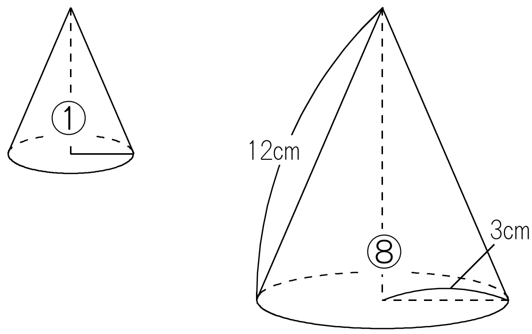
底面に平行に，高さが半分のところで切ったときの，上側の立体と，切る前の立体とは，相似（同じ形）です。

ちょうど半分のところで切ったので，長さの比は，１：２です。



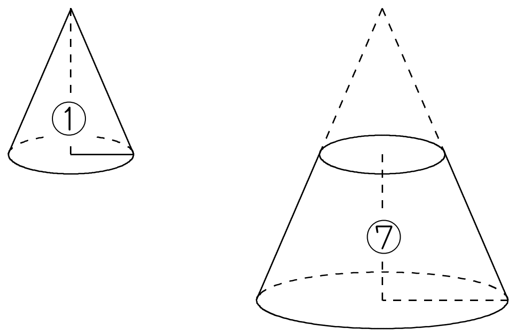
このとき，体積比は，
（１×１×１）:（２×２×２）＝１：８ になります。

上側の立体の体積を①とすると，
切る前の立体の体積は，⑧になります。



切ったときの下側の体積は，
⑧－①＝⑦ にあたります。

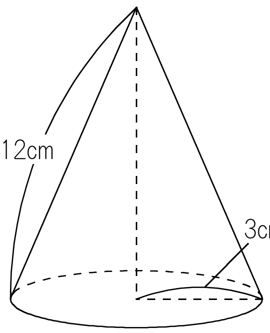
よって，上側の立体と下側の立体の体積の比は，１：７ になります。



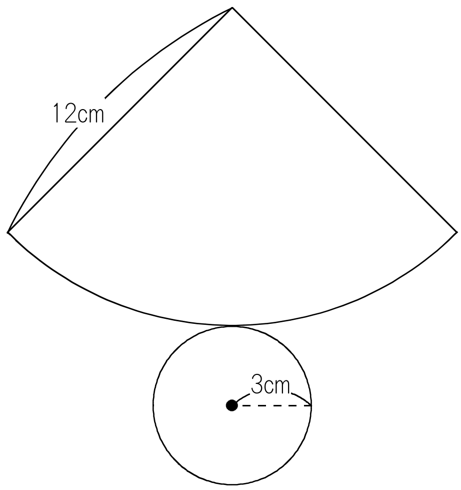
練習 1 (2)

ワンポイント　展開図をしっかり書きましょう。「糸が短く」＝「直線になるように」。

円すいの展開図は，



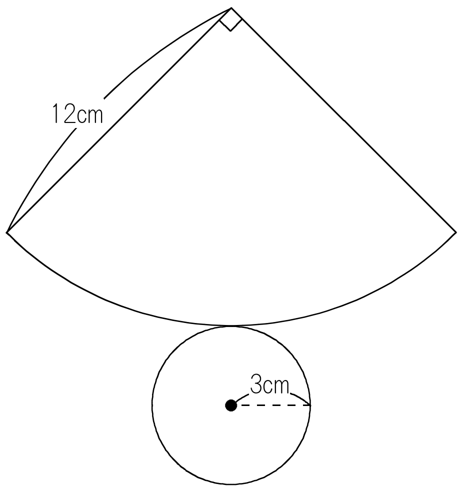
右図のように，おうぎ形と円になります。



おうぎ形の中心角は，$\dfrac{\text{底面の円の半径}}{\text{母線}}$ という分数でわかります。

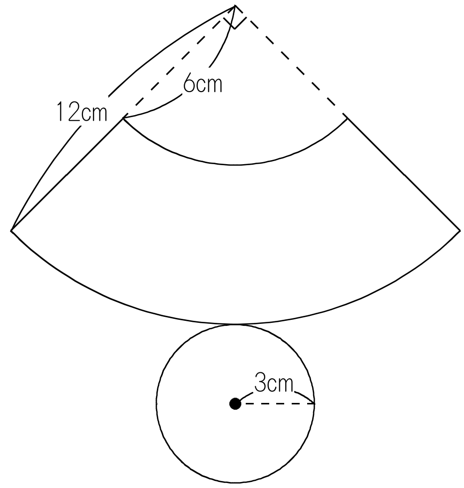
$\dfrac{3}{12}=\dfrac{1}{4}$ です。１回転ぶんの角度はもちろん３６０度で，その$\dfrac{1}{4}$という意味です。

よって中心角は，３６０÷４＝９０（度）です。

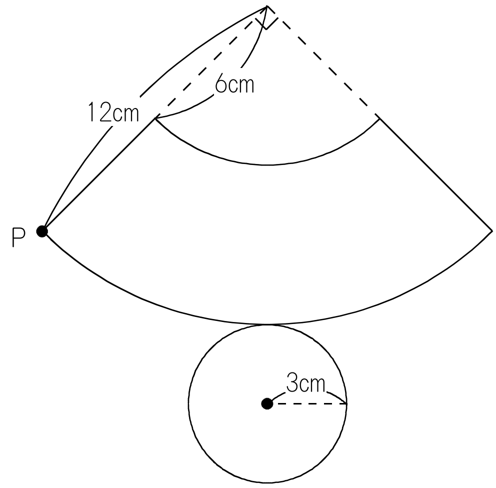


（次のページへ）

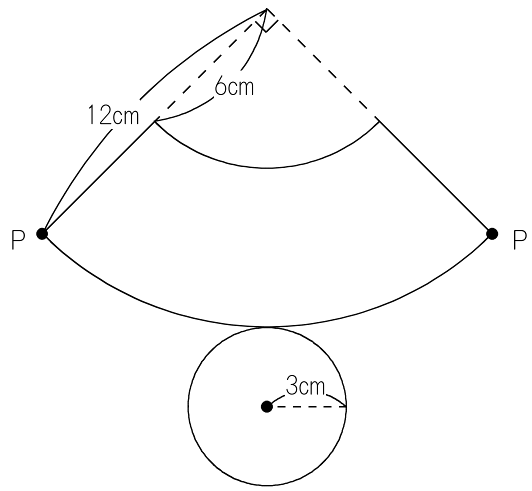
上側の立体を切り取ると，右図のようになり，



Ｐを右図の位置に決めると，

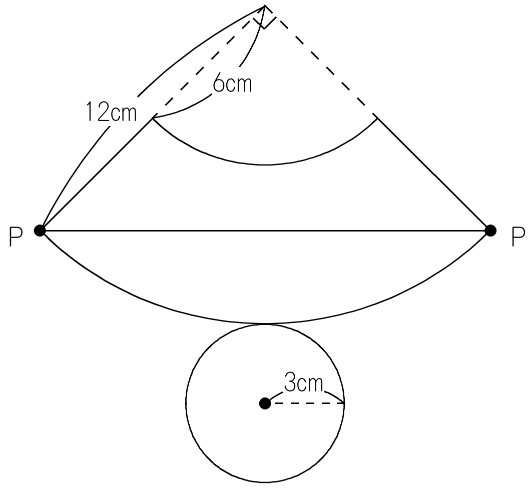


右図のように，Ｐの位置がもう１つ，
決まります。

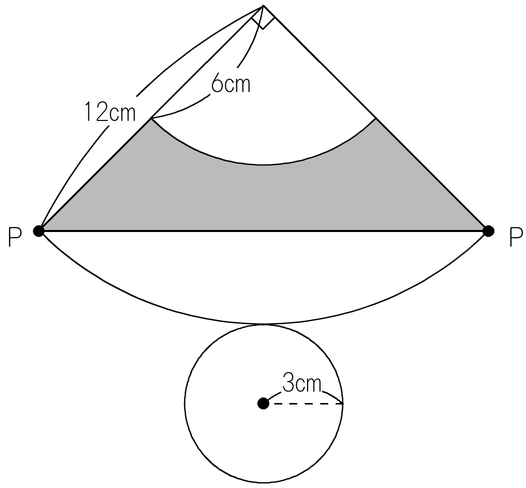


（次のページへ）

　この問題では，ＰからＰまで，糸を最も短く巻き付けたので，糸は直線になり，



　糸より上の部分の側面積を求めるのですから，右図のかげの部分の面積を求めることになります。

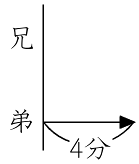


　かげの部分は，底辺と高さが１２cmの直角二等辺三角形の面積から，
半径が６cmで，中心角が９０度の
おうぎ形の面積を引けばよいのですから，
　１２×１２÷２－６×６×３.１４÷４
＝７２－２８.２６
＝４３.７４（cm^2）になります。

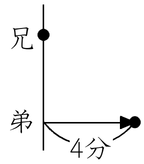
練習 2 (1)

ワンポイント　兄が３周のとき弟が２周だからといって，速さは３：２ではありません。

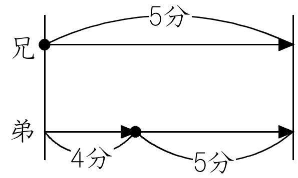
弟が出発した４分後に，



兄が出発します。
同じ時刻には，同じマークをつけておきます。

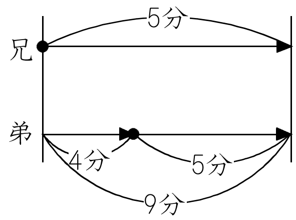


兄は出発して５分後に，弟に追いつきます。



兄が５分で進んだ距離を，
弟は，４＋５＝９（分）かかります。

兄と弟の，かかる時間の比は５：９なので，
速さの比は逆比になって，９：５　です。

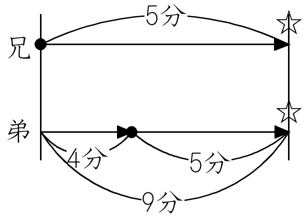


（注意）　兄が３周したときに，弟は２周しているかといって，
兄と弟の速さの比は，３：２にはなりません。
弟の方が早く出発していますから，兄と弟のかかる時間が違うからです。

練習 2 (2)

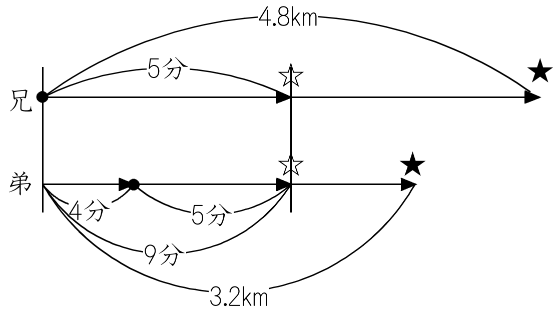
ワンポイント　図にガンガンいろいろ書きこんでください。

右の図は，兄が弟に追いついたときの図です。
追いついたときの時刻を☆としました。

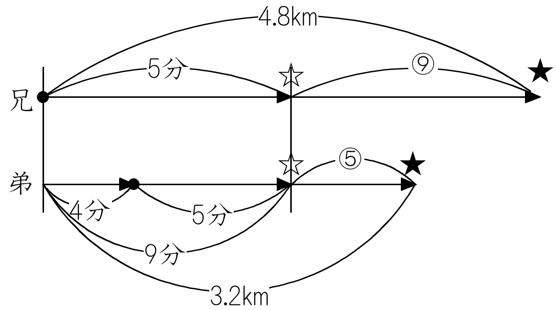


１周は１.６kmなので，
２周は，１.６×２＝３.２（km）です。
３周は，１.６×３＝４.８（km）です。

兄が３周した時刻と，弟が２周した時刻は同じです。その時刻を★としました。



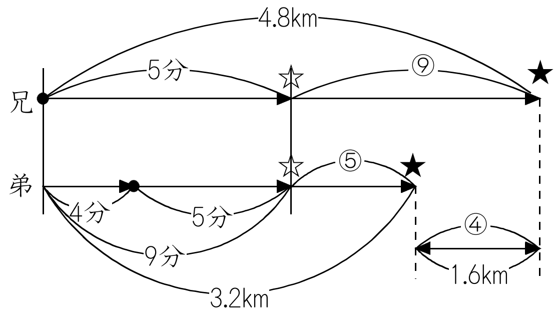
☆から★までに，兄と弟が進んだ距離の比は，速さの比と同じく９：５なので，右の図のように⑨，⑤とします。



すると，４.８－３.２＝１.６（km）が，⑨－⑤＝④ にあたります。

①あたり，１.６÷４＝０.４（km）です。

⑨は，０.４×９＝３.６（km）ですから，兄が弟を追いこしたところ（右図の☆）までは，スタート地点から，４.８－３.６＝１.２（km）です。



兄は，出発してから１.２kmのところで，弟を追いこしたことがわかりました。

しかしこの問題は，「短い方の道のり」を求める問題です。
１周は１.６kmですから，追いこした地点は，短い方からはかって，
１.６－１.２＝０.４（km）のところです。

練習 $\boxed{3}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　２，３，５，７という数字には，どんな特徴があるでしょう。

たとえば，１から２０までの整数があったとしましょう。

1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12，13，14，15，16，17，18，19，20

２でわり切れる数字のカードを消して，

1，~~2~~，3，~~4~~，5，~~6~~，7，~~8~~，9，~~10~~，11，~~12~~，13，~~14~~，15，~~16~~，17，~~18~~，19，~~20~~

次に，３でわり切れる数字のカードを消して，

1，~~2~~，~~3~~，~~4~~，5，~~6~~，7，~~8~~，~~9~~，~~10~~，11，~~12~~，13，~~14~~，~~15~~，~~16~~，17，~~18~~，19，~~20~~

次に，５でわり切れる数字のカードを消して，

1，~~2~~，~~3~~，~~4~~，~~5~~，~~6~~，7，~~8~~，~~9~~，~~10~~，11，~~12~~，13，~~14~~，~~15~~，~~16~~，17，~~18~~，19，~~20~~

次に，７でわり切れる数字のカードを消すと，

1，~~2~~，~~3~~，~~4~~，~~5~~，~~6~~，~~7~~，~~8~~，~~9~~，~~10~~，11，~~12~~，13，~~14~~，~~15~~，~~16~~，17，~~18~~，19，~~20~~
となります。

もちろん１は残りますが，他にも，１１と１３と１７と１９が残ります。
なぜこれらの数が残ったかというと，１１と１３と１７と１９は素数だからです。
素数は，１とその数以外には約数がないのですから，たとえば１１なら，２，３，５，７のいずれの倍数でもないので，残ってしまった，というわけです。

ですから，１から１００までの場合でも，まず１が残り，あとは２，３，５，７以外の素数が残ることになります。

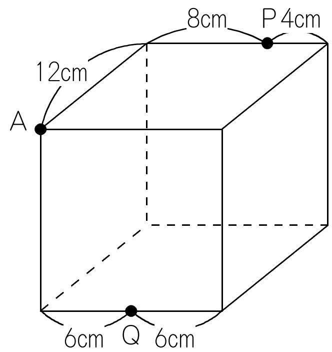
もし１から１００までに，素数が２５個あることを知っていたら，話は簡単です。
２５個から，２と３と５と７の４個を取ると，２５－４＝２１（個）。
１を加えて，２２個になりますから，答えは２２枚です。

もし１から１００までに，素数が２５個あることを知らないのなら，１００までの素数をすべて書いて数えるしかありません。
１から１００までの素数は，
（2，3，5，7，）11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47，53，59，61，67，71，73，79，83，89，97 の，25個です。（49，77，87，91を書きやすいので注意しましょう。）

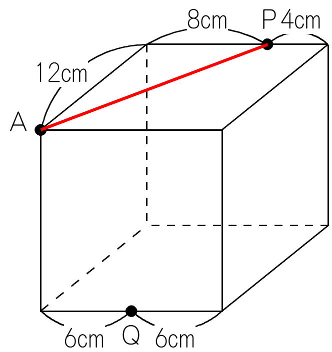
練習 4 (1)

ワンポイント　「平行な面の場合，切り口の線も平行になる」ということを利用します。

まず，ＰからＡ，ＡからＱ，ＱからＰに線を引いてＯＫかどうかを考えます。

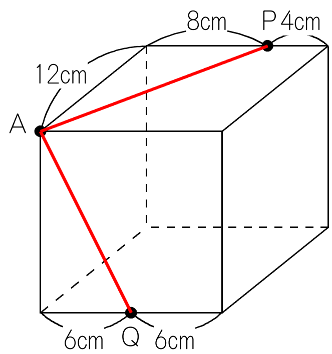


ＰからＡへは引いてＯＫです。
上の面を通るからです。



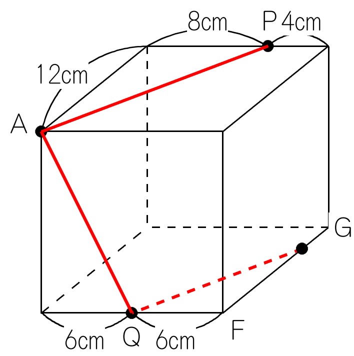
ＡからＱへも，引いてＯＫです。
前の面を通るからです。

しかし，ＱからＰへは，引いてはいけません。
立方体の内部を通るからです。



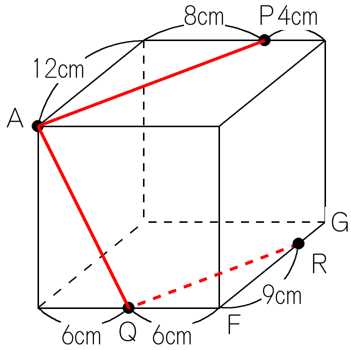
ここで，「平行な面の場合，切り口の線も平行になる」ということを利用します。
上の面には，ＡＰという切り口の線があります。
この線は，Ａからたて１２cm，横８cmの割合でななめに進んでいます。たて：横＝１２：８＝３：２という進み方です。

（次のページへ）



下の面も，たて：横が，３：２となるように，ななめに進むのですが，横は６cmなので，たては，
６÷２×３＝９（cm）になります。

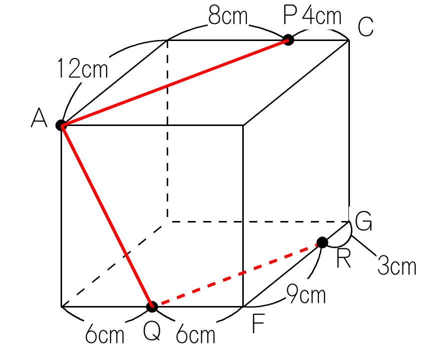
辺ＦＧと交わった点をＲとするので，ＦＲの長さは９cmになります。



練習 4 (2)

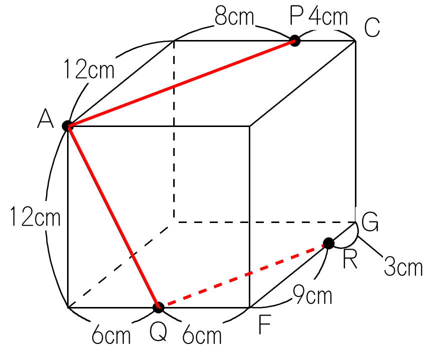
ワンポイント　「平行な面の場合，切り口の線も平行になる」ということを利用します。

(1)で，右の図のように点Ｒを決めることができました。

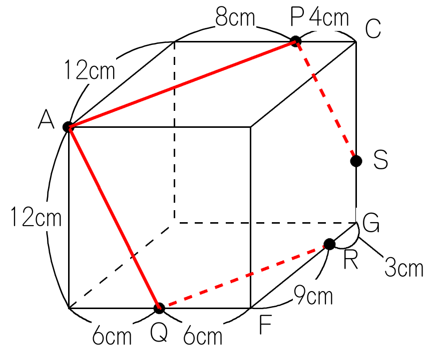


次に，前の面と後ろの面が平行であることを利用します。

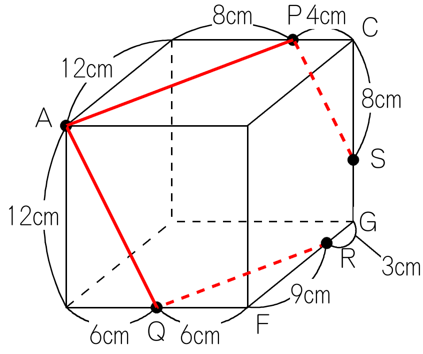
前の面には，ＡＱという切り口の線があります。
この線は，たて１２cm，横６cmの割合でななめに進んでいます。
たて：横＝１２：６＝２：１　です。



よって，ＰＳの線も，たて：横が２：１になるようにします。



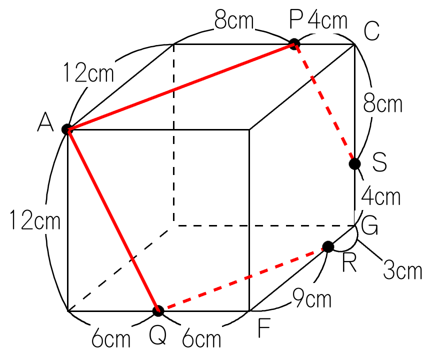
横は４cmなので，たては　４×２＝８（cm）です。
よって，ＣＳの長さは，８cmになります。



練習 4 (3)

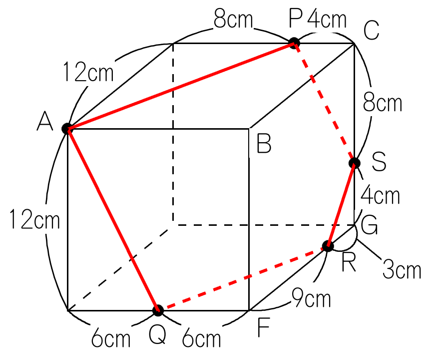
ワンポイント　切り口の線をのばす方法をマスターしましょう。

(1)と(2)で，右図のような切り口の線が書けました。

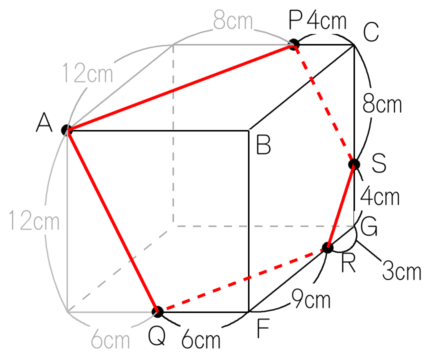


さらに，点Ｓと点Ｒを結ぶことができるので，
右図のようになります。

この切り口の線で，立方体を２つに分けたときの，
点Ｂをふくむ方の立体の体積を求める問題です。



右図の立体の体積を求める，ということです。



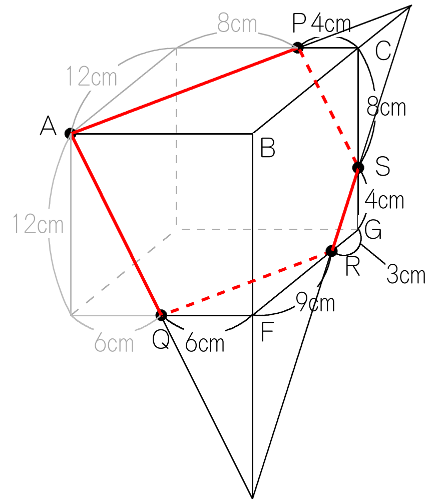
（次のページへ）

このような問題では，切り口の線をのばして，
右図のような立体を作ります。

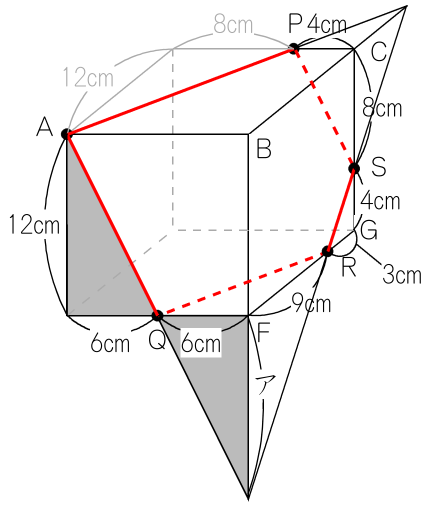
この立体は，三角すいです。

この三角すいから，よけいな部分を引いた残りが，
求める体積になります。

三角すいの体積を求めるためには，クロス形を
利用して，いろいろな長さを求めておきます。

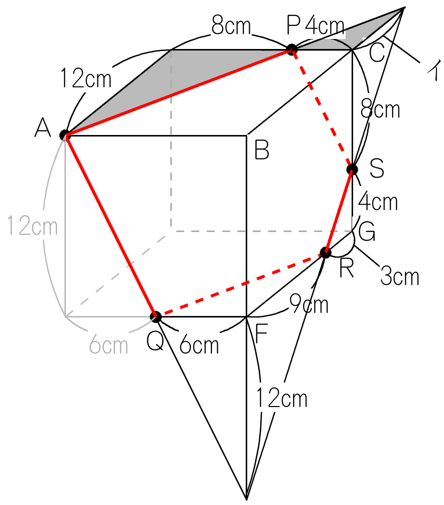


右の図のかげをつけた部分はクロス形に
なっています。
６：６＝１：１　ですから，アの長さは１２cmです。



右の図のかげをつけた部分も，クロス形に
なっています。
８：４＝２：１　ですから，１２：イ　も
２：１　になります。

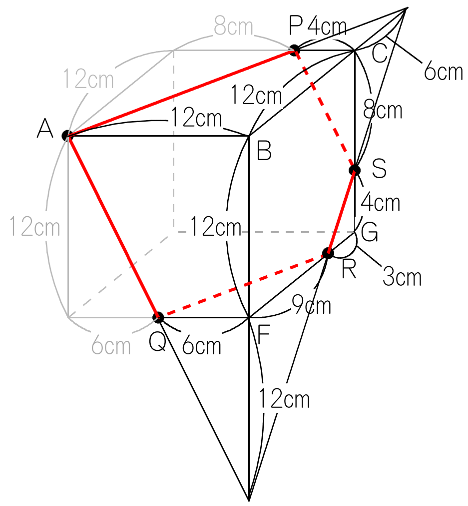
よって，イの長さは，１２÷２＝６（cm）です。



（次のページへ）

よって，右の図の三角すい全体の体積は，
１２×（１２＋６）÷２×（１２＋１２）÷３
底面の三角形の面積　三角すいの高さ　すい

＝１０８×２４÷３
＝８６４（cm³）です。



奥にあるよぶんな三角すいの体積は，
４×６÷２　×　８　÷３
底面の三角形　高さ

＝１２×８÷３
＝３２（cm³）です。

下にあるよぶんな三角すいの体積は，
６×９÷２　×　１２　÷３
底面の三角形　高さ

＝２７×１２÷３
＝１０８（cm³）です。

したがって，求める立体の体積は，
８６４－（３２＋１０８）
＝７２４（cm³）になります。

練習 $\boxed{5}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　2や3でどんどん割っていく解き方をマスターしましょう。

$$1\times \overset{1}{\cancel{2}}\times 3\times \overset{2}{\cancel{4}}\times \cdots\cdots \times \overset{124}{\cancel{248}}\times 249\times \overset{125}{\cancel{250}}$$

まず，Nが2で何回割り切れるかを考えます。
250 ÷ 2 = 125ですから，Nは2で125回割り切れます。

$$1\times \overset{1}{\cancel{2}}\times 3\times \overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}}\times \cdots\cdots \times \overset{\overset{62}{\cancel{124}}}{\cancel{248}}\times 249\times \overset{125}{\cancel{250}}$$

ところが，1から125までの数が新しくあらわれたので，それらの数の中で，2で割り切れるものがあります。
125 ÷ 2 = 62 あまり 1 ですから，Nはあと62回，2で割り切れることになります。

このように考えていくと，次のような計算になります。

250 ÷ 2 = 125
125 ÷ 2 = 62 あまり 1
62 ÷ 2 = 31
31 ÷ 2 = 15 あまり 1
15 ÷ 2 = 7 あまり 1
7 ÷ 2 = 3 あまり 1
3 ÷ 2 = 1 あまり 1

よって，Nは 2で，125 + 62 + 31 + 15 + 7 + 3 + 1 = 244（回）割り切れることになります。

また，3で何回割り切れるかも，2の場合と同じように計算します。

250 ÷ 3 = 83 あまり 1
83 ÷ 3 = 27 あまり 2
27 ÷ 3 = 9
9 ÷ 3 = 3
3 ÷ 3 = 1

よって，Nは3で，83 + 27 + 9 + 3 + 1 = 123（回）割り切れることになります。

練習 5 (2)

ワンポイント　「3と6と8で割る」という意味を，素因数分解して考えましょう。

たとえば「10で割る」というのは，「2と5で割る」という意味です。

10を素因数分解すると，2×5になるからです。

「3と6と8で割る」というのも，同じように素因数分解して考えましょう。
3は3のまま，6は2×3，8は2×2×2ですから，「3と6と8で割る」というのは，
「3と$\underbrace{\text{2と3}}_{6}$と$\underbrace{\text{2と2と2}}_{8}$で割る」ことです。

整理すると，「2と2と2と2と3と3で割る」ことになります。

つまり，「2で4回，3で2回割る」というのが，1セットぶんになります。

ところで，(1)で，Nは2で244回，3で123回割り切れることがわかっています。

では，Nの中には，「2で4回，3で2回割る」というセットが，何セットぶん入っているでしょう。

244÷4＝61ですから，Nの中に「2で4回」という組は，61組あります。
123÷2＝61あまり$\underbrace{1}_{\text{※}}$ですから，Nの中に「3で2回」という組も，61組あります。

つまり，Nの中に「2で4回，3で2回割る」というセットは，61セット入っていることになります。

よって，「3と6と8で割る」ということは，61セットできることになります。

しかも，※のところで3が1回ぶんあまっていますから，もう1回だけ「3で割る」ということができます。

「3で割り，6で割り，8で割り」の1セットだけで，3回の割り算をしています。
それを61セットぶんして，その他に「3で割り」を1回やっているのですから，
全部で，3×61＋1＝184（回）の割り算をしたことになります。

練習 6 (1)

ワンポイント　丸い図に書くよりも，直線の図の方がわかりやすくなります。

この問題のように，丸いところを進む問題の場合は，スタート地点で切って広げて，直線の図にした方がわかりやすくなります。
（ただし，誰かが１まわり以上して，スタート地点を通りすぎるような問題では，丸い図のまま解いた方が，わかりやすくなります。）

Ｐ地点で切って広げると，右図のようになります。
同時にスタートするので，同じマークをつけておきます。

また，Ｂの速さはＡの速さの$\frac{4}{5}$です。Ａの速さを５つに分けたうちの４つぶんがＢの速さですから，Ａ：Ｂ＝５：４です。

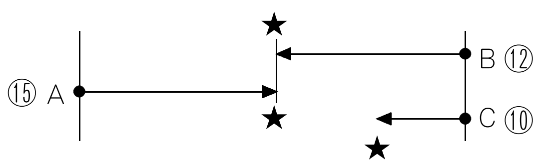
Ｃの速さはＡの速さの$\frac{2}{3}$です。Ａの速さを３つに分けたうちの２つぶんがＣの速さですから，Ａ：Ｃ＝３：２ です。

よって，Ａ：Ｂ：Ｃ＝１５：１２：１０ になります。

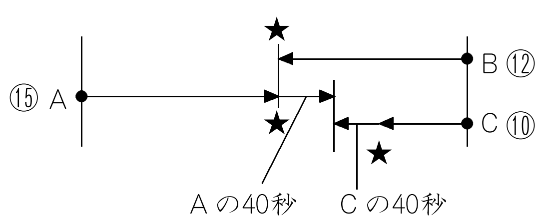
Ａ		Ｂ		Ｃ
５	：	４		
３		：		２
１５	：	１２	：	１０

そこで，Ａ，Ｂ，Ｃの速さを，それぞれ秒速１５ｍ，秒速１２ｍ，秒速１０ｍに決めてしまいます。

Ａさんが Ｂさんに出会ったときの図が，右の図です。
同じ時刻には，同じマークをつけておきます。



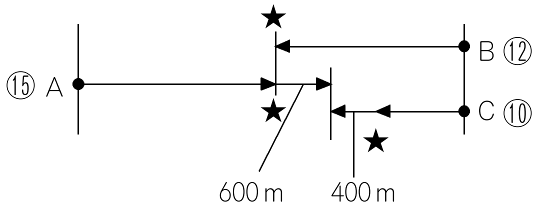
Ａは Ｂと出会ってから４０秒後に，Ｃと出会いました。
（　４０秒間に，ＡもＣも進んでいる図を書くことが大切です。）



（次のページへ）

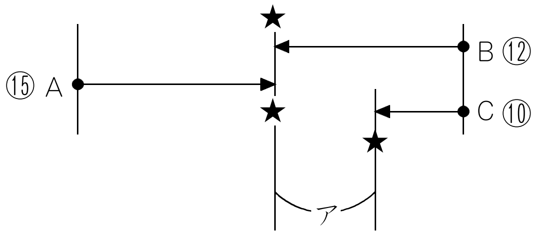
Ａは秒速１５ｍですから，４０秒間に，
１５×４０＝６００（ｍ）を進みます。

Ｃは秒速１０ｍですから，４０秒間に，
１０×４０＝４００（ｍ）を進みます。



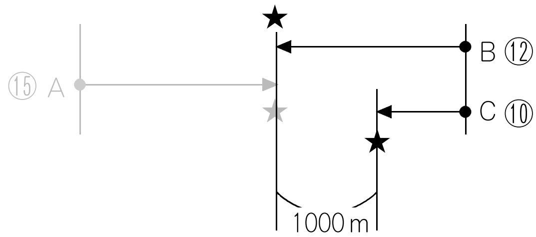
よって，右図のアの部分は，
６００＋４００＝１０００（ｍ）になります。

ここで頭を切り換えて，１０００ｍがＢとＣの何を表しているのかを，考えてみましょう。



１０００ｍは，ＢとＣの進んだ距離の差を表しています。

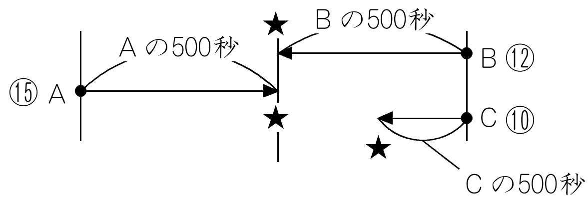
ところで，なぜＢの方がＣよりも，１０００ｍ先まで進むことができたのかが，わかりますか？



理由は簡単です。Ｂの方が速いからです。
ＢはＣよりも，１秒あたり　１２－１０＝２（ｍ）だけ先に進むことができます。

よって，１０００ｍ先に進んだのは，１０００÷２＝５００（秒後）です。
つまり，ＢもＣも，５００秒間進んだことになります。

スタートしてから★までが５００秒ですから，右の図のようになり，池の１周は，Ａが５００秒間に進んだ道のりと，Ｂが５００秒間に進んだ道のりの合計になります。



１周の道のりは，
１５×５００＋１２×５００＝１３５００（ｍ）です。

Ａは毎秒１５ｍの速さですから，この池を１周するのに，
１３５００÷１５＝９００（秒）かかります。

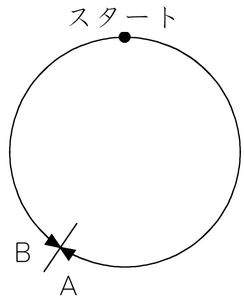
１分は６０秒ですから，９００÷６０＝１５（分）です。

練習 6 (2)

ワンポイント　２回目に出会う時間が，簡単にわかることが大切です。

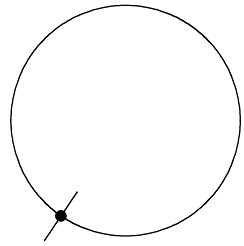
(1)によってわかったことを整理します。

・池の１周は１３５００ｍ。
・ＡとＢは５００秒後に出会う。
・Ａ，Ｂ，Ｃの速さは，それぞれ毎秒１５ｍ，毎秒１２ｍ，毎秒１０ｍに決めた。

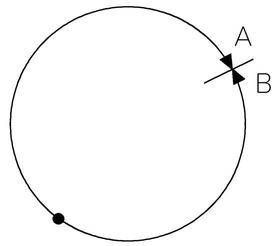


では，ＡとＢが２回目に出会うのは何秒後かを，考えてみましょう。

右の図のように，ＡとＢは５００秒後に，はじめて出会いました。



はじめて出会ったところをスタート地点として考えると，



ＡとＢがはじめて出会ってから２回目に出会うまでにかかる時間も，はじめて出会うのにかかる時間と同じく５００秒です。

なぜなら，スタート地点が変わっただけで，進み方はまったく同じだからです。

ということは，ＡとＢは，スタートしてから５００×２＝１０００（秒後）に，２回目に出会うことになります。

また，１周は１３５００ｍで，Ａは毎秒１５ｍ，Ｃは毎秒１０ｍですから，ＡとＣがはじめて出会うのは，１３５００÷（１５＋１０）＝５４０（秒後）です。

２回目に出会うのは，ＡとＢの場合と同じように考えて，５４０×２＝１０８０（秒後）です。

（次のページへ）

これで，ＡはＢと２回目に出会うのは１０００秒後で，Ｃと２回目に出会うのは１０８０秒後であることがわかりました。

Ａは，Ｂと２回目に出会ってからＣと２回目に出会うまでに，
１０８０－１０００＝８０（秒間）進んでいるはずです。

Ａは毎秒１５ｍの速さですから，８０秒間に，１５×８０＝１２００（ｍ）進んでいるはずです。

ところが問題文には，１２００ｍではなく１００ｍだけ進んでいると書いてありました。

なぜこのようなことになったかというと，「Ａは毎秒１５ｍ」というのは，勝手に決めた速さであって，本当の速さではないからです。

１２００ｍを１００ｍにするということは，$\frac{100}{1200}=\frac{1}{12}$ にする，ということです。

よって，Ａの速さも$\frac{1}{12}$になります。

毎秒１５ｍというのは，毎分に直すと，１５×６０＝９００（ｍ）です。

実際の速さは，その$\frac{1}{12}$ですから，毎分 ９００÷１２＝７５（ｍ）になります。