実力完成問題集·6年上·第4回 反復基本問題·反復練習問題のくわしい解説

目 次 反復基本 1 (1)…p.1 反復基本 1 (2)···p.2 (3)···p.3 反復基本 1 反復基本 1 (4)···p.5 反復基本 1 (5)…p.6 反復基本 1 (6)…p.8 反復基本 1 (7)…p.10 反復基本 1 (8)····p.12 反復基本 2 (1)···p.13 反復基本 2 (2)···p.13 反復基本 3 (1)···p.14 反復基本 3 (2)···p.16 反復基本 4 (1)···p.17 反復基本 4 (2)···p.17 反復練習 1 (1)···p.18 反復練習 1 (2)…p.19 反復練習 2 (1)···p.20 反復練習 2 (2)····p.20 反復練習 2 (3)…p.21 反復練習 3 (1)····p.22 反復練習 3 (2)…p.23 反復練習 4 (1)…p.27 反復練習 4 (2)…p.28 反復練習 5 (1)···p.29 反復練習 5 (2)···p.30 反復練習 5 (3)···p.31 反復練習 6 (1)···p.34 反復練習 6 (2)…p.35

すぐる学習会

反復基本 1 (1)

ワンポイント 座席を書いて,イメージしましょう。

右図のように, 3つの座席を用意します。

アの委員長の座席には、男子6人のうち1人を座らせるので、6通りの座らせ方があります。

 委員長
 副委員長

 ア
 イ

 (男子)
 (男子)

 (女子)

イの副委員長の座席には、残った男子5人のうち1人を座らせるので、5通りの座らせ方があります。

ウの副委員長の座席には、女子4人のうち1人を座らせるので、4通りの座らせ方があります。

よって、アには6通り、イには5通り、ウには4通りの座らせ方があるので、全部で $6 \times 5 \times 4 = 120$ (通り) になります。

反復基本 1 (2)

|ワンポイント| 倍数の簡単な見つけ方を復習しておきましょう。

倍数の簡単な見つけ方は右表の通りです。

3ケタの数が3の倍数になるためには、 各位の和が3の倍数にならなければなりません。

たとえば「123」という数は、3の倍数ですね。各位の和が、1+2+3=6で、6は3の倍数だから0Kです。

--- 倍数の見つけ方 ---

2の倍数…下1ケタが2の倍数4の倍数…下2ケタが4の倍数8の倍数…下3ケタが8の倍数3の倍数…各位の和が3の倍数9の倍数…各位の和が9の倍数5の倍数…下1ケタが0か56の倍数…2と3の公倍数

「123」をが3の倍数だったら,「132」「213」「231」「312」「321」は,すべて「123」の数字を並び替えただけですから,各位の和は必ず同じになり,3の倍数になります。これで,3の倍数を6通りゲットしました。

また、「234」も3の倍数です。各位の和が、2+3+4=9で、9は3の倍数だから0Kです。

「123」を並び替えると6通りの3の倍数をゲットしたのと同じように,「234」を並び替えても3の倍数を6通りゲットできます。

他には3の倍数はありません。

よって、「123」のときの6通り、「234」のときの6通りの、合わせて $6\times2=$ **12**(通り)の3の倍数ができます。

反復基本 1 (3)

|ワンポイント| 「パターン分け」をしようとする意識が大切です。

3つの積が30になるパターンを、考えてみましょう。

まず、1×1×30 ですが、サイコロの目に30という目はないのでダメです。

1×2×15 も、サイコロの目に15という目はないのでダメです。

1×3×10 も、サイコロの目に10という目はないのでダメです。

1 × 5 × 6 は. O K です。

 $1 \times 6 \times 5$ は、ダメです。なぜなら、 $1 \times 6 \times 5$ は、順序は違っても $1 \times 5 \times 6$ と同じことだからです。

 $1 \times 6 \times 5$ の,「 6×5 」のところのように、右の数の方が小さくなっているものはダメ、ということです。

したがって、「1×ア×イ」のパターンは、もう他にはないことになります。

次に、「2×ア×イ」のパターンを考えていきます。

このときも,「2×1×15」はダメです。サイコロの目に15という目がないのでダ メだし,「2×1」というところが,右の数の方が小さくなっているのでダメなのです。

次は、 $\lceil 2 \times 3 \times 5 \rfloor$ です。これはOKです。

次の,「 $2 \times 5 \times 3$ 」は,「 5×3 」のところが,右の数の方が小さくなっているのでダメです。

もう.「2×ア×イ」のパターンはありません。

次に、「3×ア×イ」ですが、このパターンでは、積が30になるものはありません。 なぜなら、たとえアやイが3だとしても、「3×3×3」となり、この計算をすると 27になるので積が30にはならず、「3×3×4」にすると、積は36になり、30を オーバーしてしまうからです。

以上のことから、積が30になるパターンは、次の2種類のパターンだけということがわかりました。

 $1 \times 5 \times 6$, $2 \times 3 \times 5$

しかし答えは2通りではありません。

なぜなら、サイコロには大、中、小の名前がついているからです。

たとえば「大=1,中=5,小=6」という目の出かたと,

「大=1、中=6、小=5」という目の出方は、違うからです。

もっとふざけて書くと,

「大川君に1万円、中川君に5万円、小川君に6万円」というお金のあげ方と、

「大川君に1万円,中川君に6万円,小川君に5万円」というお金のあげ方とは, ちがうあげ方になりますね。

(自分が小川君なら, どちらのあげ方も同じあげ方だ, とは言わないでしょう?)

このように、名前がついている場合は、パターンに分けるだけでなく、さらにそれを 並べ方によってこまかく分ける必要があるのです。

そこでまず、1×5×6 について、考えてみましょう。 この場合は、右表のように、6通りの場合があります。

これは、右表のように全部書いてもよいし、3×2×1=6 という式でも求められます。

どちらにしろ, 3個のものの並べ方は6通りあることを, おぼえておきましょう。

たとえば,「グー・チョキ・パー」の並べ替えも6通り,

「赤・黄・青」の並べ替えも6通り,

「A·B·C」の並び替えも6通りです。

大	中	小
1	5	6
1	6	5
5	1	6
5	6	1
6	1	5
6	5	1

次に、2×3×5 のパターンについてですが、これも6通りです。なぜなら、3個のものの並べ方は、「1×5×6」のパターンの場合と、数字は違っていても同じ考え方でできるからです。

以上のことから、「 $1 \times 5 \times 6$ 」パターンの場合は6通り、「 $2 \times 3 \times 5$ 」パターンの場合も6通りであることがわかりました。

全部で、 $6 \times 2 = 12$ (通り) になります。

反復基本 1 (4)

ワンポイント 「行き」に通った道は,「帰り」には通れないことを理解しましょう。

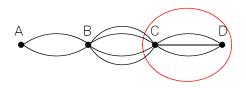
AからBまでの通り方は,道が2本あるので 2通りです。

BからCまでの通り方は, 道が4本あるので 4通りです。

CからDまでの通り方は, 道が3本なので 3通りです。 A B C D

次に、DからCまで戻り方を考えます。 道は3本ありますが、どれか1本の道は行き

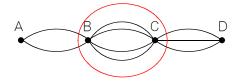
に通っているので、帰りは、行きに通った道以外の2本の道のいずれかを通ることになります。 よって、DからCまでの通り方は2通りです。

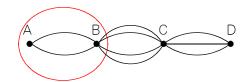


CからBまでの戻り方も、道は4本ありますが、 どれか1本の道は行きに通っているので、帰りは、 行きに通った道以外の3本の道のいずれかを通る ことになります。

よって、CからBまでの通り方は3通りです。

同じように考えて、BからAまでの通り方は 1通りになります。





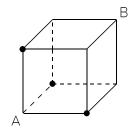
以上のことから、AからDまで行き、DからAに帰ってくる方法は、全部で、

 $2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 3 \times 1 = 144$ (通り) になります。

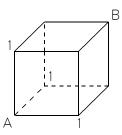
反復基本 1 (5)

ワンポイント 交差点に数を書いていく解き方の,立体バージョンです。

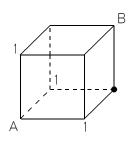
Aからスタートして,右図の●まで行く方法は, それぞれ1通りずつしかないので,



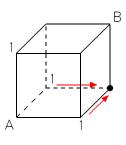
右図のように,「1」と書きこみます。



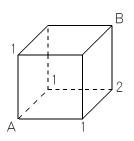
右図の●まで行く方法は,



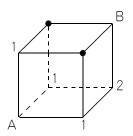
赤い矢印の通り方なので,



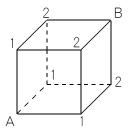
1+1=2 (通り) になります。



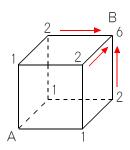
右図の●に行く方法も, まったく同じように考えて,



2通りずつです。



よって、Bへ行く方法は、2+2+2=6 (通り) になります。



反復基本 1 (6)

ワンポイント 二等辺三角形は、線対称な図形です。円の直径が対称の軸になります。

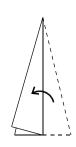
二等辺三角形は,線対称の形をしているので,



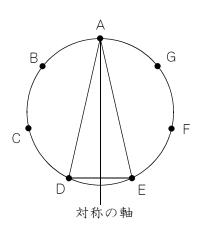
対称の軸を折り目にして,



二等辺三角形を折り返すと、 ぴったり重なります。

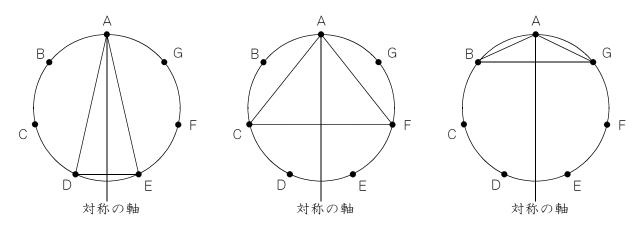


この問題では、対称の軸は、円の直径になっています。 右の図は、点Aを通る直径が対称の軸になっています。

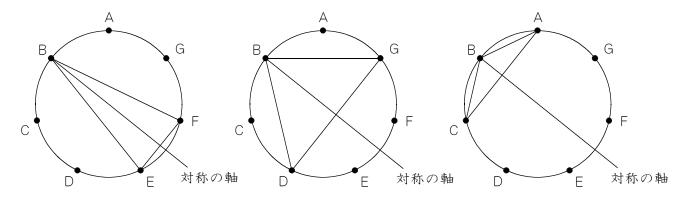


(次のページへ)

点Aを通る直径が対称の軸になっているような二等辺三角形は、下の図のように3個あります。



点Bを通る直径が対称の軸になっているような二等辺三角形も、下の図のように3個あります。

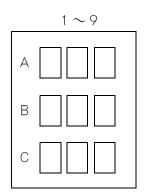


同様に考えると、点Aから点Gまでの7個の点で、二等辺三角形が3個ずつありますから、全部で $3 \times 7 = 21$ (個) になります。

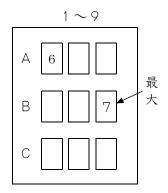
反復基本 1 (7)

ワンポイント 問題文をよく読んで、きちんと図に書いていきましょう。

1から9までのカードを3枚ずつ分けたのですから, 右図のように書きます。



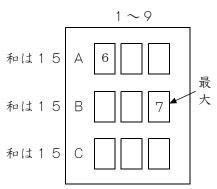
Aは6のカードを持っていて、Bは7のカードを持っています。 しかもBの持っているカードの中で、7は最大のカードです。 (つまり、Bは8や9のカードを持っていないことになります。)



3人の持っているカードの和は同じです。 ところで、1から9までの数の和は、 1+2+…+9=(はじめ+終わり)×個数÷2 = (1+9)×9÷2 = 45 です。

(1から10までの和が55であることを覚えておけば、1から9までの和は、55-10=45であることが、すぐわかります。)

3人とも和が同じですから、 $45 \div 3 = 15$ です。



ここで、A・B・Cのうちの1人に注目して、問題を解いていきます。 Cは、どのカードを持っているかが1枚もわかっていないので、パス。

よって、AかBかのどちらか1人に注目するのですが、Bの方が、「7が最大のカード」であることがわかっているので、Aよりも、より多くのことがわかっていると考えて、Bに注目することにします。

Bの持っているカードを、アとイと7にすると、その合計が15ですから、アとイの和は、15-7=8です。

和が8になる2枚のカードの組み合わせは、

1と7 … すでに7を持っているのでダメ。

2と6 … 6は、Aが持っているのでダメ。

3 2 5 ··· O K。

 $4 \times 4 \cdots カードは1~9が1枚ずつなので、ダメ。$

以上のことから, Bが持っているカードは, 「3と5と7」であることがわかりました。

次に, Aが持っているカードを, 6とウとエに すると, その合計が15ですから, ウとエの和は, 15-6=9 です。

和が9になる2枚のカードの組み合わせは,

1 2 8 ··· O K。

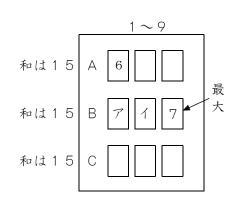
2と7 ··· Bが7を持っているのでダメ。

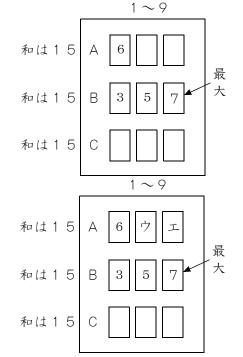
3と6 ··· Aが6を持っているのでダメ。

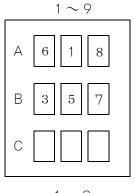
4と5 ··· Bが5を持っているのでダメ。

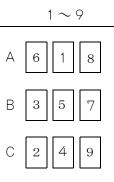
以上のことから、Aが持っているカードは、「6と1と8」であることがわかりました。

よって C は,残っているカードである, 2 , 4 , 9 を 持っていることになります。









反復基本 1 (8)

|ワンポイント| 「ライバルを作る」という考え方を,しっかりマスターしましょう。

委員を2人選ぶときは、他にもう1人ライバルがいたとすると、2+1=3(人)で 票を分け合うことにします。

40人の学級ですから、全部で40票あり、それを3人で分け合うのですから、 $40 \div 3 = 13$ あまり 1

よって、3人とも13票を取ると、3人が同数になり勝敗がつきません。

それより1票でも多くとると、少なくとも3位にはならず、2位以内になることが決まりますから、必ず当選できます。

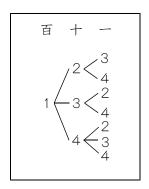
よって、必ず当選するためには、最低14票とればよいことになります。

反復基本 2 (1)

ワンポイント ダブっているカードがある問題は、簡単な計算では求められません。

200より小さい数の百の位は、1でなければなりません。

よって、右のような樹形図になり、全部で7通りです。



反復基本 2 (2)

ワンポイント」なるべく楽をする方法を考えましょう。

(1)で、百の位が1の数、つまり、① □ という形の数は、7通りあることがわかりました。

同じようにして、2 2 2いう数も7通り、3 2という数も7通りあります。

- 4 2 という数が何通りあるかは、計算で求められます。
- 4 ア 1として、アとイに入れることができる数は、1、2、3、4 です。

アには、1、2、3、4の4通りのうちのいずれかを入れることができます。

イには、アで入れた数以外の3通りのうちのいずれかを入れることができます。

よって、1 \square \square という数は、 $4 \times 3 = 12$ (通り) あることがわかりました。

1 □ □ , ② □ □ , ③ □ □ は7通りずつ, 4 □ □ は12通りですから,全部で,7×3+12=33 (通り)になります。

反復基本 3 (1)

ワンポイント サイコロ問題は、表を書くのが基本です。

このようなサイコロ問題では、右のような表を書くのが基本です。

AB	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

たとえば表の★のところは、Aが3、Bが2であることを示しています。

BA	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3		*				
4						
5						
6						

A+B=Cですから、Aが3、Bが2であるときは $3\times2=6$ となるので、Aが3、Bが2のところには 6と書きこむことにします。

AB	1	2	3	4	15	6
1						
2						
3		6				
4						
5						
6						

同じようにすると、右表のように書きこむことができます。

BA	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

ところで、サイコロには7以上の目はないので、 ありえない目のところを×にすると、右の表のよう になります。

Aが1の場合は6通り、 Aが2の場合は3通り、 Aが3の場合は2通り、 Aが4,5,6の場合は1通りずつなので、 全部で、6+3+2+1×3=14(通り) になります。

AB	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	X	X	\mathbb{X}
3	3	6	X	X	X	X
4	4	X	X	X	×	X
5	5	X	X	X	X	\nearrow
6	6	X	\mathbb{X}	X	\mathbb{X}	\nearrow

反復基本 3 (2)

ワンポイント サイコロ問題は、表を書くのが基本です。

(1)と同じように、表を書いてみます。

AB	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

たとえばA = 4, B = 2ならば, A + B + C = 9ですから, C = 9 - (4 + 2) = 3です。 よって、右表のように書きこむことができます。

BAB	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4		3				
5						·
6						

他も同様に書きこむと、右表のようになります。 ×のところは、A+Bが9以上になるので、Cは ありえない数になるので×にしました。

BA	1	2	3	4	5	6
1	7	6	5	4	3	2
2	6	5	4	3	2	1
3	5	4	3	2	1	\times
4	4	3	2	1	X	X
5	3	2	1	X	X	X
6	2	1	X	X	X	X

他に、Cが7になるのもありえないので×に すると、右表のようになります。

AとBのサイコロの目の出し方は $6 \times 6 = 36$ (通り) あり、 \times は 1 1 通りあるので、A + B + C = 9 となるのは、36 - 11 = 25 (通り) になります。

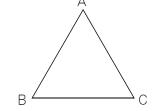
$\frac{\mathbb{B}}{4}$	1	2	(γ)	4	5	6
1	\times	6	5	4	3	2
2	6	5	4	3	2	1
3	5	4	3	2	1	\times
4	4	3	2	1	X	\times
5	3	2	1	\times	\times	\times
6	2	1	X	X	X	\times

反復基本 4 (1)

|ワンポイント| 問題の意味がわかれば,とても簡単に解くことができます。

1回目に、サイコロは2の目が出ました。

Aからスタートして、1ならB、2ならCですから、1回目でCの位置にきました。



2回目は4の目が出ました。

4ならAですから、Aの位置にきます。

(2+4=6で,6は3の倍数ですからスタートと位置は変わらずAになる,という解き方でも,もちろんOKです。)

反復基本 4 (2)

ワンポイント サイコロ問題は、表を書くのが基本です。

右のように、表を書きます。

たとえば1回目に4の目が出て、2回目に3の目が出たら、4+3=7 の目だけ進むので、Bの位置にきます。

このようして、Bの位置にくる場合だけ★をつけました。

★は全部で12個ありますから,答えは**12**通りになります。

no2 no1	1	2	3	4	5	6
1			*			*
2		*			*	
3	*			*		
4			*			*
5		*			*	
6	*			*		

反復練習 1 (1)

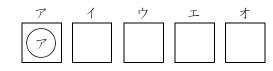
ワンポイント 色の名前をいちいち漢字で書くと面倒なので、記号にしましょう。

赤・青・黄・緑、黒を、それぞれア・イ・ウ・エ・オにします。

ア・イ・ウ・エ・オの箱に、ア・イ・ウ・エ・オのボールを入れる問題になります。

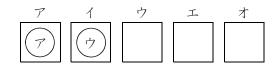
(1)では、箱とボールの色が1つだけ同じになるような入れ方を考える問題です。

そこでまず、アの箱にアのボールを入れて、 箱とボールの色が同じになるようにし、残りの イ・ウ・エ・オの箱には、同じ色のボールが入 らないような入れ方を考えることにします。

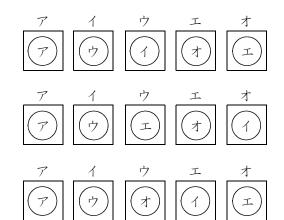


箱イには、イのボールを入れることができないので、ウかエかオのボールが入ります。

箱イにウのボールを入れたことにします。



この場合は,右の3通りしかありえません。



箱イにエのボールを入れたときも、やはり3通りです。 箱イにオのボールを入れたときも、やはり3通りです。

全部で、3×3=9 (通り) になります。

つまり、アだけ箱とボールの色が同じ場合は、9通りであることがわかりました。 イだけ箱とボールの色が同じ場合も9通り、ウだけ箱とボールの色が同じ場合も9通り、エだけ箱とボールの色が同じ場合も9通り、オだけ箱とボールの色が同じ場合も9通りですから、全部で、9×5=45(通り)になります。

反復練習 1 (2)

|ワンポイント| 「かくらん順列」または「完全順列」という名前の有名な順列です。

(1)と同じように、赤・青・黄・緑・黒を、それぞれア・イ・ウ・エ・オとします。

箱アには、アのボールを入れることができないので、イかウかエかオのボールが入ります。

まず、箱アにイのボールを入れたことにします。

ア	イ	ウ	工	才
7				

このときは、右のように11通りの入り方があります。

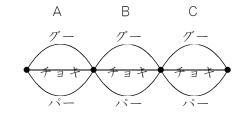
箱	1	ウ	エ	オ
	P	工	才	ウ
	ア	才	ウ	工
	ウ	ア	才	工
	ウ	工	才	ア
	ウ	才	ア	工
	工	ア	才	ウ
	工	才	ア	ウ
	工	才	ウ	ア
	才	ア	ウ	工
	才	工	ア	ウ
	才	工	ウ	ア

箱アにウのボールを入れたときも、エのボールを入れたときも、オのボールを入れたときも、やはり11通りありますから、全部で $11\times4=44$ (通り)になります。

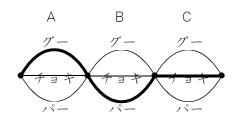
反復練習 2 (1)

ワンポイント 道の問題にすると、わかりやすいです。

右の図のような、道の問題にして問題を解くと、わかりやすいです。



たとえば右図の太線のように通ったとしたら、Aはグー、Bはパー、Cはチョキを出し したことになります。



 $A \cdot B \cdot C$ の道の通り方は、それぞれ3通りずつありますから、 全部で、 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (通り) になります。

反復練習 2 (2)

|ワンポイント| 「Aだけが勝つ場合」を,念入りにやることです。

まず、「Aだけが勝つ場合」が何通りあるかを求めましょう。

そうすれば、「Bだけが勝つ場合」「Cだけが勝つ場合」も、同じ場合の数になるので、解くことができます。

さて、「Aだけが勝つ場合」といっても、3パターンあることがわかりますか?

「Aだけがグーで勝つ場合」と「Aだけがチョキで勝つ場合」と「Aだけがパーで勝つ場合」の、3パターンです。

「Aだけがグーで勝つ場合」は、グーに負けるのはチョキですから、「Aがグー、他の 2人はチョキ」を出す場合に限ります。他も同様なので、「Aだけが勝つ場合」は、3通 りになります。

同じようにして、「Bだけが勝つ場合」も「Cだけが勝つ場合」も3通りなので、全部で $3 \times 3 = 9$ (通り) になります。

反復練習 2 (3)

|ワンポイント| 「あいこ」には,いろいろなパターンがあることをお忘れなく。

ABCでの「あいこ」には、まず、グググ、チチチ、パパパの3通りがあります。 (グはグー、チはチョキ、パはパーを表します)

しかし、他にもあいこになる場合があるのです。

それは、3人が出した手に、グー、チョキ、パー3種類がすべて入っている場合です。

たとえば、グチパでもあいこ、チグパでもあいこです。

3人いて,グ・チ・パの3種類がすべて表れるので,グチパ・グパチ・チグパ・チパグ・パグチ・パチグの6通りあります。(3×2×1=6という計算でも求められます。)

以上まとめると,次のようになります。

グググ, チチチ, パパパ … 3通り グチパの並び替え … 6通り

よって、全部で 3+6=9 (通り) になります。

反復練習 3 (1)

ワンポイント いもづる算です。

いもづる算の解き方は、以下の通りです。

- ① 式を書く
- ② 式を簡単にする
- ③ 適当に、あてはまるものを見つける
- ④ 逆比を使って、片方は増やし、もう片方は減らしていく

この問題の場合も、同じようにして解いていきます。

①式を書く

4gのおもりAがア個,9gのおもりがイ個あるとします。

 $4 \times P + 9 \times 1 = 120$ という式になります。

②式を簡単にする

4と9と120の最大公約数は1なので、これ以上簡単な式にはなりません。

③適当に、あてはまるものを見つける

 $4 \times 30 + 9 \times 0 = 120$ ですから、7 = 30、1 = 0 です。

(本当は、イは0ではダメですが。)

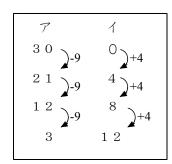
④逆比を使って、片方は増やし、もう片方は減らしていく

4:9の逆比は9:4。

ア=30、イ=0から、アは9ずつ減らし、イは

4ずつ増やすと、右図のようになります。

右図の4通りのうち,本当はP=30, I=0はダメなので, I=0でもして考えられるのは, I=01, I=01,



反復練習 3 (2)

|ワンポイント| 有名問題です。解き方を忘れやすいので,気をつけて!

1 2

4と9の最小公倍数である 36まで、右表のように9個 ずつの段にして書いていきま す。
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9

 1
 0
 1
 1
 2
 1
 3
 1
 4
 1
 5
 1
 6
 1
 7
 1
 8

 1
 9
 2
 0
 2
 1
 2
 2
 3
 2
 2
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 3
 4
 3
 5
 3
 6

5

6

7

1 7

26

3 5

3 5

(18)

1 6

2 5

3 4

3 4

10 11 12 13 14 15

19 20 21 22 23 24

28 29 30 31 32 33

28 29 30 31 32 33 34

Bは1個9gなので,9の倍数の重さは,Bを1個,2個,… と使うことによって,いくらで も作ることができます。

作ることのできる重さに赤い ○をつけたのが、右表です。

もちろん, 3 6 gよりも下の重さも, いくらでも作ることができます。

Aは1個4gなので、右表の 4gの重さのところに、赤い○ をつけることができます。 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27

すると、4gのすぐ下の13 gの重さも、作ることができる ようになります。なぜなら、4 gの重さに、B1個(9g)を つけ加えると、13gの重さを 作ることができるからです。

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9

 1 0
 1 1
 1 2
 1 3
 1 4
 1 5
 1 6
 1 7
 1 8

 1 9
 2 0
 2 1
 2 2
 2 3
 2 4
 2 5
 2 6
 2 7

 2 8
 2 9
 3 0
 3 1
 3 2
 3 3
 3 4
 3 5
 3 6

さらに、もう1個Bをつけ加 えると、13gのすぐ下の、 22gも作ることができます。

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9

 1
 0
 1
 1
 2
 1
 3
 1
 4
 1
 5
 1
 6
 1
 7
 1
 8

 1
 9
 2
 0
 2
 1
 2
 2
 2
 3
 2
 4
 2
 5
 2
 6
 2
 7

 2
 8
 2
 9
 3
 0
 3
 1
 3
 2
 3
 3
 3
 4
 3
 5
 3
 6

このようにすると, 4gの下の重さはすべて,いくらでも作ることができます。

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9

 1
 0
 1
 1
 2
 1
 3
 1
 4
 1
 5
 1
 6
 1
 7
 1
 8

 1
 9
 2
 0
 2
 1
 2
 2
 2
 3
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 2
 3
 3
 3
 3
 3
 5
 3
 6

 2
 8
 2
 9
 3
 0
 3
 1
 3
 2
 3
 3
 3
 4
 3
 5
 3
 6

 3
 4
 3
 5
 3
 3
 4
 3
 5
 3
 6
 3
 3
 4
 3
 5
 3
 6
 3
 3
 4
 3
 5
 3
 6
 3
 4
 3
 5
 3
 6
 3
 7

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9

 1
 0
 1
 1
 2
 1
 3
 1
 4
 1
 5
 1
 6
 1
 7
 1
 8
 9

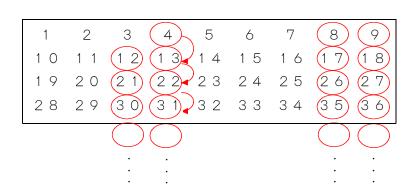
 1
 9
 2
 0
 2
 1
 2
 2
 2
 3
 2
 4
 2
 5
 2
 6
 2
 7

 2
 8
 2
 9
 3
 0
 3
 1
 3
 2
 3
 3
 3
 4
 3
 5
 3
 6

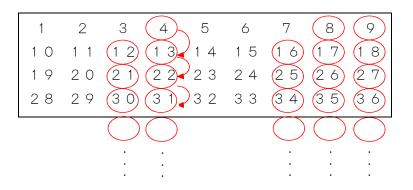
 2
 8
 2
 9
 3
 0
 3
 1
 3
 2
 3
 3
 3
 4
 3
 5
 3
 6

 3
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 <td

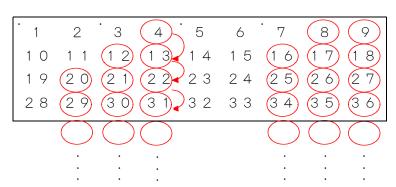
A 3 個を使って, 4 × 3 = 1 2 (g)を作ることができ, その下の重さも, すべて作ることができます。



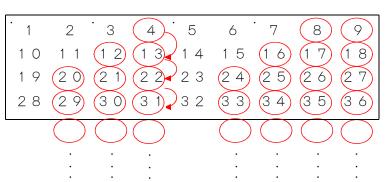
A 4個で $4 \times 4 = 16$ (g) を作ることができ、その下の重 さもすべて作ることができます。



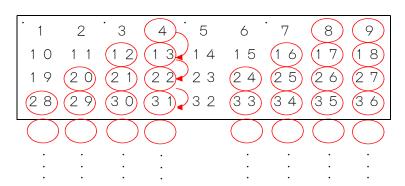
A5個で $4 \times 5 = 20$ (g) を作ることができ、その下の重 さもすべて作ることができます。



A 6 個で 4 × 6 = 2 4 (g) を作ることができ、その下の重 さもすべて作ることができます。



A 7 個で 4 × 7 = 2 8 (g) を作ることができ、その下の重 さもすべて作ることができます。



A8個で $4 \times 8 = 32$ (g) を作ることができ、その下の重 さもすべて作ることができます。

A 9 個の場合は、 $4 \times 9 = 36$ (g) ですから、もうすでに赤い ○がついていて、もう、○をつけるところはありません。

. 1	2	. 3	4	. 5	6	. 7	(8)	9
1 0	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	16	17	18
1 9	20	2 1	22	23	24	25	26	27
28	29	30	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
•		•		•		•		
•		•		•	•	•		•
•	•	•	•	•	•	•	•	•

まだ赤い○がついていないのが、どのように組み合わせても作ることができない重さです。

この中で最も重いのは、表を見るとわかる通り、23 (g)になります。

|ウラワザ|| 4×9-4-9=23 という計算のしかたもあります。

反復練習 4 (1)

ワンポイント 「当選が決まっている。」=「3位にならない。」と考えます。

まず. Aから考えましょう。

上位2人までが代表委員に選ばれるので,

Aは3位になったらいけないわけです。

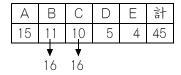
B, Cが, Aの得票数である15票を上まわって,

16票になるためには、Bは 16-11=5 (票),

Cは 16-10=6 (票) が必要です。

B, Cで,合計,5+6=11(票)を取ったら, Aは3位になって,代表委員に選ばれないことにな ります。

А	В	С		Е	計
15	11	10	5	4	45



しかし、全部で50 票あるうち、すでに45 票が開いたので、残りは 50-45=5 (票) しか残っていません。

よって、Aは3位になることはない。つまり、2位以内に必ず入るので、Aは当選が決まっていることになります。

次に、Bを考えてみます。

もし、Cが残りの5票を全部取ったら、

AとCが当選し、Bは当選しません。

つまり、Bはまだ当選が決まっていないことになります。

(もちろん,落選が決まっているわけではありません。)

また, C もいまのところ3位ですが, 落選が決まっているわけではありません。(もちろん, 当選が決まっているわけでもありません。)

Dは、残りの5票をすべてもらったとしても10票に しかならず、良くても3位ですから、落選が決まってい ます。

А	В	С	D	Ε	計	
15	11	10	5	4	45	
			V			
	10					

10

15

5

45

15 | 11

もちろんEも落選が決まっています。

以上のことから、当選も落選も決まっていないのは、BとCの2人になります。

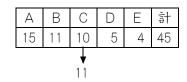
反復練習 4 (2)

ワンポイント (1)を利用して、考えていきましょう。

(1)によって、まだ当選も落選も決まっていない人は、BとCの2人であることがわかりました。

この2人が、まったく同じ得票数になったときのことを考えます。つまり、2人とも現在のBの得票数である、11票になったときのことを考えるのです。

そのようになるためには、Cは 11-10=1 (票)を取らなければなりません。



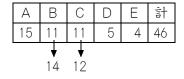
残りの票数は5票でしたから、それでもあと、5-1=4 (票) が残ります。

この4票のゆくえによって、いよいよ誰が代表委員に選ばれるのかが決まる、ということです。

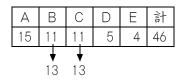
 A
 B
 C
 D
 E
 計

 15
 11
 11
 5
 4
 46

4票のうち、1票だけをCが取ったとしても、Cは代表委員に選ばれるわけではありません。なぜなら、残り3票をBが取ったら、Bが当選になってしまうからです。

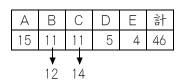


また、4票のうち、2票だけをCが取ったとしても、Cは代表委員に選ばれるわけではありません。なぜなら、Cが2票を取っても、Bも2票を取ったら、BとCが同じ得票数になり、Aが当選であるとしても、あと1人を、BとCの2人で、じゃんけんをしたりくじ

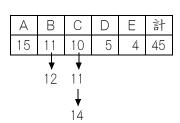


引きをしたりして決めることになり,Cが当選すると決まるわけではないからです。

しかし、4票のうち、3票をCが取ったとしたら、 Cは代表委員に選ばれます。なぜなら、Cが3票を取っ たら、Bは残りの1票しか取ることができなくて、Cが 当選するからです。



Cは、最低 1+3=4 (票) 取れば、当選が確実になることがわかりました。



反復練習 5 (1)

|ワンポイント| なかなか同じ目が3回出ないときのことを考えます。

1から6の目が、2回ずつ出たときのことを、考えてみましょう。

1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6

この状態になるまでに、 $2 \times 6 = 12$ (回) サイコロをふっていて、得点は、1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 + 6 = 42 (点) です。

この次に、たとえば1が出たら、1は3回出たことになります。

たとえば2が出ても、2は3回出たことになります。

このようにして、この次にどんな目が出ても、その目が3回出たことになり、そこで終了になります。

最大の得点になるためには、この次に6が出ればよいので、最大の得点は、42+6=48(点)になります。

反復練習 5 (2)

|ワンポイント| 4回目で終了なのですから、3回目に終了してはいけません。

4回目に終了するのですから、4回目までに、3回同じ目が出ているはずです。その、同じ目というのが何なのかを考えて、パターン分けすることになります。

同じ目というのが1だったとしましょう。

すると、1が3回出たので、その合計は、1×3=3 です。

得点が9点となったのですから、残り1回の目は、9-3=6 になります。これは0Kです。

次に、同じ目というのが2だったとしましょう。

すると, 2が3回出たので, その合計は, 2×3=6 です。

得点が9点となったのですから、残り1回の目は、9-6=3 になります。これも0Kです。

次に、同じ目というのが3だったとしましょう。

すると、3が3回出たので、その合計は、 $3 \times 3 = 9$ です。

得点が9点となったのですから、残り1回の目は、9-9=0 となり、これはありえません。

同じ目というのが4以上もありえません。

以上のことから、目の出方は、「1 1 1 6 」か、「2 2 2 3 」の 2 パターンある、ということになります。

ところが答えは2通りではありません。なぜなら、この問題は「目の出方」を求める 問題だからです。

つまり、たとえば「1116」と「1161」とは、別の目の出方だ、というふうに考えることになるのです。

では、「1116」パターンの場合から、目の出方を考えてみましょう。

「1 1 1 6」パターンの場合は,「1 1 1 6」「1 1 6 1」「1 6 1 1」「6 1 1 1」の 4 通りありますが、その中の「1 1 1 6」だけはいけません。

なぜなら、「1 1 1 6」の場合は、「1 1 1」の3回目までで、同じ目が3回出たことになり、終了になってしまうからです。

よって、「1116」パターンの場合は3通り。「2223」パターンの場合も3通りですから、全部で、 $3\times2=6$ (通り)になります。

反復練習 5 (3)

|ワンポイント| むずかしい問題です。難関校を目指す人でなければ,パスしましょう。

この問題を解く前に、次の問題にチャレンジしてみてください。あとで利用します。

- 問題 1

○が2個, △が2個の合計4個を一列に並べる方法は何通りありますか。

- 問題1の解答 -

4個を全部○にして,○○○○としてはいけないですね。

この4個のうち2個を, △にしなければなりません。

つまり、4個中2個を選ぶ(4個中2個を選んで \triangle にする)ということですから、 $(4 \times 3) \div (2 \times 1) = 6$ (通り)になります。

全部書いて解いても構いません。その場合は,

では、次の問題はどうでしょう。問題1を利用して解きます。

- 問題 2

○が2個、△が1個、□が1個の合計4個を一列に並べる方法は何通りありますか。

- 問題2の解答 -----

4個を全部○にして、○○○○としてはいけないですね。

この4個のうち2個を△にする方法は、問題1で求めた通り6通りです。

6通りのうち,例えば○○△△なら,この問題の場合は△2個ではいけ

なくて \triangle 1個と \Box 1個ですから、 $\bigcirc\bigcirc\triangle\Box$ と $\bigcirc\bigcirc\Box$ の2通りできます。

また,例えば \bigcirc \triangle \bigcirc \bigcirc \triangle なら,この問題の場合は \triangle 2個ではいけなくて

△1個と□1個ですから、○△○□と○□○△の2通りできます。 つまり、問題1の6通りのそれぞれに対して、問題2では2通りずつで

つまり、同題 1 の 0 通りのそれぞれに対して、同題 2 では 2 通りすって きるのですから、全部で 2×6=12 (通り) になります。

では、次の問題1・問題2を参考にして、この問題を解いていきます。

(2)で、4回目で得点が9点となって終了する目の出方は、6通りあることがわかりました。

4回目で終了 …6通り

次に、3回目で得点が9点となって終了するときのことを考えます。

3回目で終了ということは、その3回は、同じ目が出たはずです。

3回目で終了 …1通り 4回目で終了 …6通り

よって、9÷3=3が3回出たら終了することになります。

次に、5回目で得点が9点となって終了する目の出方を考えます。

5回のうち3回は同じ目が出ているはずです。

同じ目というのが、1であるとすると、(順序を無視して)「111□△」という形になります。

得点の合計が9点であること、も51が出てはいけないことを考えると、「11124」、「1133」の2パターンのみになります。

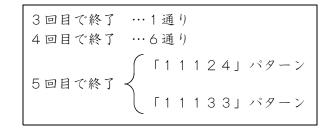
同じ目というのが、2であるとすると、(順序を無視して)「222□△」という形になります。

得点の合計が9点であることを考えると、「<u>22212</u>」となりますが、これは2が4回も出ているのでダメです。

同じ目というのが、3であることはありえません。なぜなら、「333」だけで9となり、3回で終了するからです。

以上のことから、5回目で終了するのは、「11124」パターン 「11133」パターン

これしかないことになります。



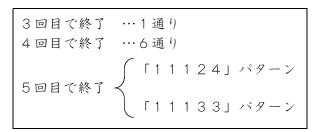
次に、6回目で得点が9点となって終了する目の出方を考えます。

6回のうち3回は同じ目が出ているはずです。

同じ目というのが、1であるとすると、(順序を無視して)「111□△○」という形になります。

□・△・○は1以外の数なので、得点の合計が9点になるためには、「111222」パターンしかありえません。しかし、この場合は3回目の1と3回目の2の両方で終了していることになり、おかしいです。

よって、6回目で終了する場合はありえず、 もちろん7回以上で終了する場合もありません から、ありえるのは右の表の場合だけになりま す。



では、「11133」パターンの場合から、何通りあるかを考えてみます。

最後に1が出て終了のはずですから、4回目までの目の出方は、「1133」を並べ替 えたものになります。

「問題1」で考えた「○○△△」の場合と同じですから、6通りになります。

次に,「11124」パターンの場合を考えてみます。

最後に1が出て終了のはずですから、4回目までの目の出方は、「1124」を並べ替 えたものになります。

これは「問題2」で考えた「○○△□」の場合と同じですから、12通りになります。

結局,右の表のようになりま すから、全部で、

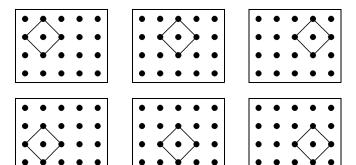
1+6+6+12=**25**(通り) になります。



反復練習 6 (1)

ワンポイント 少しずつ「ずらす」方法を、マスターしましょう。

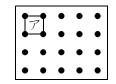
右図のように、右にずらしていって 3個でき、下にずらしてまた3個でき るので、全部で 3×2=6 (個) でき ます。



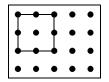
反復練習 6 (2)

ワンポイント 平行四辺形のような正方形を忘れやすいので注意しましょう。

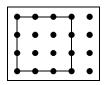
右図で、アのパターンは、右へずらしていって4個、下へずらしていって3個できるので、全部で $4 \times 3 = 12$ (個)。問題にも書いてありましたね。



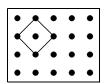
右図のパターンは、右へずらしていって3個、下へずらしていって2個できるので、全部で $3 \times 2 = 6$ (個)。



右図のパターンは、右へずらしていって2個、下へずらすことはできないので、2個。

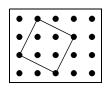


右図のパターンは、(1)で求めた通り、6個。

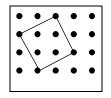


今までので、すべての正方形を考えたと思ったら、大まちがい。まだまだ、次のようなものがあります。

右図のパターンは、右へずらして2個あります。。



その逆向きのものも、同じように2個あります。



これで全部です。12+6+2+6+2+2=30(個)です。