シリーズ・６年上・第７回

基本問題・練習問題のくわしい解説

５でわると４あまる…はじめが４で，あとは５ずつ
増える等差数列
１２「を」わり切る　…１２の約数
１２「で」わり切れる…１２の倍数

５１７と６１３と８７７のどれをわっても，同じあまりが出る整数の求め方
・６１３－５１７＝９６，８７７－６１３＝２６４
・９６と２６４の公約数を求める
・公約数のうち，５１７や６１３や８７７をわり切るものはダメ

目　次

基本	1	(1)…p.1	練習	1	(1)…p.14
基本	1	(2)…p.2	練習	1	(2)…p.16
基本	1	(3)…p.3	練習	2	(1)…p.17
基本	1	(4)…p.4	練習	2	(2)…p.18
基本	1	(5)…p.6	練習	3	(1)…p.19
基本	1	(6)…p.8	練習	3	(2)…p.21
基本	1	(7)…p.9	練習	3	(3)…p.22
基本	1	(8)…p.10	練習	4	(1)…p.23
基本	2	(1)…p.11	練習	4	(2)…p.25
基本	2	(2)…p.11	練習	5	(1)…p.26
基本	3	(1)…p.12	練習	5	(2)…p.26
基本	3	(2)…p.12	練習	5	(3)…p.27
基本	4	(1)…p.13	練習	6	(1)…p.28
基本	4	(2)…p.13	練習	6	(2)…p.28
			練習	6	(3)…p.29
			練習	6	(4)…p.30

すぐる学習会

基本 1 (1)

ワンポイント　「○でわると△あまる数」を，どんどん書いていくことができますか？

「２でわると１あまる数」を，どんどん書いていきます。
まず，あまりの数である「１」を書き，あとは，「２」をどんどんプラスしていきます。

２でわると１あまる数　→　１，３，５，７，…　　（ア）

同じようにして，「５でわると３あまる数」は，まず「３」を書き，あとは，「５」をどんどんプラスしていきます。

５でわると３あまる数　→　３，８，１３，１８，…　　（イ）

（ア）と（イ）の両方に入っている，一番小さい数は「３」です。

「３」の次は，２と５の最小公倍数である，１０をどんどんプラスしていけば，どんどん求められます。

３，１３，２３，３３，……

このまま１０ずつプラスしていくと，そのうち「９３」という数が出てきて，さらに，「１０３」という，１００をオーバーした数が出てきます。

９３と１０３のうち，より１００に近い数は１０３ですから，１００に最も近い数は**１０３**です。

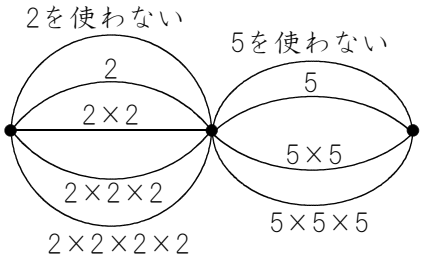
基本 1 (2)

ワンポイント　約数をすべて書き出すのが，よい解き方です。

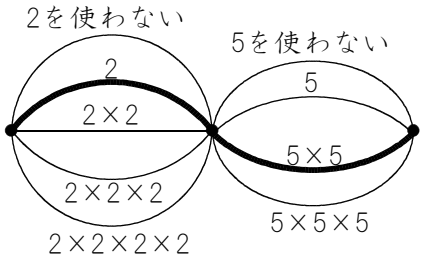
２０００＝　１×２０００，
２×１０００，
４×　５００，
５×　４００，
８×　２５０，
１０×　２００，
１６×　１２５，
２０×　１００，
２５×　８０，
４０×　５０

２０００の約数は，全部で２０個あります。
この中で2けたの数は，１０，１６，２０，２５，４０，５０，８０の７個です。

（補足）　この問題は，約数の書き忘れが出やすい，いや～な問題です。
せめて，約数が全部で何個あるかがわかれば，書き忘れは激減します。
２０００を素因数分解すれば，約数が何個あるかがわかります。
２０００＝２×２×２×２×５×５×５　のように素因数分解できます。



ということは，２については，
「２を使わない」，「２」，「２×２」，
「２×２×２」，「２×２×２×２」の，
５本の道があることになります。
５については，
「５を使わない」，「５」，「５×５」，
「５×５×５」の，４本の道があります。



もし，右図の太線のように進んだ場合なら，
２の道と，５×５の道を進んだので，
２×５×５＝５０　という約数が出て
くるのです。

このように，２０００の約数を求める
ことと，道の通り方が何通りあるかという
のは，同じことになります。
道の通り方は，全部で　５×４＝２０（通り）ありますから，
約数の個数も２０個になるのです。
つまり，２０００の約数は，２０個あることがわかりました。
もし約数が１８個までしか書いてなければ，「あと２個あるな。」などと，
わかることになり，書き忘れが激減しますね。

基本 1 (3)

ワンポイント　「を」か「で」か，ひらがな１文字で意味が全然違ってきます。

「３９，４５，６３のどれをわっても３あまる」というのは，

「３９をわっても３あまり」，
「４５をわっても３あまり」，
「６３をわっても３あまる」，という意味です。

ところで，「３９をわると３あまる」というのは，どういう意味でしょう。
このような，整数の性質についての問題の場合は，お金とか，ひもとかテープとか，具体的なもので考えると，わかりやすくなります。

たとえばテープで考えてみます。

いま，３９cmのテープがあったとします。
このテープを，同じ長さでどんどん切っていったとして，最後に３cmあまったとしましょう。
これが，「３９をわると３あまる」という意味です。
３９cmをぴったりあまりなく切り終えたのではなくて，３cmあまったのですから，もし，３９－３＝３６（cm）のテープだったら，同じ長さでちょうど切り終えることになります。
つまり，切った長さは，３６の約数になります。

同じようにして，「４５をわると３あまる」というのは，４５－３＝４２ の約数です。
「６３をわると３あまる」というのも，６３－３＝６０ の約数です。

以上のことから，切った長さは，３６と４２と６０の公約数になります。

公約数を求めるときは，まず最大公約数を求めて，その約数を求めます。

３６と４２と６０の最大公約数は６です。
（連除法において最大公約数を求めるときは，すべてをわり切る数でないと，わってはいけないことに注意してください。）

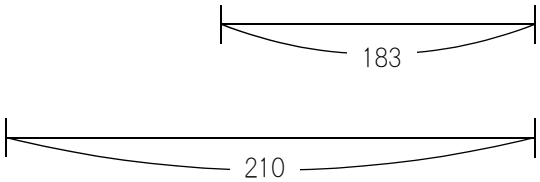
６の約数は，１，２，３，６です。

しかし，１cmや，２cm，３cmずつ切っていった場合は，３cmあまるわけがありません。（３cmというあまりを，もっと切ることができます。）
つまり，「３あまる」と書いてあったら，３以下の数は答えに入れちゃダメ，ということです。
よって，正しいのは，６の場合だけになります。

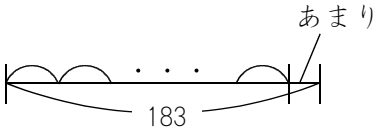
基本 1 (4)

ワンポイント　よく出る問題ですが，解き方をよく忘れる問題でもあります。

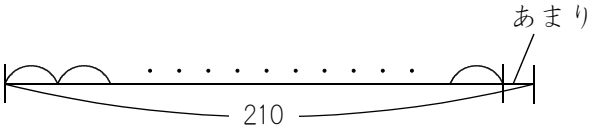
右図のように，１８３と２１０という数があって，



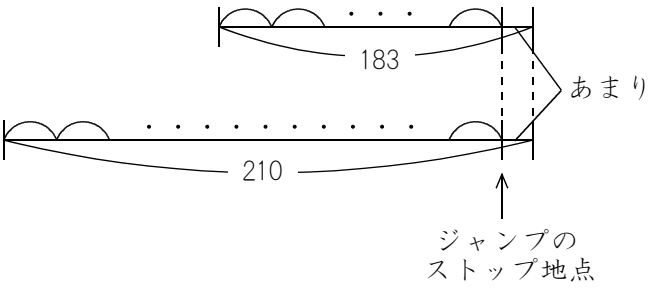
１８３の方を，ある整数でわっていくと，いくらかのあまりが出たそうです。



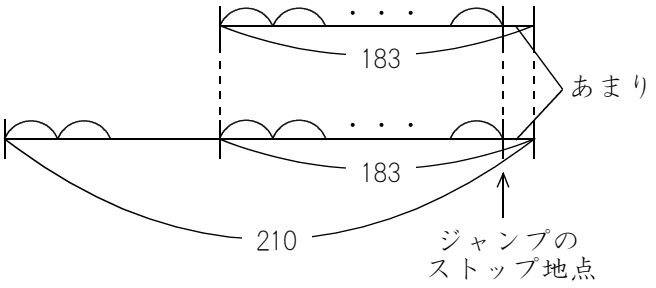
２１０の方も，同じ整数でわっていくと，同じあまりが出たそうです。



同じあまりが出たのですから，⌒というのを「ピョンとジャンプしているようす」だとすると，どちらも同じ地点で，ジャンプがストップしています。



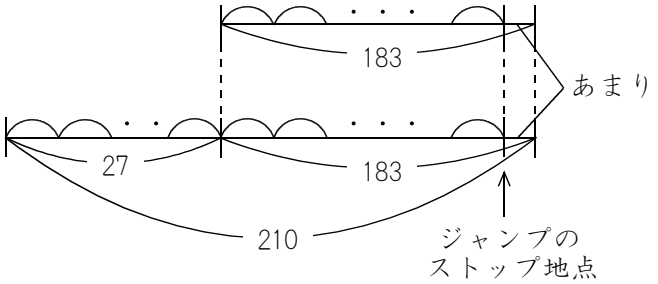
１８３の図の方を２１０の図の方にコピーすると，右図のようになります。



（次のページへ）

すると，２１０－１８３＝２７ の部分は，あまりなく⌒でぴったりわり切れることになります。

よって，⌒は，２７の約数になります。



２７の約数は，１，３，９，２７です。
ところが，これらがすべて答えにはなりません。
なぜなら，問題文に「１８３と２１０のどちらもわり切れず」と書いてありました。

ところが，

１８３÷１＝１８３，２１０÷１＝２１０	→	わり切れる
１８３÷３＝６１，　２１０÷３＝７０	→	わり切れる
１８３÷９＝２０ あまり ３，２１０÷９＝２３ あまり ３	→	わり切れない
１８３÷２７＝６ あまり ２１，２１０÷２７＝７ あまり ２１	→	わり切れない

となり，１と３の場合は，わり切れてしまいます。
よって，答えは**９，２７**になります。

※　解き方を簡単にまとめると，次のようになります。

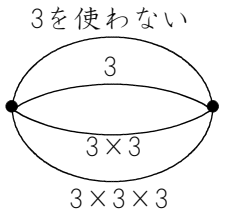
> １８３と２１０のどちらをわっても，同じあまりが出る整数の求め方
> ・２１０－１８３＝２７
> ・２７の約数を求める
> ・約数のうち，１８３や２１０をわり切るものはダメ

なお，次のような問題も，よく出題されます。

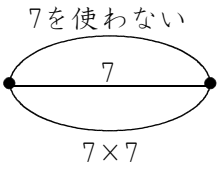
> ５１７と６１３と８７７のどれをわっても，同じあまりが出る整数の求め方
> ・６１３－５１７＝９６，８７７－６１３＝２６４
> ・９６と２６４の公約数を求める
> ・公約数のうち，５１７や６１３や８７７をわり切るものはダメ

基本 1 (5)

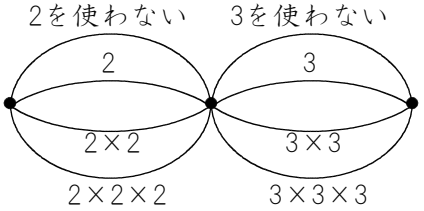
ワンポイント　素因数分解による解き方をマスターしましょう。



①　２７を素因数分解すると，３×３×３です。
　右の図のように，「３を使わない道」，「３の道」，「３×３の道」，「３×３×３の道」の，４本の道のうち，どの道を通っていくかという問題と同じですから，約数は４個あります。



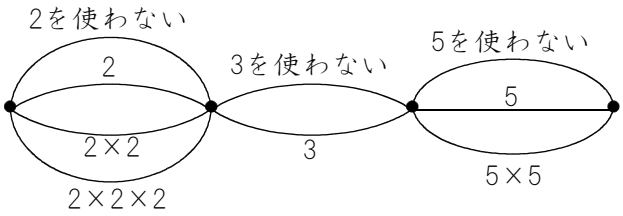
②　４９を素因数分解すると，７×７ です。
　右の図のように，「７を使わない道」，「７の道」，「７×７の道」の，３本の道のうち，どの道を通っていくかという問題と同じですから，約数は３個あります。



③　２１６を素因数分解すると，
２×２×２×３×３×３です。
　素因数分解した数の中に，２は３個あります。
　２に関係する道は，「２を使わない道」をふくめて，右の図のように４本あります。
　３に関係する道も，「３を使わない道」をふくめて，４本あります。
　よって，道の通り方は，４×４＝１６（通り）になります。
　２１６の約数も，１６個になります。

（次のページへ）

④　６００を素因数分解すると，
２×２×２×３×５×５です。
　素因数分解した数の中に，
２は３個あります。
　２に関係する道は，
「２を使わない道」をふくめて，
右図のように４本あります。



　３に関係する道は，「３を使わない道」をふくめて２本です。
　５に関係する道は，「５を使わない道」をふくめて３本です。
　よって，道の通り方は，４×２×３＝２４（通り）になります。
　６００の約数も，２４個になります。

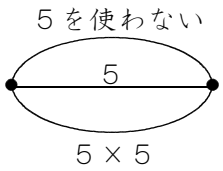
⑤　まず，２×４×８×１６を素因数分解します。
　２はもちろん，２が１個です。
　４は２×２なので，２が２個です。
　８は２×２×２なので，２が３個です。
　１６は２×２×２×２なので，２が４個です。

　合計，２が　１＋２＋３＋４＝１０（個）になります。

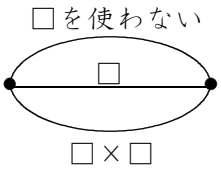
　道の通り方の問題にすると，「２を使わない道」をふくめて，道は１１本になるので，
２×４×８×１６の約数も，１１個になります。

基本 1 (6)

ワンポイント　約数の個数の考え方を，道の通り方の考え方に置き換えましょう。



たとえば，２５の約数は，１，５，２５の３個あります。
２５を素因数分解すると，５×５ ですから，右の図のように，「５を使わない」（この場合は，１という約数になります），
「５」，
「５×５」
以上，３個の約数があるのです。



同じようにして，素数を□とすると，約数が３個だけある整数は，「□を使わない」（この場合は，１という約数になります），
「□」，
「□×□」
以上，３個の約数があればよいわけです。

つまり，３個の約数があるのは，素因数分解したら □×□ の形になる整数です。

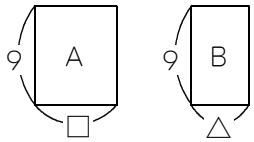
２５も，素因数分解すると ５×５ になりますから，確かに約数が３個あったのです。

素数を小さい方から書くと，２，３，５，７，…と続きます。
よって，約数が３個だけある整数は，
２×２＝４，
３×３＝９，
５×５＝２５　になります。

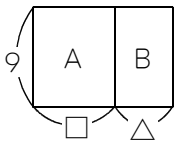
基本 1 (7)

ワンポイント　連除法の書き方を書いてから，考えましょう。

２つの数を，ＡとＢにします。ＡとＢの和は７２です。
ＡとＢの最大公約数は９ですから，ＡもＢも９でわれます。Ａ，Ｂを９でわった商を，□，△とします。
Ａ÷９＝□，Ｂ÷９＝△　ということですから，
□×９＝Ａ，△×９＝Ｂ　です。
面積図で表すと，右の図のようになります。



２つの図をくっつけると，Ａ＋Ｂは７２ですから，
□＋△は，７２÷９＝８　になります。



連除法において，□＋△が８になるのは，次の４種類が考えられます。

（ア）
９）Ａ　Ｂ
　１　７

（イ）
９）Ａ　Ｂ
　２　６

（ウ）
９）Ａ　Ｂ
　３　５

（エ）
９）Ａ　Ｂ
　４　４

このうち，（イ）は，２と６が，さらに２でわり切れるので，最大公約数が９ではなくなってしまうので，ダメです。

（イ）
９）Ａ　Ｂ
２）２　６
　１　３

（エ）も同様に，４と４が，さらに４でわり切れるので，最大公約数が９ではなくなってしまうので，ダメです。

（エ）
９）Ａ　Ｂ
４）４　４
　１　１

（ア）と（ウ）の場合はＯＫで，
（ア）の場合は，Ａが　１×９＝９，
Ｂは　７×９＝６３　です。
（ウ）の場合は，Ａが　３×９＝２７，
Ｂは　５×９＝４５　です。

（ア）
９）Ａ　Ｂ
　１　７

（ウ）
９）Ａ　Ｂ
　３　５

よって，答えは（９と６３），（２７と４５）になります。

基本 1 (8)

ワンポイント　計算のしかたをマスターしましょう。

１，２，３，…，２０の数の中で，
３，６，９，…が，３でわり切れます。
２０÷３＝６ あまり ２ ですから，
３でわり切れる数は，６個あります。

$1\times2\times3\times4\times5\times6\times\cdots\cdots\times18\times19\times20$

３で６回わったあとは，右のようになります。
新しく，１，２，…，６という数があらわれました。

$1\times2\times\overset{1}{\cancel{3}}\times4\times5\times\overset{2}{\cancel{6}}\times\cdots\cdots\times\overset{6}{\cancel{18}}\times19\times20$

６÷３＝２ ですから，新しくあらわれた数の中で，３でわり切れる数は，２個あります。

もう，３でわり切れる数はあらわれません。

以上のことを整理して式にすると，右の図のようになります。
３でわり切れる回数は，全部で，
６＋２＝８（回）です。

２０÷３＝６ あまり ２
６÷３＝２

ですから，８＋１＝9（回目）に，３でわり切れなくなります。

※「３で何回わり切れますか」と「何回目で３でわり切れなくなりますか」との問題文のちがいに注意しましょう。

基本 2 (1)

ワンポイント　小数の最小公倍数の求め方をマスターしましょう。

できた正方形のたては，８.４cmの倍数です。横は，１５.６cmの倍数です。
正方形は，たてと横の長さが同じです。
よって，正方形の一辺は，８.４cmの倍数でもあるし，１５.６cmの倍数でもあります。
しかも，(1)ではいちばん小さい正方形を求めるので，８.４と１５.６の最小公倍数になります。

小数の最小公倍数は，何倍かして整数にしてから最小公倍数を求めて，何倍かしたのと同じ数でわって，小数にもどします。

８.４と１５.６の場合，両方とも１０倍すれは，８４と１５６になります。
８４と１５６の最小公倍数は，　１０９２　ですから，
８.４と１５.６の最小公倍数は，１０９.２　になります。

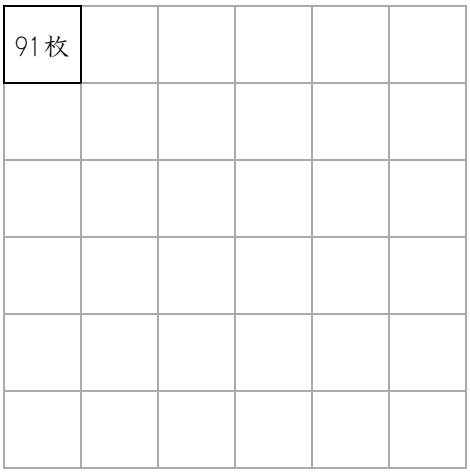
よって，いちばん小さい正方形の一辺は，１０９.２cmになります。

基本 2 (2)

ワンポイント　まず，一番小さい正方形を作るための，たてと横の枚数を求めましょう。

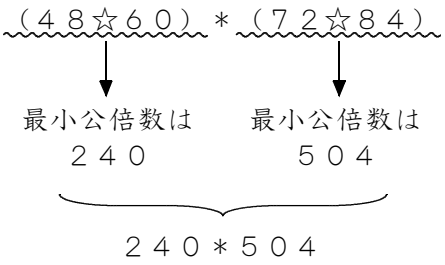
１枚のタイルの，たては８.４cmで，横は１５.６cmです。
一番小さい正方形の一辺は１０９.２cmなので，たてに　１０９.２÷８.４＝１３（枚），横に　１０９.２÷１５.６＝７（枚）あれば，一番小さい正方形を作ることができます。
全部で，１３×７＝９１（枚）あれば，一番小さい正方形を作ることができるわけです。

小さいほうから６番目の正方形を作るには，右図のように，９１枚の，６×６＝３６（倍）の枚数が必要ですから，
９１×３６＝３２７６（枚）のタイルを使うことになります。



基本 3 (1)

ワンポイント　ただ，フツーに計算するだけの問題です。



２４０と５０４の最大公約数を求めることになるので，答えは２４です。

基本 3 (2)

ワンポイント　きちんと，すべてを求めるのは，なかなかむずかしいです。

５６＊９６ の部分は，５６と９６の最大公約数を求めることになるので，８です。
よって，８☆□＝２４ の□を求めることになります。
つまり，８と□の最小公倍数が２４になればよいのです。

このあとは，最小公倍数の基本にかえって考えていきましょう。
８の倍数は，８，１６，２４，……です。
□ の倍数の場合も，□ の１倍，□ の２倍，□ の３倍，……と書いていくと，そのうち２４が登場するはずです。

よって，□ は２４の約数になるので，１，２，３，４，６，８，１２，２４のいずれかです。

□ が１ならば，８と１の最小公倍数は８です。　→ダメ
□ が２ならば，８と２の最小公倍数は８です。　→ダメ
□ が３ならば，８と３の最小公倍数は２４です。→ＯＫ
□ が４ならば，８と４の最小公倍数は８です。　→ダメ
□ が６ならば，８と６の最小公倍数は２４です。→ＯＫ
□ が８ならば，８と８の最小公倍数は８です。　→ダメ
□ が１２ならば，８と１２の最小公倍数は２４です。→ＯＫ
□ が２４ならば，８と２４の最小公倍数は２４です。→ＯＫ

よって答えは，３，６，１２，２４ になります。

基本 4 (1)

ワンポイント　３つの式に，すべてＡがふくまれているところがキーポイントです。

Ａ×Ｂ＝６０　という式から，Ａは６０の約数であることがわかります。
Ａ×Ｃ＝８４　という式から，Ａは８４の約数であることがわかります。
Ａ×Ｄ＝１２６　という式から，Ａは１２６の約数であることがわかります。

よって，Ａは６０と８４と１２６の公約数になります。

６０と８４と１２６の最大公約数は６です。

よって，Ａとして考えられる数は，６の約数である**１，２，３，６**です。

基本 4 (2)

ワンポイント　(1)を利用して，問題を解いていきます。

Ｂ＋Ｃ＋Ｄ の値を最も小さくするためには，Ｂ，Ｃ，Ｄを小さくする必要があります。

ところで，Ａ×Ｂ＝６０ という式において，Ｂを小さくするためには，Ａをなるべく大きくする必要があります。
同じようにして，Ａ×Ｃ＝８４，Ａ×Ｄ＝１２６ の場合も，ＣやＤを小さくするためには，Ａをなるべく大きくする必要があります。

(1)で，Ａは１，２，３，６のいずれかであることがわかりました。
Ａをなるべく大きくするのですから，Ａは６にするのがベストです。

Ａ×Ｂ＝６０ の式において，Ａが６のとき，Ｂは ６０÷６＝１０ です。
Ａ×Ｃ＝８４ の式において，Ａが６のとき，Ｃは ８４÷６＝１４ です。
Ａ×Ｄ＝１２６ の式において，Ａが６のとき，Ｄは １２６÷６＝２１ です。

Ａ＝６，Ｂ＝１０，Ｃ＝１４，Ｄ＝２１ になります。

練習 1 (1)

ワンポイント　Ｎが，どういう範囲に入っている数なのかを，しっかり考えましょう。

この問題は，次のような問題をもとにして，作られています。

> 問題ア　１から１００までの整数のうち，７の倍数は何個ありますか。

この問題ならば，１００÷７＝１４ あまり ２ ですから，答えは１４個になります。
つまり，わり算をしたときの商が答えになり，あまりは無視するわけです。

では，次のような問題は，どのように求めるのでしょう。

> 問題イ　１からＮまでの整数のうち，４の倍数は３１個ありました。
> 　　Ｎとして考えられる整数をすべて答えなさい。

問題アの場合，あまりは無視してよいのでした。
ですから問題イの場合も，いろいろなあまりの数によって，Ｎはいろいろな数がありえることになります。
たとえば，Ｎ÷４＝３１　で，あまりがない場合は，Ｎは ４×３１＝１２４ です。
Ｎ÷４＝３１ あまり １　とすると，Ｎは，１２４＋１＝１２５ です。
Ｎ÷４＝３１ あまり ２　とすると，Ｎは，１２４＋２＝１２６ です。
Ｎ÷４＝３１ あまり ３　とすると，Ｎは，１２４＋３＝１２７ です。
４でわったときのあまりは最大で３ですから，Ｎとしてあてはまる数は，
１２４，１２５，１２６，１２７の４個です。

この問題イの場合，もっと楽な解き方があります。
Ｎ÷４＝３１ によって，Ｎ＝４×３１＝１２４ が，最も小さなＮです。
４の倍数が３１個ではなくて，３２個になる最も小さなＮは，４×３２＝１２８
になりますから，１２８の直前の数である１２７までが，４の倍数が３１個になる数です。
よって，Ｎには，１２４から１２７までの数が，あてはまることになります。

次のような問題も，簡単に解くことができますね。

> 問題ウ　１からＮまでの整数のうち，６の倍数は２１個ありました。
> 　　Ｎとして考えられる整数をすべて答えなさい。

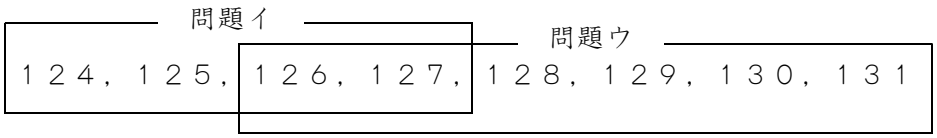
問題ウにあてはまる，最も小さいＮは，６×２１＝１２６ です。
もし６の倍数が２１個ではなくて２２個になる最も小さなＮを求めるならば，Ｎは
６×２２＝１３２ になりますから，１３２の直前の数である１３１までが，６の倍数が２１個になる数です。

（次のページへ）

よって，Ｎには，１２６から１３１までの数が，あてはまることになります。

(1)の問題は，問題イと問題ウの両方にあてはまるＮを答える問題でした。
問題イには，１２４から１２７までの数が，あてはまりました。
問題ウには，１２６から１３１までの数が，あてはまりました。

両方にあてはまる数は，次の図を見るとわかる通り，１２６と１２７です。



練習 1 (2)

ワンポイント　一番小さい数は根性で求め，あとは最小公倍数をプラスしていきます。

８の倍数は，８，１６，２４，…… です。
２を加えると８になる数は，８－２＝６ です。
２を加えると１６になる数は，１６－２＝１４ です。
２を加えると２４になる数は，２４－２＝２２ です。

よって，２を加えると８の倍数になる数は，６，１４，２２，…　となります。→（ア）

６の倍数は，６，１２，１８，２４，……です。
２を引くと６になる数は，６＋２＝８ です。
２を引くと１２になる数は，１２＋２＝１４ です。
２を引くと１８になる数は，１８＋２＝２０ です。

よって，２を引くと６の倍数になる数は，８，１４，２０，…… となります。→（イ）

（ア），（イ）の両方にあてはまる，一番小さい数は１４です。

１４の次の数は，８と６の最小公倍数である２４をプラスすることになるので，
１４＋２４＝３８ です。
３８の次の数は，さらに２４をプラスして，３８＋２４＝６２ です。

このように，１４に２４をどんどんプラスしていけば，問題にあてはまる数が
どんどん出てきます。

１４，３８，６２，８６，１１０，…

１００に近い数は，８６か，１１０です。

８６は１００よりも１４も少なくなっています。
１１０は１００よりも，たった１０だけ多いので，１１０の方が８６よりも，１００に近いです。

よって，１００に最も近い数は１１０になります。

練習 2 (1)

ワンポイント　「１個あまる」という意味を，しっかり考えましょう。

りんごは６１個ありました。
子どもたちに分けたところ，１個あまりました。
６１個あって１個あまったのですから，分けたのは ６１－１＝６０（個）です。
子どもの人数は，６０個をぴったり分けることができるような人数ですから，
６０の約数です。

なしは８５個ありました。
子どもたちに分けたところ，ぴったり分けられました。
子どもの人数は，８５個をぴったり分けることができるような人数ですから，
８５の約数です。

みかんは１２１個ありました。
子どもたちに分けたところ，１個あまりました。
１２１個あって１個あまったのですから，分けたのは １２１－１＝１２０（個）です。
子どもの人数は，１２０個をぴったり分けることができるような人数ですから，
１２０の約数です。

以上のことから，子どもの人数は，６０と８５と１２０の公約数です。
最大公約数は５で，５の約数は１と５ですから，子どもの人数は１人か，５人です。

しかし，子どもの人数が１人ということはありません。
なぜなら，子どもの人数が１人だったら，６１個のりんごをその１人に配って，りんごが１個あまる，ということはないからです。
（６１個を，すべて配ってしまえます。）

よって，子どもの人数は5人になります。

練習 2 (2)

ワンポイント　解き方を，暗記してしまいましょう。

この問題に似ている問題を，すでに基本 1 (4)で解いています。
そのときに，次のような解き方を学習しました。

> １８３と２１０のどちらをわっても，同じあまりが出る整数の求め方
> ・２１０－１８３＝２７
> ・２７の約数を求める
> ・約数のうち，１８３や２１０をわり切るものはダメ

> ５１７と６１３と８７７のどれをわっても，同じあまりが出る整数の求め方
> ・６１３－５１７＝９６，８７７－６１３＝２６４
> ・９６と２６４の公約数を求める
> ・公約数のうち，５１７や６１３や８７７をわり切るものはダメ

この問題の場合は，６１と８５と１２１のどれをわっても，同じあまりが出る整数を求めることになります。
よって，８５－６１＝２４，１２１－８５＝３６　として，２４と３６の公約数を求めることになります。
最大公約数は１２ですから，２４と３６公約数は，１２の約数の １，２，３，４，６，１２ になります。
これらの数のうち，６１や８５や１２１をわり切るものは，１だけです。

よって答えは，１以外の２，３，４，６，１２ になります。

練習 3 (1)

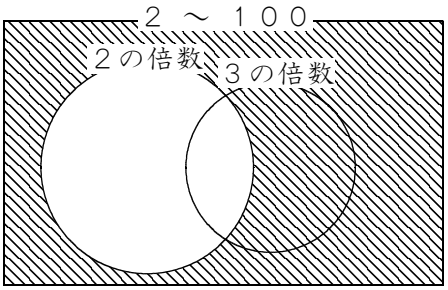
ワンポイント　問題文の意味がわかりにくいです。理解できるようにがんばりましょう。

はじめに，２から１００までの整数があります。
それらの整数の中で，最も小さい整数は２です。

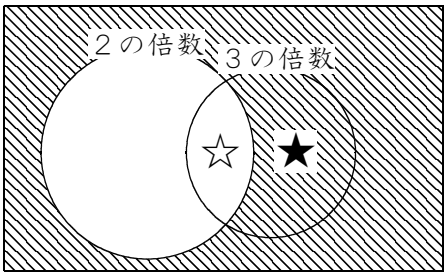
１回目の操作で，「最も小さい整数の倍数を取りのぞく」のでした。
「最も小さい整数」は２ですから，２の倍数を取りのぞくことになります。
２，４，６，８，…を取りのぞくのですから，
残るのは３，５，７，９，…です。
それらの整数の中で，最も小さい整数は，３です。

２回目の操作で，また「最も小さい整数の倍数を取りのぞく」のでした。
「最も小さい整数」は３ですから，３の倍数を取りのぞくことになります。

つまり，１回目の操作で２の倍数を取りのぞき（このときに，右図の斜線の部分が残ります），



２回目では，残った数の中で，３の倍数を取りのぞきます。
２回目で取りのぞくのは，右図の★の部分です。
この部分は，まず３の倍数が何個あるかを求め，次に☆の個数を引けば，求められます。
☆の部分は，２でも３でもわり切れる数のところですから，２と３の最小公倍数である，６の倍数のところです。

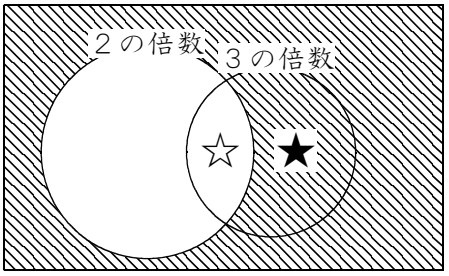


よって，２から１００までの中に，３の倍数が何個あるかを求めて，次に，２から１００までの中に，６の倍数が何個あるかを求めて，ひき算をすればよいことになります。

（次のページへ）

ところで，１という整数は，３の倍数や６の倍数ではありません。
ですから，３の倍数や６の倍数が何個あるかを求めるときは，２から１００までででなくても，１から１００までにしても，同じことになります。しかも，１から１００までの方が，簡単に計算できます。
１から１００までの中に，３の倍数は　１００÷３＝３３　あまり　１　により，３３個あります。
１から１００までの中に，６の倍数は　１００÷６＝１６　あまり　４　により，１６個あります。

よって，★の部分の個数は，
３３－１６＝１７（個）になります。



練習 3 (2)

ワンポイント　なかなか取りのぞかれない数は，どのような数でしょう。

はじめに，２，３，４，５，…，１００　という数があって，最も小さい数は２です。

１回目に２の倍数が取りのぞかれて，３，５，７，…，９９ が残ります。
残っている数の中で，最も小さい数は３です。

２回目に３の倍数が取りのぞかれて，５，７，１１，…，９７ が残ります。
残っている数の中で，最も小さい数は５です。

３回目に５の倍数が取りのぞかれて，７，１１，１３，…，９７ が残ります。
残っている数の中で，最も小さい数は７です。

４回目には，７の倍数が取りのぞかれます。

ここまでのようすから，１回目から４回目までに取りのぞかれる倍数は，２，３，５，７の倍数であることがわかりました。

この，２，３，５，７，…というのは，素数です。

つまり，素数の倍数が，小さい方からどんどん取りのぞかれていくことになります。

最後に取りのぞかれるのは，２から１００までの数の中で，最も大きい素数，ということになります。

１００，９９，９８，９７，…と見ていくと，１００と９９と９８は素数ではありませんが，９７は素数です。

したがって，最後に取りのぞかれるカードに書かれた整数は，９７になります。

練習 3 (3)

ワンポイント　自力だけでは解けなくても，解説を読んで理解できればＯＫです。

１回目に取りのぞくのは，２の倍数すべてです。
つまり，２×１，２×２，２×３，２×４，……，２×５０ です。

２回目に取りのぞくのは，３の倍数のうち，１回目に取りのぞかれていないものです。
３の倍数は，３×１，３×２，３×３，３×４，……，３×３３ ですが，
このうち３×「２」，３×「４」，…などは，１回目の２の倍数のときに，取りのぞかれています。
よって，２回目に取りのぞくのは，３×□ という数の中で，□が２の倍数ではないものだけです。
３×１，３×３，３×５，……，３×３３ となり，全部で１７個あります。

３回目に取りのぞくのは，５の倍数のうち，１回目と２回目に取りのぞかれていないものです。
５の倍数は，５×□ という形をしていますが，□が２の倍数や３の倍数ではいけないので，５×１，５×５，５×７，５×１１，５×１３，５×１７，５×１９の，７個になります。

４回目に取りのぞくのは，７の倍数のうち，１回目から３回目に取りのぞかれていないものです。
７の倍数は，７×□ という形をしていますが，□が２や３や５の倍数ではいけないので，７×１，７×７，７×１１，７×１３ の，４個になって，ＯＫです。

同じようにして，５回目に取りのぞくのは，１１×１ の１個です。

６回目以降も，５回目と同じように１個しか取りのぞかれないので，４個取りのぞくのは，4 回目の操作のときだけです。

練習 4 (1)

ワンポイント　慣れるまでは意味をよく考えて解き，慣れたら機械的に解きましょう。

まず，次のような超簡単な問題から解説します。

問題

１０５７０００００００は，一の位から連続して「０」が何個ならびますか。

単純に一の位から並んでいる０の数をかぞえればよいので，答えは７個になります。
では，次の問題はどうでしょう。

問題

１０５７０００００００は，１０で何回わり切れますか。

１０で１回ずつわっていくと，右はしの０が１個ずつなくなっていくので，７回われば１０５７となり，それ以上わり切れなくなります。よって，答えは７回です。

つまり，「一の位から連続して０が何個ならびますか。」という問題は，
「１０で何回わり切れますか。」という問題と，同じことになります。
さて，「１０でわる」というのは，１０＝２×５ ですから，
「２でわって，さらに５でわる。」と同じです。

たとえば，３６２８８００という数が，２で８回わり切れて，５で２回わり切れることがわかっているとします。
次のようなイメージです。

３６２８８００ ┬ ２で … ○○○○○○○○　（８回）
　　　　　　 └ ５で … ○○　（２回）

それでは，３６２８８００という数は，「２でわって，さらに５でわる」ということを，何回できるでしょうか。

実は，２回しかできません。
まず１回目，２でわって５でわると，次のようになります。

３６２８８００ ┬ ２で … ×○○○○○○○　（あと７回）
　　　　　　 └ ５で … ×○　（あと１回）

もう一度，２でわって５でわると，次のようになります。

３６２８８００ ┬ ２で … ××○○○○○○　（あと６回）
　　　　　　 └ ５で … ××　（あと０回）

（次のページへ）

つまり，いくら２でわることが多く残っていたとしても，もう５でわることは不可能なので，「２でわって，さらに５でわる」ことは，２回しかできません。

ようするに，「２でわって，さらに５でわる」ことは，「２でわり切れる回数」と，「５でわり切れる回数」のうち，少ない回数の方しかできないことになります。

では，Ａ＝１×２×３×４×……×１９×５０　について，考えてみましょう。

Ａは，２で何回われるかは，(1)の問題と同様に計算することができます。

５０÷２＝２５
２５÷２＝１２　あまり　１
１２÷２＝６
　６÷２＝３
　３÷２＝１　あまり　１

合計，２５＋１２＋６＋３＋１＝４７（回），２でわることができます。

次に，Ａが，５で何回われるかを，求めてみましょう。

５０÷５＝１０
１０÷５＝２

Ａは，５で　１０＋２＝１２（回），わることができます。

結局，Ａは２で４７回，５で１２回，わることができました。
「２でわって，さらに５でわる」ことは，少ない回数の方しかできないので，１２回しかできません。

よって，Ａは，一の位から連続して「０」が１２個ならんでいることがわかりました。

ところで，答えを求めるときに，「２で何回われるか」と，「５で何回われるか」の，両方を計算して，少ない方である「５で何回われるか」の回数の方を答えにしました。
しかし，この問題のような，「１×２×…×Ｎ」の０がならぶ個数を求める問題の場合は，いつも必ず「２でわれる回数」よりも「５でわれる回数」の方が少ないので，「２でわれる回数」を求めることはしなくてＯＫです。

この問題の解き方を整理すると，右の図のようになります。

０が何個ならぶか
＝
１０で何回われるか
＝
２と５で何回われるか
＝
５で何回われるか

練習 4 (2)

ワンポイント　５０を１２で割って，答えを４にするミスが多いです。注意しましょう。

(1)を解く途中で，「１０で割る」というのは，「２と５で割る」ことと同じでした。
１０を素因数分解すると，２×５ となるからです。

(2)の問題は，１２で割る問題です。
１２を素因数分解すると，２×２×３ です。

よって，「１２で割る」というのは，「２と２と３で割る」ということです。

１×２×３×……×５０が，２で何回割れるかは右のような計算をして，
２５＋１２＋６＋３＋１＝４７（回）割れることがわかりました。

５０÷２＝２５　あまり　１
２５÷２＝１２　あまり　１
１２÷２＝６
　６÷２＝３
　３÷２＝１　あまり　１

１×２×３×……×５０が，３で何回割れるかは右のような計算をして，
１６＋５＋１＝２２（回）割れることがわかりました。

５０÷３＝１６　あまり　２
１６÷３＝５　あまり　１
　５÷３＝１　あまり　２

では，「２と２と３で割る」ことは，何回できるでしょう。

１×２×３×……×５０ は，２で４７回割り切れるのですから，２回ずつの段にすると，４７÷２＝２３ あまり １ なので，２３段と，あと１個あまります。

１×２×３×……×５０ は，３では２２回割り切れることも考えると，次のような表にすることができます。

１段目	÷２	÷２	÷３
２段目	÷２	÷２	÷３
……			
２２段目	÷２	÷２	÷３
２３段目	÷２	÷２	
２４段目	÷２		

よって，「２と２と３で割る」ことは，２２回しかできないことになります。
（２３段目には，もう３がなくなったからです。）
以上のことから，１×２×３×……×５０ は，「１２で割ること」，つまり「２と２と３で割ること」は，２２回しかできず，２３回目には商は整数でなくなることになります。

練習 5 (1)

ワンポイント　問題をキッチリ読んで，ただ計算するだけです。

９の約数は，１，３，９ですから，〈9〉＝１×３×９＝２７ です。
１０の約数は，１，２，５，１０ですから，〈１０〉＝１×２×５×１０＝１００ です。

よって，〈9〉×〈１０〉＝２７×１００＝２７００ です。

練習 5 (2)

ワンポイント　約数をすべて書くときの書き方が，この問題の解き方を簡単にします。

140 の約数は，
1，2，4，5，7，10，14，20，28，35，70，140
です。

これらを，次のような積の形でまとめます。
1×140，2×70，4×35，5×28，7×20，10×14

すると，〈140〉は，次のようになります
〈140〉＝（1×140）×（2×70）×（4×35）×（5×28）×（7×20）×（10×14）
＝　140　×　140　×　140　×　140　×　140　×　140

この問題は，〈140〉＝140×□ の，□ を求める問題でした。
よって，
□＝〈140〉÷140
＝（140×140×140×140×140×140）÷140
＝140×140×140×140×140
＝53782400000 になります。

※　最後のかけ算は，実際に計算する他に解き方がありません。

練習 5 (3)

ワンポイント　分数にして計算する方が，マトモに計算するよりまだマシです。

１００の約数は，１，２，４，５，１０，２０，２５，５０，１００ です。

よって，〈１００〉＝１×２×４×５×１０×２０×２５×５０×１００ です。

５０の約数は，１，２，５，１０，２５，５０ です。

よって，〈５０〉＝１×２×５×１０×２５×５０ です。

〈１００〉÷〈５０〉

$$=\frac{1\times2\times4\times5\times10\times20\times25\times50\times100}{1\times2\times5\times10\times25\times50}$$

＝４×２０×１００

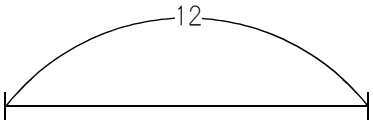
＝８０００ になります。

※　この解き方をよく見ると，１００の約数のうち，５０の約数ではない，
４，２０，１００だけの積を求めればよいことがわかります。

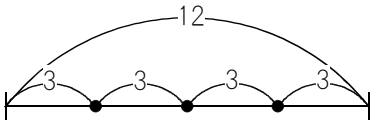
練習 6 (1)

ワンポイント　線の長さを最小公倍数に決めて，解いていきましょう。

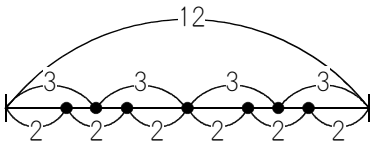
４と６の最小公倍数は１２です。
そこで，線の長さを１２にして，問題を解いていきます。



４等分すると，右図のようになります。
１２÷４＝３ ずつ，印をつけることになります。
両はしには印をつけないことに注意しましょう。



６等分した場合も重ねて書くと，右図のようになります。
１２÷６＝２ずつ，印をつけることになります。
やはり両はしには印をつけません。

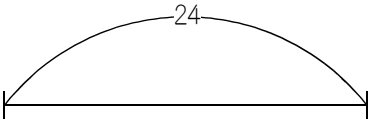


印を数えると，７個になります。

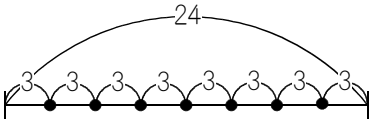
練習 6 (2)

ワンポイント　線の長さを最小公倍数に決めて，解いていきましょう。

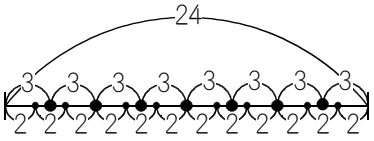
８と１２の最小公倍数は２４です。
そこで，線の長さを２４にして，問題を解いていきます。



８等分すると，右図のようになります。
２４÷８＝３ ずつ，印をつけることになります。
両はしには印をつけないことに注意しましょう。



１２等分した場合も重ねて書くと，右図のようになります。
２４÷１２＝２ ずつ，印をつけることになります。
やはり両はしには印をつけません。

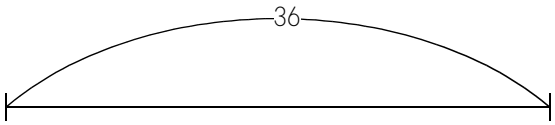


印を数えると，１５個になります。

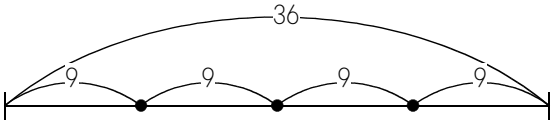
練習 6 (3)

ワンポイント　線の長さを，最小公倍数にして計算すると，解きやすいです。

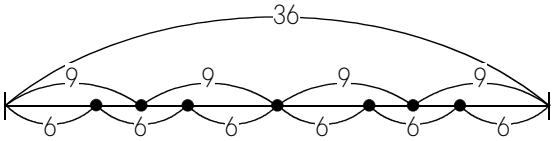
４と６と９の最小公倍数は３６です。
そこで，線の長さを３６にして，問題を解いていきます。



４等分すると，次の図のようになります。３６÷４＝９ ずつ，印をつけます。

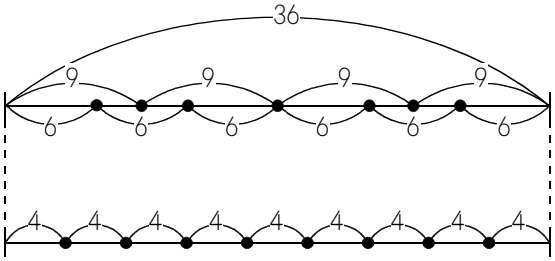


６等分した場合も重ねて書くと，次の図のようになります。３６÷６＝６ ずつ，印をつけました。

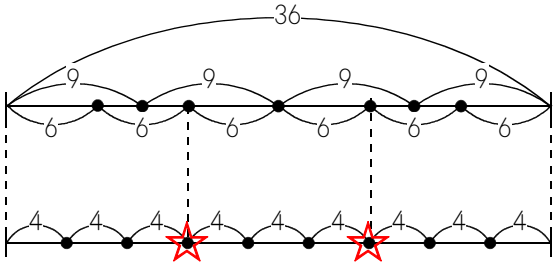


今のところ，印は７個あります。

ここでさらに，９等分した場合も書いたのが右の図です。ただし，重ねて書くと複雑になるので，上下に分けて書きました。
３６÷９＝４ ずつ，印をつけました。
９等分する場合は，印は８個あるので，全部の印の数は，７＋８＝１５（個）になりそうですが，



右図の☆の部分の２個は，すでに印がつけてあるところですから，印の数は，１５－２＝１３（個）になります。



練習 6 (4)

ワンポイント　(1)から(3)までと同じ解き方をすると，複雑すぎて破綻（はたん）します。

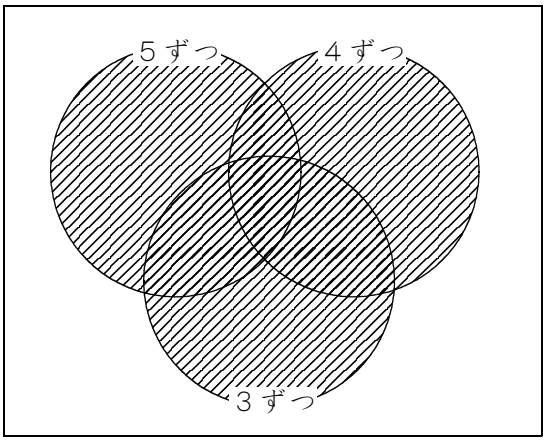
３６と４５と６０の最小公倍数は１８０ です。
そこで，線の長さを１８０にして，問題を解いていきます。

３６等分するときは，１８０÷３６＝５ ずつ，印をつけていきます。
印の数は，３６－１＝３５（個）です。

４５等分するときは，１８０÷４５＝４ ずつ，印をつけていきます。
印の数は，４５－１＝４４（個）です。

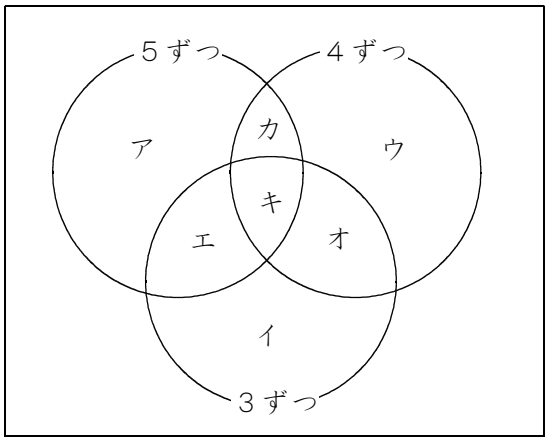
６０等分するときは，１８０÷６０＝３ ずつ，印をつけていきます。
印の数は，６０－１＝５９（個）です。

よって，１８０の長さの直線に，５ずつ，４ずつ，３ずつ，印をつけていって，印が全部で何個になるか，という問題です。



このような問題の場合は，ベン図を書いて，ミスしないように解いていきます。
右のベン図の，斜線をひいてあるところの個数を求める問題です。

右図のように記号をつけると，
キの部分は，５と４と３の最小公倍数である，６０ずつ印をつけていくので，
１８０÷６０－１＝２（個）です。
※　右はしには印をつけないので，１をひく計算になります。

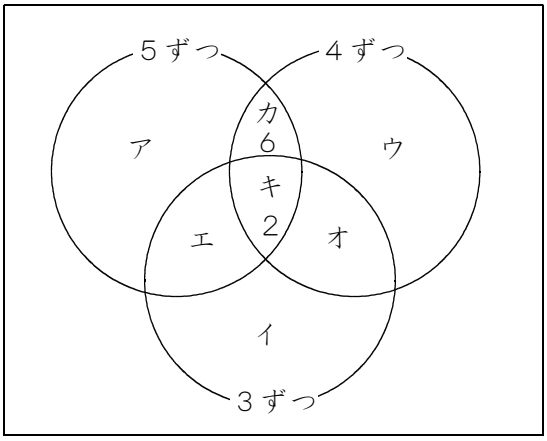


カキの部分は，５と４の最小公倍数である，２０ずつ印をつけていくので，
１８０÷２０－１＝８（個）です。
よって，カは，８－２＝６（個）です。

（次のページへ）

エキの部分は，５と３の最小公倍数である１５ずつ印をつけていくので，
１８０÷１５－１＝１１（個）です。
よって，エは，１１－２＝９（個）です。

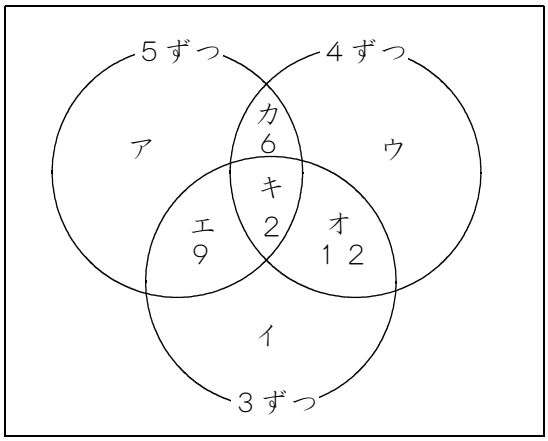
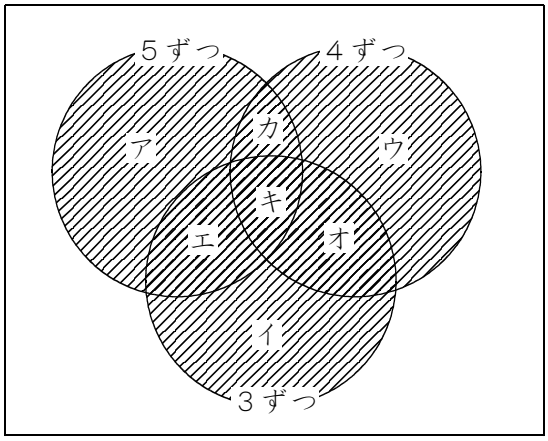
オキの部分は，４と３の最小公倍数である１２ずつ印をつけていくので，
１８０÷１２－１＝１４（個）です。
よって，オは　１４－２＝１２（個）です。



５ずつ印をつけたのは３５個でしたから，
アは　３５－（６＋９＋２）＝１８（個）です。

３ずつ印をつけたのは５９個でしたから，
イは　５９－（９＋１２＋２）＝３６（個）です。

４ずつ印をつけたのは４４個でしたから，
ウは　４４－（１２＋６＋２）＝２４（個）です。



したがって，右図の斜線をつけた部分の個数は，
ア＋イ＋ウ＋エ＋オ＋カ＋キ
＝１８＋３６＋２４＋　９　＋１２＋　６　＋　２
＝１０７（個）になります。