# シリーズ・５年上・第５回

# 基本問題・練習問題のくわしい解説

□をわるとわり切れる数…□の約数
□でわるとわり切れる数…□の倍数
□でわると△あまる数　…△に□をプラスしていく
Ｎ角形の対角線の本数　…（Ｎ－３）×Ｎ÷２
Ｎ角形の内角の和　　　…１８０×（Ｎ－２）
Ｎ角形の外角の和　　　…３６０度
等差数列のＮ番目　…はじめ＋増える×（Ｎ－１）
等差数列の和　　　…（はじめ＋おわり）×Ｎ÷２

目　次



すぐる学習会

## 基本＜第１回＞ $\boxed{1}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　□をわってわり切れる＝□の約数。

２４をわるとわり切れる＝２４の約数。
５４をわるとわり切れる＝５４の約数。
２４をわっても５４をわってもわり切れる＝２４と５４の公約数。

公約数を求めるときは，まず最大公約数を求め，その約数を求めます。

２４と５４の最大公約数は６です。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 54 \\ \hline 3 & 12 & 27 \\ \hline & 4 & 9 \end{array}$$

６の約数は，１，２，３，６　です。

## 基本＜第１回＞ $\boxed{1}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　□でわってわり切れる＝□の倍数。

１２でわり切れる＝１２の倍数。
１６でわり切れる＝１６の倍数。
１２でも１６でもわり切れる＝１２と１６の公倍数。

公倍数を求めるときは，まず最小公倍数を求め，その倍数を求めます。

１２と１６の最小公倍数は４８です。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 16 \\ \hline 2 & 6 & 8 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

４８の倍数は，４８，９６，１４４，…です。

３けたで，最も小さい数は１４４になります。

基本＜第１回＞ 2 (1)

ワンポイント　１００をオーバーした方が，１００に近いこともあります。

７でわると４あまる数は，一番小さい数が，「４あまる」の４です。
次に小さい数は，４に７をプラスして，１１です。
次は，１１に７をプラスして，１８です。

このまま７をプラスしていくと，なかなか１００に近づかないので，ここらでガーッと，７の１０倍の７０をプラスして，１８＋７０＝８８。

８８は，かなり１００に近くなったので，ここからは７ずつプラスしていくことにします。
８８＋７＝９５。
１００をオーバーした方が，１００に近いこともあるので，９５で終わらせてはいけません。
９５＋７＝１０２。

９５は１００より５小さく，１０２は１００よりも２だけ大きいので，より１００に近いのは，１０２の方です。

上の解き方で十分なのですが，なんかおこられそうで気持ちが悪い人は，等差数列のＮ番目の公式を利用して解きましょう。
７でわると４あまる数は，４，１１，１８，……　と，７ずつ増えていきます。

等差数列のＮ番目＝はじめの数＋増える数×（Ｎ－１）

という公式において，はじめの数は４で，増える数は７ですから，Ｎ番目が１００であるとすると，
　４＋７×（Ｎ－１）＝１００
あとは逆算です。
１００－４＝９６
９６÷７＝１３.７…　　四捨五入して，１４
１３.７＋１＝１４.７
１４.７番目に近いのは，１４番目ではなく，１５番目です。
つまり，１４.７を四捨五入すれば，最も近いものがわかります。

等差数列のＮ番目の公式を，今度はＮを１５にして，もう一度利用します。
　４＋７×（１５－１）＝１０２

基本＜第１回＞ $\boxed{2}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　等差数列のＮ番目の公式を利用します。

１１でわり切れる数は，１１，２２，３３，……　です。
２を加えると１１になる数は，１１－２＝９　です。
２を加えると２２になる数は，２２－２＝２０　です。
２を加えると３３になる数は，３３－２＝３１　です。

よって，２を加えると１１でわり切れる数は，９，２０，３１，……　です。
これは，はじめの数が９で，１１ずつ増える等差数列になっています。

よって，この等差数列の８番目を求めればよいことになります。

| |
|---|
| 等差数列のＮ番目＝はじめの数＋増える数×（Ｎ－１） |

という公式を利用して，
９＋１１×（８－１）＝８６　が答えです。

基本＜第１回＞$\boxed{2}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　□でわると△あまる　→　△から，□ずつプラスしていきます。

４でわると３あまる数は，一番小さい数が，「３あまる」の３です。
次に小さい数は，３に４をプラスして７です。次は，７に４をプラスして１１です。

この問題は，４でわると３あまる「２けた」の整数をすべて加える問題でした。

２けたの整数のうち，一番小さい数は１１であることがわかりました。
１１の次に小さい数は，１１に４をプラスして１５です。
次は，１５に４をプラスして，１９です。
このようにして，次のような数列ができ上がります。
１１，１５，１９，…

この数列のうち，２けたの整数をすべて書いて，たし算をすればよいのですが，それではちょっと大変すぎます。ミスもやっちゃうかもしれません。

このような場合は，等差数列のＮ番目の公式と，等差数列の和の公式を利用します。

| |
|---|
| 等差数列のＮ番目＝はじめの数＋増える数×（Ｎ－１） |
| 等差数列のＮ番目までの和＝（はじめの数＋終わりの数）×Ｎ÷２ |

和を求めるためには，はじめの数，終わりの数，全部で何個あるか（＝Ｎ）がわかればよいのですが，すでにはじめの数は１１であることがわかっています。
よって，終わりの数と，その終わりの数が何番目の数であるか，を求めればよいことになります。

そこで，等差数列のＮ番目が，２けたの数の中で最も大きい９９であるとして，Ｎを求めます。
１１＋４×（Ｎ－１）＝９９　とすると，
９９－１１＝８８
８８÷４＝２２
２２＋１＝２３

よって，等差数列　１１，１５，１９，…の，２３番目の数が９９であることがわかりました。
つまり，４でわると３あまる２けたの数は，１１，１５，１９，…，９９の，全部で２３個あることがわかりました。
あとは，「等差数列のＮ番目までの和」の公式を利用すれば，答えが求められます。
等差数列の２３番目までの和＝（１１＋９９）×２３÷２
＝１２６５

基本＜第１回＞ $\boxed{3}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　問題文をよく読んで，意味を深く考えましょう。

「１８と２４のどちらでわってもあまりが１３になる」というのは，
「１８でわっても１３あまり，２４でわっても１３あまる」という意味です。

１８でわって１３あまる数は，まず１３。あとは，１３に１８をプラスしていって，求めます。
（ア）　１３，３１，４９，６７，……

２４でわって１３あまる数は，まず１３。あとは，１３に２４をプラスしていって，求めます。
（イ）　１３，３７，６１，８５，……

（ア）と（イ）に共通の数は，まず１３。１３のあとの数は，１８と２４の最小公倍数である７２を，どんどんプラスすることで求められます。

１３＋７２＝８５，
８５＋７２＝１５７，
………

この問題は，３けたの整数のうち，最も小さい数を求める問題ですから，答えは１５７です。

基本＜第１回＞ $\boxed{3}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「９の倍数」＝「９でわり切れる数」です。

この問題は，「８でわると３あまり，９でわるとわり切れる数」の中で，２けたの数をすべて答える問題です。

８でわると３あまる数は，まず「あまり」の数である，３です。
３の次の数は，３に８をプラスして，１１です。
１１の次の数は，１１に８をプラスして，１９です。
１９の次の数は，１９に８をプラスして，２７です。
この，２７という数は，９でわり切れるので，問題文の内容に合います。

２７の次の数は，８と９の最小公倍数である，７２をプラスすることで求められます。
２７＋７２＝９９　です。
９９に７２をプラスすると，１７１という３けたの数になってしまうので，ダメです。
よって，問題に合う２けたの数は，２７，９９です。

基本＜第１回＞ $\boxed{3}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　問題に合う一番小さい数は根性で求め，あとは最小公倍数の利用です。

６でわると５あまる数は，まず「５あまる」の５，次は６をプラスして１１，
次はまた６をプラスして１７，……と求められます。

８でわると３あまる数は，まず「あまり」の数である３，次は８をプラスして１１，
次はまた８をプラスして１９，……と求められます。

以上整理すると，次のようになります。
６でわると５あまる数　→　５，１１，１７，……
８でわると３あまる数　→　３，１１，１９，……

すると，両方に１１が登場していることがわかります。

よって，問題に合う一番小さい数は，１１であることがわかりました。

１１の次の数は，６と８の最小公倍数の２４をプラスすることで求められます。
１１＋２４＝３５　です。

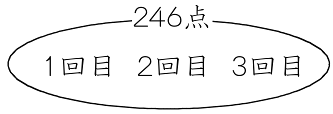
３５の次の数も，２４をプラスすることで求められます。
３５＋２４＝５９　です。

よって，問題に合う数は，小さい方から順に　１１，３５，５９　です。

基本＜第２回＞ 1 (1)

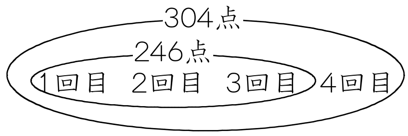
ワンポイント　「平均」がわかれば，「合計」がわかります。

　１回から３回までのテストの平均点が８２点ですから，１回から３回までのテストの合計は，８２×３＝２４６（点）です。




　１回から４回までのテストの平均点が７６点ですから，１回から４回までのテストの合計は，７６×４＝３０４（点）です。

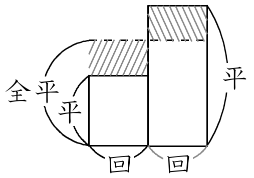

　１回から３回までの合計が２４６点，
１回から４回までの合計が３０４点ですから，
４回目のテストは，３０４－２４６＝５８（点）
になります。



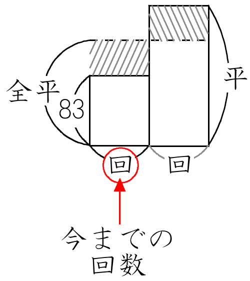
基本＜第２回＞1 (2)

ワンポイント　面積図を使って，問題を解いていきます。

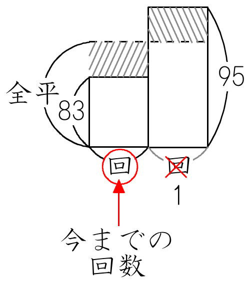
平均の問題での面積図は，右図のようになります。
「平」というのは平均，「回」は回数，「全平」は全体の平均です。
斜線をひいた部分どうしが，同じ面積になります。



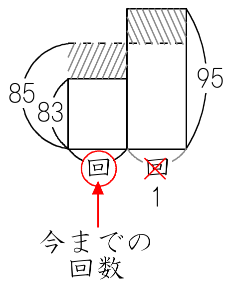

Aさんは，今までの平均点は83点でした。
今まで何回テストをしたかはわかりません。




今回のテストで95点を取りました。
「今回のテスト」というのは，今回だけの「1回ぶん」のテストで95点を取ったということです。
その1回ぶんの平均点といっても，たった1回ですから，95点という得点そのものが，平均点になります。



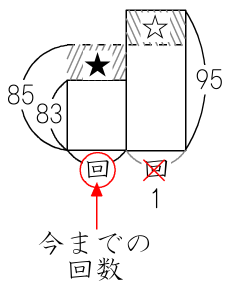

そして，全体の平均点が85点になったそうです。
この85点という点数が，全体の平均，つまり「全平」になります。




右図の☆の部分は，たてが 95－85＝10，横が1なので，☆の面積は，10×1＝10 です。

よって，★の面積も10です。
★の部分のたては，85－83＝2 ですから，横は，10÷2＝5 です。

つまり，今までに5回テストがあったことがわかりました。
今回のテストが何回目かを求める問題ですから，答えは 5＋1＝6(回目)になります。



基本＜第２回＞$\boxed{1}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　結局，「なんとか算」になります。さあ，何でしょう？

問題の内容を整理すると，右の表のようになります。

| 得点 | 95点 | 85点 | 80点 | 90点 | 75点 |
|---|---|---|---|---|---|
| 人数 | 5人 | 15人 | 9人 | | |

（90点と75点：11人）

クラス全体の平均点は85点

クラスの人数は，
５＋１５＋９＋１１＝４０（人）です。
その４０人の平均点が８５点ですから，４０人の合計点は，８５×４０＝３４００（点）です。
また，９５点の人は５人いるので，９５×５＝４７５（点），
８５点の人は１５人いるので，８５×１５＝１２７５（点），
８０点の人は９人いるので，８０×９＝７２０（点）です。
合計，４７５＋１２７５＋７２０＝２４７０（点）です。

４０人の合計点は３４００点ですから，９０点の人と７５点の人の合計点が，
３４００－２４７０＝９３０（点）です。

以上整理すると，次のようになります。

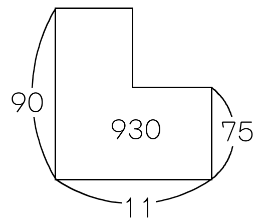
９０点の人と７５点の人が，合わせて１１人いて，得点の合計は９３０点。

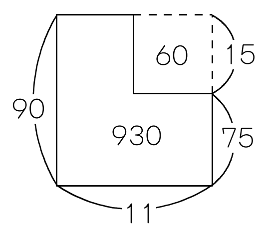
この問題は，次のような（ちょっと気持ちの悪い）問題と同じです。

１匹あたり９０本の足の動物と，１匹あたり７５本の足の動物が，
合わせて１１匹いて，足の本数の合計は９３０本になる。

よってこの問題は，「つるかめ算」になります。
つるかめ算は，面積図を書くと，ミスを減らすことができます。

面積図は，右図のようになります。




右図の点線部分の面積は，９０×１１－９３０＝６０。
点線部分のたての長さは，９０－７５＝１５。
よって，点線部分の横の長さは，６０÷１５＝４。
７５点の人は，４人いることがわかりました。
９０点の人は，１１－４＝7（人）です。

## 基本＜第２回＞ $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　ワンパターンの解き方をマスターしましょう。

Ａ，Ｂ２人の平均点が６６点ですから，２人の合計点は，６６×２＝１３２（点）。
Ｂ，Ｃ２人の平均点が７１点ですから，２人の合計点は，７１×２＝１４２（点）。
Ａ，Ｃ２人の平均点が６７点ですから，２人の合計点は，６７×２＝１３４（点）。

以上整理すると，右表のように，３つの式ができ上がります。

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ａ | Ｂ | | ＝132点 |
| | Ｂ | Ｃ | ＝142点 |
| Ａ | | Ｃ | ＝134点 |

このような問題では，この３つの式を合計させるのが，ワンパターンの解き方です。

表にはＡもＢもＣも２回ずつ登場していて，その合計が，
１３２＋１４２＋１３４＝４０８（点）ですから，
「ＡＢＣ」と「ＡＢＣ」で，４０８点です。

$$\left.\begin{array}{c}\text{ＡＢＣ}\\ \text{ＡＢＣ}\end{array}\right\}\text{408点}$$

よって，「ＡＢＣ」は，４０８÷２＝２０４（点）です。

ＡＢＣ＝204点

(1)の問題は，Ａ，Ｂ，Ｃ３人の平均点を求める問題でした。

Ａ，Ｂ，Ｃ３人の合計点は２０４点であることがわかりましたから，
Ａ，Ｂ，Ｃ３人の平均点は，２０４÷３＝６８（点）です。

## 基本＜第２回＞ $\boxed{2}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(1)ができたら，(2)は簡単です。

(1)でわかったことを整理すると，右表のようになります。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| （ア） | Ａ | Ｂ | Ｃ | ＝204点 |
| （イ） | Ａ | Ｂ | | ＝132点 |
| （ウ） | | Ｂ | Ｃ | ＝142点 |
| （エ） | Ａ | | Ｃ | ＝134点 |

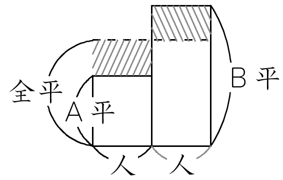
（ア）と（イ）をくらべます。
すると，Ｃは ２０４－１３２＝７２（点）です。
（ア）と（ウ）をくらべます。
すると，Ａは ２０４－１４２＝６２（点）です。
（ア）と（エ）をくらべます。
すると，Ｂは ２０４－１３４＝７０（点）です。

よって，最も点数が高かったのはＣで，得点は７２点であることがわかりました。

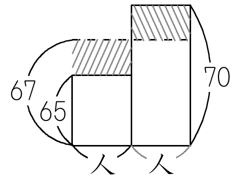
基本＜第２回＞$\boxed{3}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　面積図を利用します。

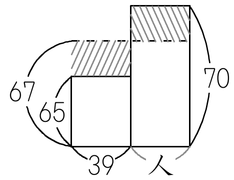
この問題は，面積図を利用して解きます。
「Ａ平」というのは，Ａの平均点で，
「Ｂ平」というのは，Ｂの平均点です。
「全平」は，全体の平均点です。



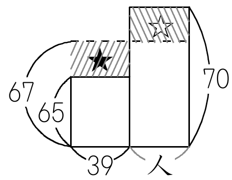

問題文を読むと，Ａの平均点は６５点，Ｂの平均点は７０点，全体の平均点は６７点ですから，右の図のように書きこむことができます。




さらに，Ａの人数は３９人であることもわかっています。



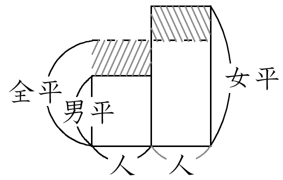

右図の，★と☆の面積は同じです。
★の面積は，（６７－６５）×３９＝７８　ですから，☆の面積も７８です。
☆の部分のたての長さは，７０－６７＝３　ですから，横の長さ，つまり，Ｂの人数は，７８÷３＝２６（人）です。



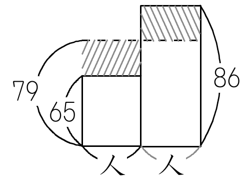
基本＜第２回＞ $\boxed{3}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　面積図を利用します。

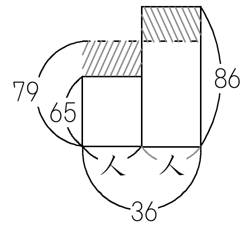
このような問題では，面積図を利用します。
右図の「男平」は男子の平均点，
「女平」は女子の平均点，
「全平」は全体の平均点です。



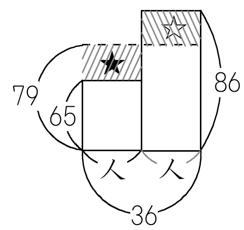

この問題では，男子の平均点は６５点，
女子の平均点は８６点，
全体の平均点は７９点です。



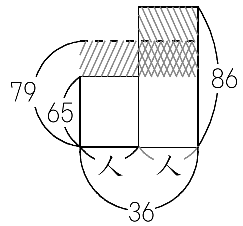

また，男子の人数や女子の人数はわかっていませんが，
全体の人数は３６人であることがわかっています。



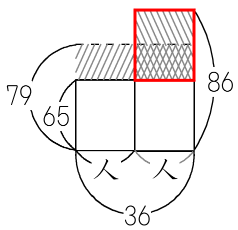

右図の★の面積と☆の面積は同じです。
しかし，どちらも，面積を求めることはできません。
横の長さがわからないからです。



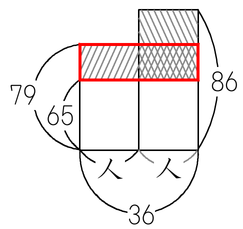

そこで，斜線をのばして，右図のようにします。
すぐるでは，これを「メロンパンにする」と言っています。
なぜだか，わかりますね？




すると，

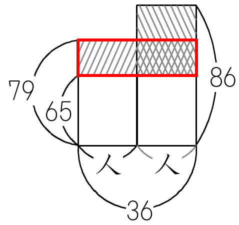


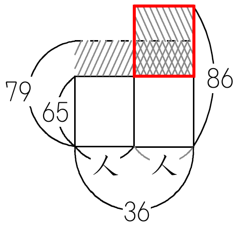

の面積と




の面積が等しくなります。

（次のページへ）

ところで，の面積は，（７９－６５）×３６＝５０４ です。

よって，の面積も５０４になり，たては ８６－６５＝２１ です

から，横の長さは ５０４÷２１＝２４ になり，女子の人数が２４人であることがわかりました。

よって，男子の人数は，３６－２４＝１２（人）になります。

基本＜第３回＞ 1 (1)

ワンポイント　対角線・内角の和・外角の和の公式を，忘れないようにしましょう。

Ｎ角形の内角の和の公式は，１８０×（Ｎ－２）です。

いまは九角形ですから，Ｎを９にして，１８０×（９－２）＝１２６０（度）です。

基本＜第３回＞ 1 (2)

ワンポイント　「正十五角形」を，「五十五角形」と読んでしまう人がいます。注意！

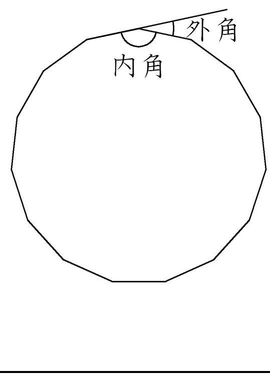
Ｎ角形の内角の和の公式は，１８０×（Ｎ－２）です。

いまは十五角形ですから，Ｎを１５にして，１８０×（１５－２）＝２３４０（度）が，正十五角形の内角の和です。

よって，正十五角形の１つの内角は，２３４０÷１５＝１５６（度）です。

外角の和を利用して求める解き方もあります。
外角の和は，何角形であっても必ず３６０度です。
もちろん正十五角形でも，外角の和は３６０度です。
正十五角形には，外角は１５個ありますから，
１つの外角は，３６０÷１５＝２４（度）です。

ところで，１つの外角と１つの内角とは，右図のような関係になっていて，１つの外角と１つの内角の和は１８０度です。
１つの外角が２４度ですから，１つの内角は，
１８０－２４＝１５６（度）です。



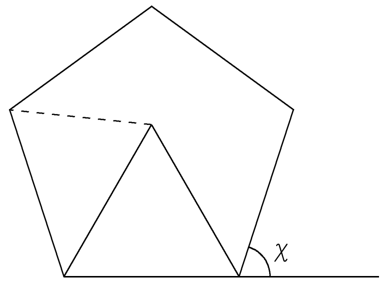

基本＜第３回＞ 1 (3)

ワンポイント　対角線・内角の和・外角の和の公式を，忘れないようにしましょう。

Ｎ角形の対角線の本数の公式は，（Ｎ－３）×Ｎ÷２　です。
十二角形ならば，Ｎを１２にして，（１２－３）×１２÷２＝５４（本）です。

基本＜第３回＞$\boxed{2}$ (1)

ワンポイント　正三角形・正方形・正五角形・正六角形の１つの内角を暗記しましょう。



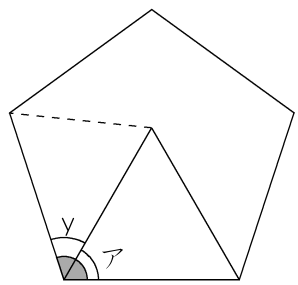

正五角形の１つの内角が１０８度であることを覚えていたら，χの角度は，１８０－１０８＝７２（度）であることが，すぐ求められます。

忘れていたり，覚えていない人は，Ｎ角形の内角の和の公式を利用して求めます。

Ｎ角形の内角の和の公式は，１８０×（Ｎ－２）　です。
五角形ならば，１８０×（５－２）＝５４０（度）です。
正五角形の内角の和が５４０度ですから，１つの内角は　５４０÷５＝１０８（度）。

基本＜第３回＞$\boxed{2}$ (2)

ワンポイント　正三角形・正方形・正五角形・正六角形の１つの内角を暗記しましょう。



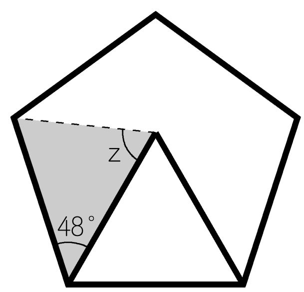

正五角形の１つの内角は１０８度です。
また，正三角形の１つの内角は６０度です。

よって，右図のかげをつけた部分の角度は１０８度で，角アは６０度です。

したがって，ｙの角度は，１０８－６０＝４８（度）です。

基本＜第３回＞$\boxed{2}$ (3)

ワンポイント　二等辺三角形に気づくことが大切です。



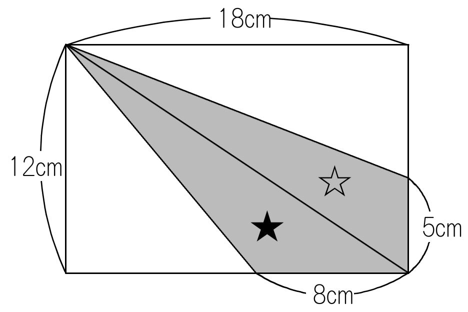

正五角形，正三角形の辺の長さはみな等しいので，右図の太線の長さも，みな等しいです。
よって，かげをつけた三角形は，二等辺三角形になります。

ｚの角度は，（１８０－４８）÷２＝６６（度）になります。

基本＜第３回＞ 3 (1)

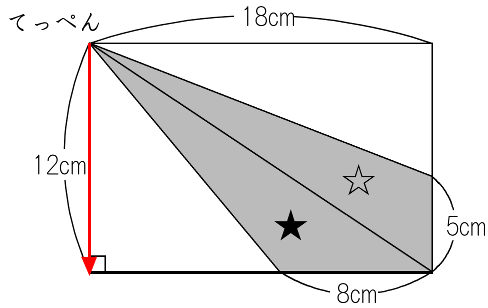
ワンポイント　全体から白い部分を引いても求められますが…

右の図のように，★と☆の２つの三角形に分けます。
★の底辺は８ cm です。



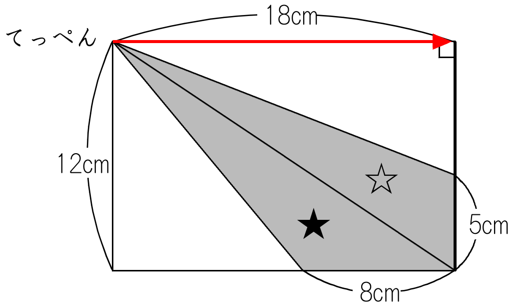

★の高さは，てっぺんから底辺の直角マークまでですから，１２ cm です。

よって，★の面積は，８×１２÷２＝４８（$cm^2$）です。




☆の底辺は５ cm で，高さは，てっぺんから底辺の直角マークまでですから，１８ cm です。

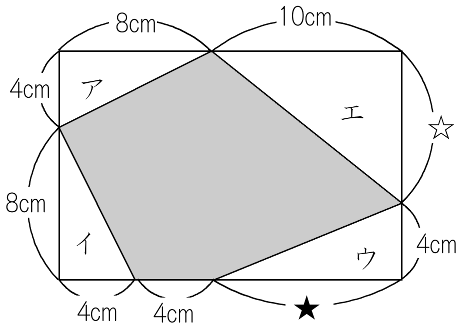
よって，☆の面積は，５×１８÷２＝４５（$cm^2$）です。




したがって，かげの部分の面積は，４８＋４５＝９３（$cm^2$）になります。

基本＜第３回＞ $\boxed{3}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　全体から白い部分を引いて求めます。




全体の長方形のたては ４＋８＝１２（cm）です。
横は ８＋１０＝１８（cm）です。

全体の長方形の面積は，１２×１８＝２１６（$cm^2$）です。

★の長さは，１８－４×２＝１０（cm）です。
☆の長さは，１２－４＝８（cm）です。

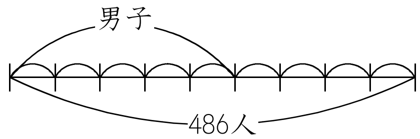
アの面積は，８×４÷２＝１６（$cm^2$）です。
イの面積は，４×８÷２＝１６（$cm^2$）です。
ウの面積は，★の長さが１０ cm ですから，１０×４÷２＝２０（$cm^2$）です。
エの面積は，☆の長さが８ cm ですから，１０×８÷２＝４０（$cm^2$）です。

よって，かげの部分の面積は，２１６－（１６＋１６＋２０＋４０）＝１２４（$cm^2$）になります。

基本＜第４回＞$\boxed{1}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　分数を，「いくつに分けたうちのいくつぶん」というように考えます。

４８６人の$\frac{5}{9}$というのは，
「４８６人を，９山に分けたうちの５山ぶん」
という意味です。



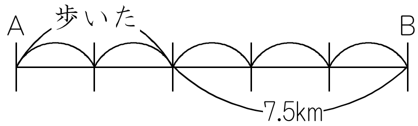

４８６人を９山に分けると，４８６÷９＝５４（人）です。
そのうちの５山ぶんというのは，５４×５＝２７０（人）です。

よって，男子の人数は，２７０人になります。

基本＜第４回＞$\boxed{1}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　線分図を書けば，簡単に解くことができます。

Ａ地からＢ地までの道のり全体を，５山に分けたうちの２山ぶんを歩きました。



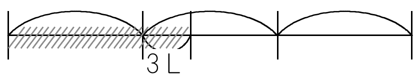

まだ，５－２＝３（山）ぶんが残っています。
それが，７.５kmです。
３山が７.５kmですから，１山あたり，７.５÷３＝２.５（km）です。

Ａ地からＢ地までは５山にあたるので，２.５×５＝１２.５（km）です。

基本＜第４回＞ $\boxed{1}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「全体の，残りの」という問題の場合は，下におろす線分図を書きます。

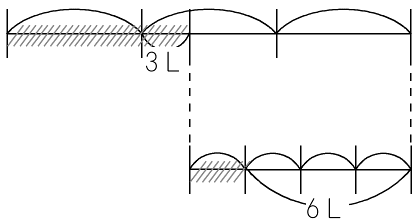
はじめに，全体の$\frac{1}{3}$と３Ｌを使いました。



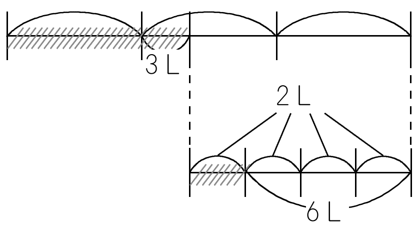

次に，残りの$\frac{1}{4}$を使いました。

このような問題の場合は，右図のような，下におろす線分図を書きます。

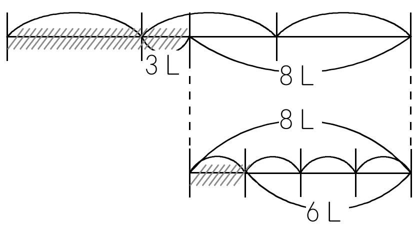
最後に，６Ｌ残ったそうです。



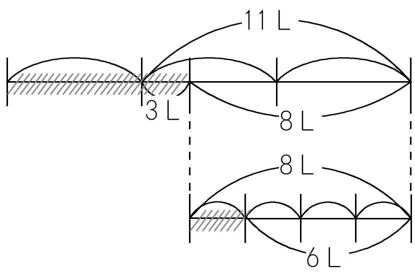

６Ｌが，小さい山３山ぶんにあたりますから，小さい１山は，６÷３＝２（Ｌ）です。



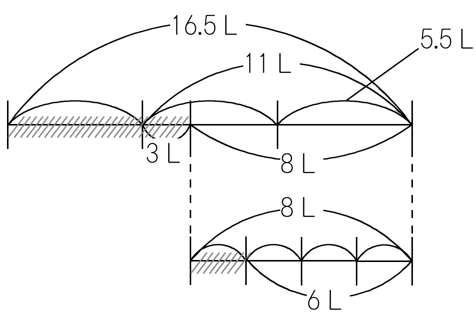

よって，小さい山４山ぶんは，２×４＝８（Ｌ）になります。




大きい山２山ぶんは，３＋８＝１１（Ｌ）です。



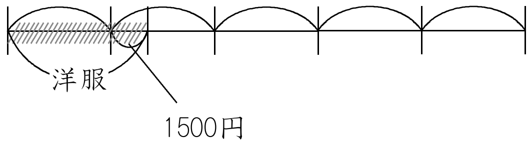

大きい１山は，１１÷２＝5.5（Ｌ）になるので，はじめに入っていた油は，大きい３山ぶんになり，5.5×３＝１6.5（Ｌ）になります。



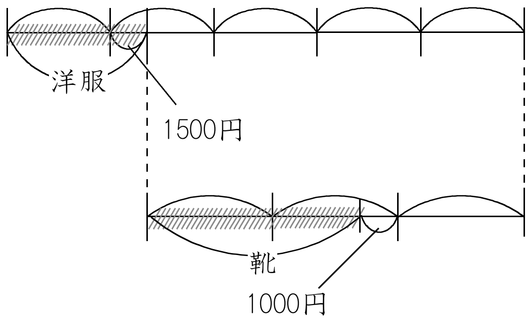
基本＜第４回＞ $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「全体の，残りの」という問題の場合は，下におろす線分図を書きます。

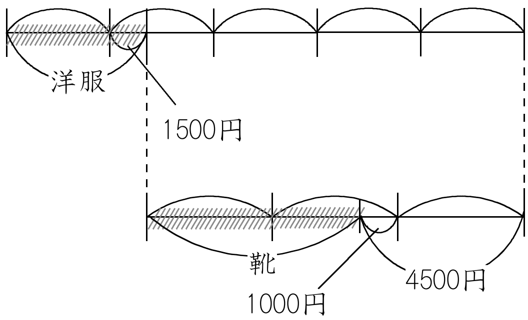
ゆみさんは，持っているお金の$\frac{1}{5}$よりも１５００円高い洋服を買いました。




残りのお金を下におろして，
残りのお金の$\frac{2}{3}$より１０００円安い靴を買ったところ，

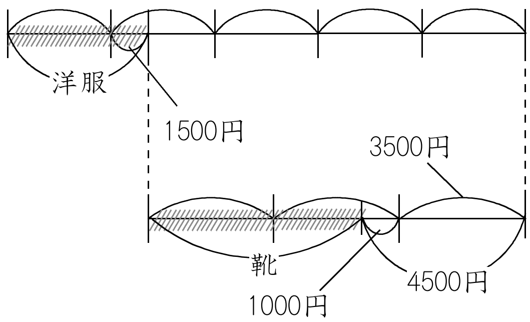



４５００円残ったそうです。




下におろした線分図の１山は，
４５００－１０００＝３５００（円）です。

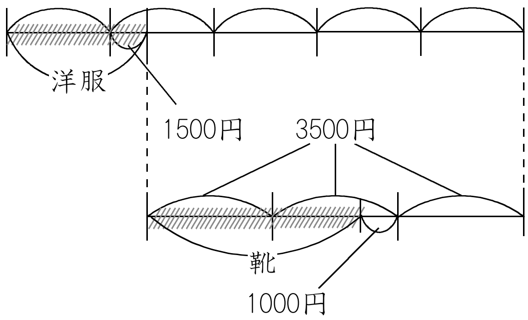
靴は，２山よりも１０００円安いので，
３５００×２－１０００＝６０００（円）です。



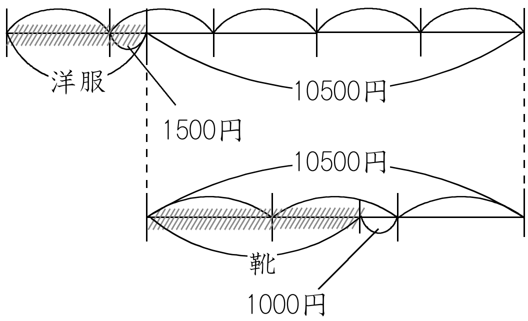
基本＜第４回＞ 2 (2)

ワンポイント　(1)がわかったら，(2)は簡単です。ミスなく解きましょう。

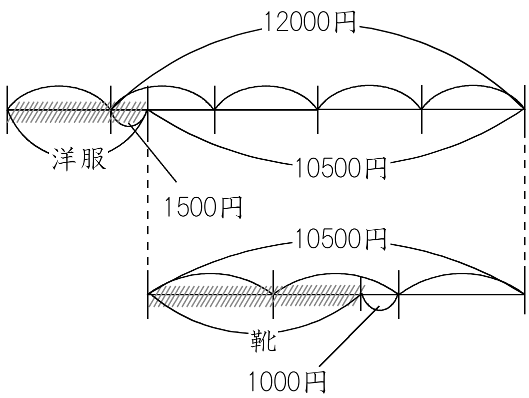
(1)によって，下におろした線分図の１山は，３５００円であることがわかりました。




よって，３山ぶんは，
３５００×３＝１０５００（円）です。

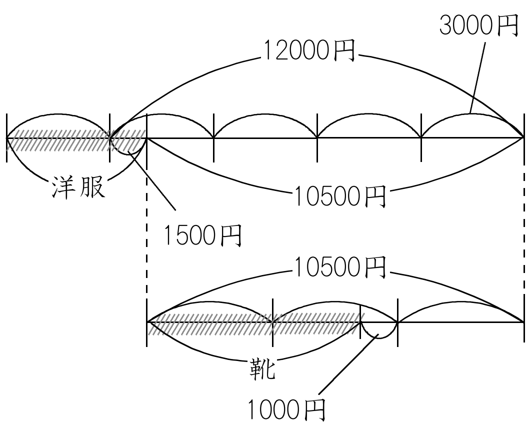



上の線分図の４山ぶんが，
１５００＋１０５００＝１２０００（円）なので，




１山ぶんは，１２０００÷４＝３０００（円）です。

ゆみさんがはじめに持っていたお金は
５山ぶんなので，
３０００×５＝１５０００（円）になります。



基本＜第４回＞ $\boxed{3}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「１０％減る」という言い方を，「何倍」という言い方に直しましょう。

「１０％減る」というのは，はじめ１００％だったのが，１０％減って，
１００－１０＝９０（％）になる，ということです。
９０％を小数に直すと0.9ですから，「９０％になる」というのは，「0.9倍になる」ということです。

つまり，「１０％減る」というのは，「0.9倍になる」，ということなのです。

この問題では，昨年は一昨年にくらべて１０％減った，と書いてありました。つまり，昨年は一昨年の0.9倍になったのです。

一昨年は２７５０kgでした。
その0.9倍が昨年ですから，昨年の収穫量は，２７５０×0.9＝２４７５（kg）になります。

基本＜第４回＞$\boxed{3}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「１０％減る」「２０％増える」を，「何倍」という言い方にしましょう。

(1)と同様に，「２０％増える」という言い方について考えてみます。
「２０％増える」というのは，はじめ１００％だったのが，２０％増えて，
１００＋２０＝１２０（％）になる，ということです。
１２０％を小数に直すと1.2ですから，
「１２０％になる」というのは，「1.2倍になる」ということです。

つまり，「２０％増える」というのは，「1.2倍になる」，ということなのです。

昨年は一昨年にくらべて１０％減ったのですから，昨年は一昨年の0.9倍です。
今年は昨年にくらべて２０％増えたのですから，今年は昨年の1.2倍です。

よって，今年は一昨年の，0.9倍の，1.2倍になります。

たとえば，２００円の３倍の４倍は，２００円の何倍になるかわかりますか？
これは，２００円を３倍して，それから４倍するのですから，２００円を，
３×４＝１２（倍）することになります。

同じようにして，この問題の場合は，今年は一昨年の，0.9×1.2＝1.08（倍）になります。

「1.08倍」というのを百分率で表すと，１０８％になります。

つまり，今年は一昨年の，１０８％になったのです。

１０８％というのは，１００％を超えていますね。
１００％を，１０８－１００＝８（％）超えています。

つまり，今年の収穫高は，一昨年を１００％とすると，８％だけ増えたことになります。

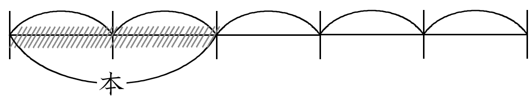
## 練習 1 (1)

ワンポイント　割合の文章題を解く基本は，「分数で考える」ことです。

たかし君は，持っているお金の４０％で本を買いました。

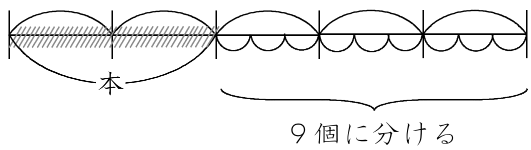
４０％というのは，小数では０.４，分数では$\frac{2}{5}$のことです。

たかし君は，持っているお金の$\frac{2}{5}$で本を買ったことになります。

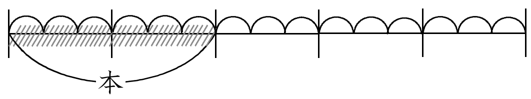



次に，残りのお金の$\frac{5}{9}$より２５０円安いお金で，文房具を買いました。

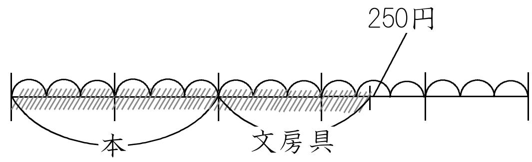
残りのお金は３山ぶんでしたから，それを９個に分けることになり，右図のように，下におろさなくても，ちょうどうまく分けられます。




ついでに本のところも同じように分けて，右図のようにしてしまいます。




すると，文房具は残りのお金の$\frac{5}{9}$より２５０円安いのですから，右図のようになります。

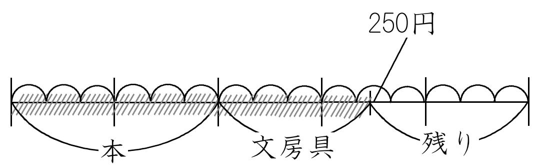



残りのお金ははじめのお金の$\frac{1}{3}$だそうです。

ところが，全体の山の数は１５山です。

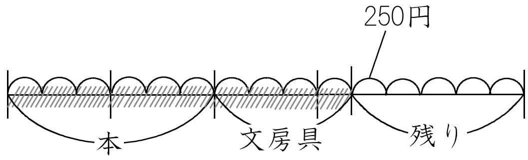
ですから，残りのお金は，１５山の$\frac{1}{3}$になるので，１５÷３＝５（山）になるはずです。

右の図では，残りの部分が５山になっていないので，




（次のページへ）

右図のように，残りの部分がちょうど５山になっている図に変更します。



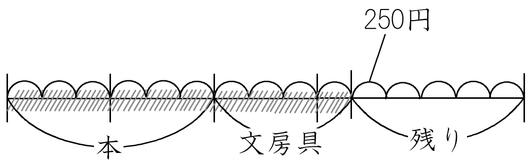

２５０円の部分が，ちょうど１山になり，
はじめの金額は１５山にあたるので，
２５０×１５＝３７５０（円）です。

---

練習 1 (2)

---

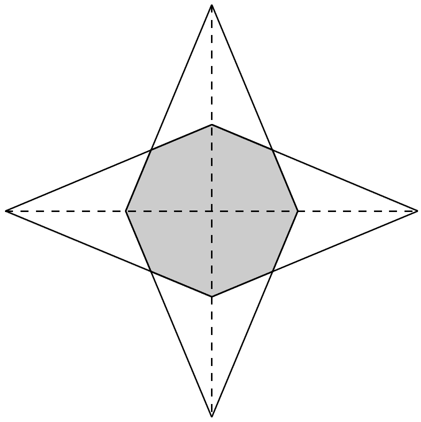
ワンポイント　(1)で，しっかり図が書いてあれば，(2)は簡単です。




右図のように，１山は２５０円で，
文房具は４山にあたりますから，
文房具の値段は，
２５０×４＝１０００（円）になります。

練習 2

ワンポイント　内角と外角を有効利用します。

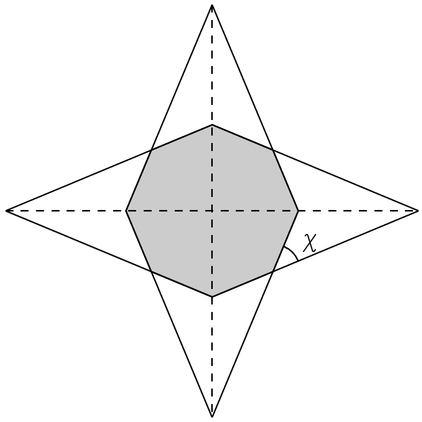


右図のかげの部分は正八角形です。

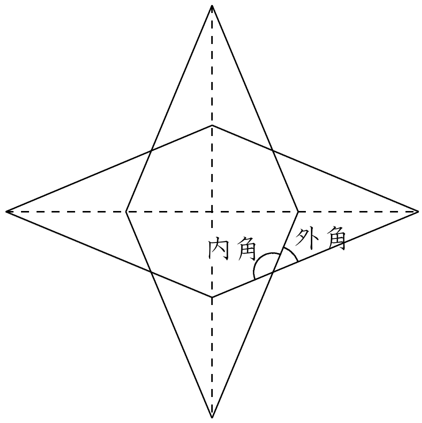
ところで，何角形であっても，外角の和は必ず３６０度でした。

ですから，正八角形も，外角の和は３６０度です。

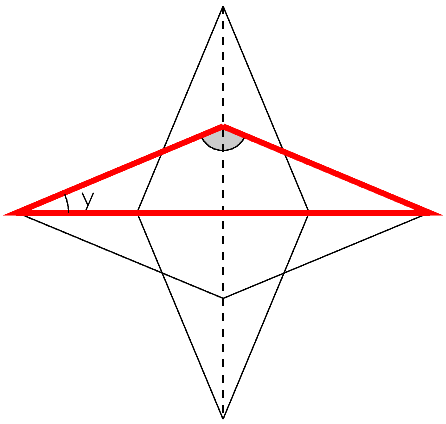
正八角形には外角が８個あって，その和が３６０度ですから，１つの外角は，３６０÷８＝４５（度）です。




右図のχは１つの外角にあたるところなので，χは４５度になります。




また，１つの内角と１つの外角とは，右図のような関係にあります。
いま，１つの外角が４５度でしたから，１つの内角は，１８０－４５＝１３５（度）です。




よって，右図のかげをつけた角も１３５度です。
太線で囲まれた形は二等辺三角形ですから，
ｙは（１８０－１３５）÷２＝２２.５（度）になります。

## 練習 $\boxed{3}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　４人の名前を決めて，式に表すことです。

４人の名前をＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄとして，Ａが最も得点が低く，Ｂ，Ｃ，Ｄと，だんだん得点が高くなっていくものとします。
すると，

| |
|---|
| ＡＢＣ　の平均点が６９点 |
| ＡＢ　Ｄの平均点が７４点 |
| Ａ　ＣＤの平均点が７９点 |
| 　ＢＣＤの平均点が８２点 |

となります。

６９×３＝２０７，７４×３＝２２２，７９×３＝２３７，８２×３＝２４６　ですから，

| |
|---|
| ＡＢＣ　の合計点は２０７点 |
| ＡＢ　Ｄの合計点は２２２点 |
| Ａ　ＣＤの合計点は２３７点 |
| 　ＢＣＤの合計点は２４６点 |

となります。

この問題に似ている問題で，

| |
|---|
| ＡＢ　＝７２ |
| Ａ　Ｃ＝９０ |
| ＢＣ＝１００ |

となっていて，Ａ，Ｂ，Ｃを求める問題がありましたね。その場合は，３つの式をすべて加えて解いていくのでした。

この問題も，同じように４つの式をすべて加えてみます。

| |
|---|
| ＡＢＣ　の合計点は２０７点 |
| ＡＢ　Ｄの合計点は２２２点 |
| Ａ　ＣＤの合計点は２３７点 |
| 　ＢＣＤの合計点は２４６点 |

すると，ＡもＢもＣもＤも，すべて３回ずつ登場していて，全部で，
２０７＋２２２＋２３７＋２４６＝９１２（点）になりますから，
（Ａ＋Ｂ＋Ｃ＋Ｄ）×３＝９１２　となります。
よって，Ａ＋Ｂ＋Ｃ＋Ｄ　は，９１２÷３＝３０４　です。
４人の平均点は，４人の合計点を４でわったものですから，
３０４÷４＝７６（点）になります。

練習 3 (2)

ワンポイント　(1)ができたら，(2)は簡単です。

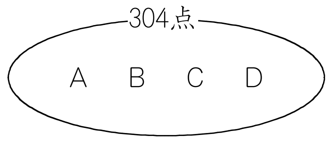
(1)で，

| | | |
|---|---|---|
| （ア） | ＡＢＣ　 | の合計点は２０７点 |
| （イ） | ＡＢ　Ｄ | の合計点は２２２点 |
| （ウ） | Ａ　ＣＤ | の合計点は２３７点 |
| （エ） | 　ＢＣＤ | の合計点は２４６点 |

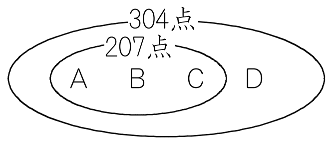
ということと，ＡＢＣＤは，３０４点であることがわかりました。

求めたいのは，最高得点である，Ｄの得点です。

ＡＢＣＤ　は３０４点で，



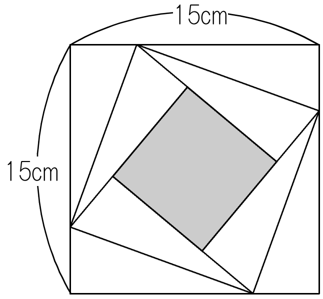

（ア）で，ＡＢＣは２０７点ですから，
Ｄの得点は，３０４－２０７＝９７（点）です。



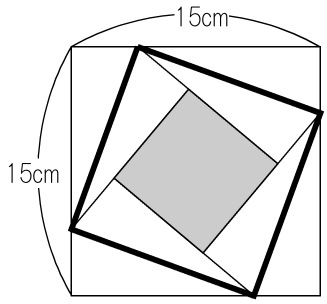
練習 $\boxed{4}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　折っても，長さや角度は変わらないという，当たり前のことが大切です。

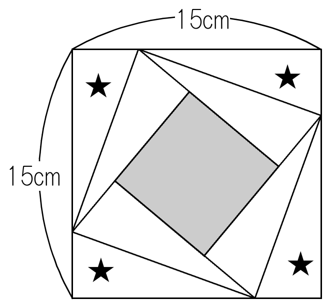
全体の正方形の１辺は１５ cm です。
よって，全体の正方形の面積は，
１５×１５＝２２５（$cm^2$）です。




右図の，太い正方形の面積は１３７ $cm^2$であると書いてありましたから，

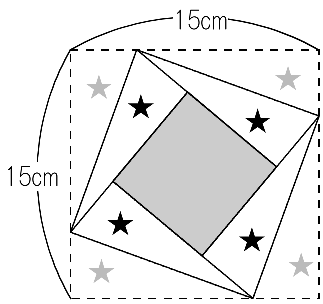



右図の★４つぶんの面積は，
２２５－１３７＝８８（$cm^2$）です。




全体の正方形を折りたたんで，面積が１３７ $cm^2$の正方形を作ったのですから，右図の★４つぶんの面積も，やはり８８ $cm^2$です。

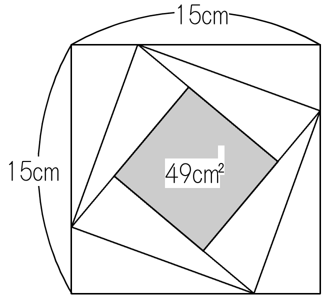
よって，かげの部分の面積は，
１３７－８８＝４９（$cm^2$）です。



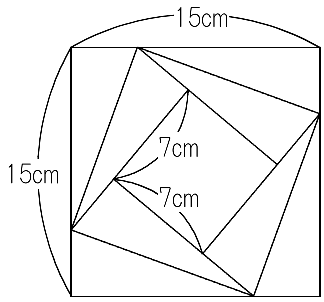
練習 4 (2)

ワンポイント　面積が４９cm²の正方形は，１辺が何cmであるかがわかります。

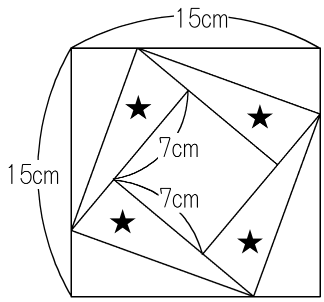
右図の，かげをつけた部分の正方形の面積は４９ cm²であることが，(1)でわかりました。
ところで，正方形の面積は，１辺×１辺　で求められます。それが４９ cm²ですから，１辺を□cm とすると，□×□＝４９　となります。



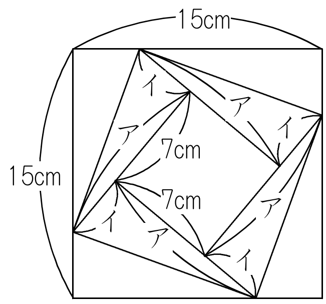

かけ算の九九を考えるとわかる通り，□は７ cm になります。




ところで，右図の４つの三角形★は，すべて同じ三角形です。

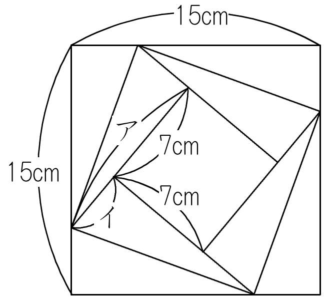



そこで，右図のようにア，イとすることができます。

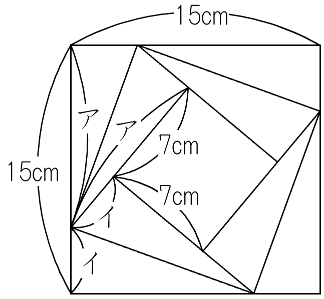



（次のページへ）

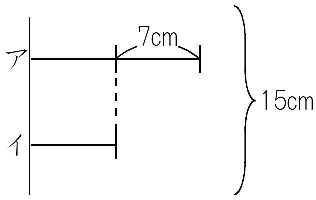
特に，右の図のア，イに注意しましょう。
７ cm が，アとイの長さの差になっていることがわかります。




正方形を折る前の状態にもどすと，
１５ cm の長さが，アとイの和になっていることがわかります。




つまり，アとイの和が１５ cm，差が７ cm になり，この問題は和差算であることがわかります。
和差算は，線分図を書いて考えます。




求めるのはアの長さですから，（１５＋７）÷２＝１１（cm）になります。

練習 $\boxed{5}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　最小公倍数を利用しましょう。

Ａは，４５秒間吹き出して３０秒間休むのですから，４５＋３０＝７５（秒）が１セットです。

Ｂは，６０秒間吹き出して４０秒間休むのですから，６０＋４０＝１００（秒）が１セットです。

Ａは７５秒が１セット，Ｂは１００秒が１セットですから，ＡとＢの両方を考えると，７５と１００の最小公倍数である３００秒が１セットになります。
１分は６０秒ですから，３００秒は，３００÷６０＝５（分）です。

ＡとＢは，５分ごとに，同時に水を吹き出すことがわかりました。

３２分間では，３２÷５＝６　あまり　２　ですから，同時に水を吹き出すことは６回あります。

スタートするときも，同時に水を吹き出していますから，それを入れると７回になります。

しかし，問題文には「あと何回ありますか。」となっていますから，スタートするときのは，回数に入れません。

よって，答えは６回になります。

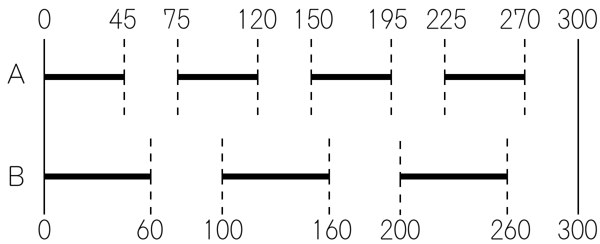
練習 5 (2)

ワンポイント　３００秒間のようすをしっかり書く以外に，解き方はありません。

　ＡとＢの両方を考えるときは，１セットは３００秒（＝５分）であることが，(1)によってわかりました。

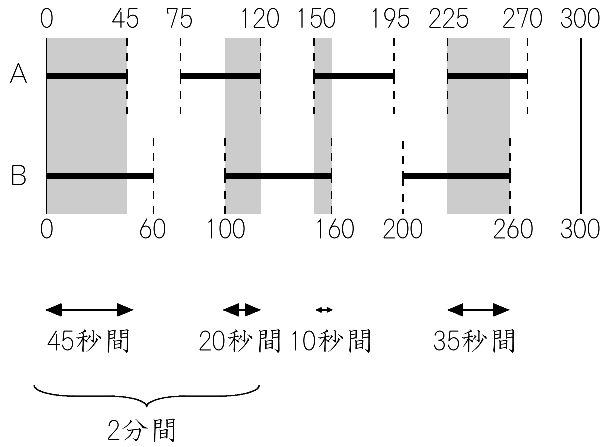
　その３００秒間のあいだに，
Ａは４５秒間水を吹き出し，３０秒間休み，をくり返します。
Ｂは６０秒間水を吹き出し，４０秒間休み，をくり返します。

ＡとＢの３００秒間のようすを図に表したのが，右図です。




　３００秒間に，ＡもＢも水が吹き出ているところを，かげをつけて示したのが，右図です。

　ＡもＢも同時に吹き出している時間は，全部で，
　４５＋２０＋１０＋３５
＝１１０（秒間）です。




　ところで，３００秒間＝５分間です。
　３２分間のあいだに，この１セット５分間というのが，
３２÷５＝６　あまり　２　　により，６セットあって，あと２分間あまります。

　１セットの中に，ＡもＢも同時に吹き出している時間は１１０秒間あり，それが６セットと，残りの２分間の中に，ＡもＢも同時に吹き出している時間は，上の図の通り，４５＋２０＝６５（秒間）ありますから，全部で，
　１１０×６＋６５＝７２５（秒間）です。

　１分は６０秒ですから，７２５÷６０＝１２　あまり　５　により，７２５秒間というのは，１２分５秒間です。

チャレンジ (1)

ワンポイント　一番小さい数は根性で求め，あとは最小公倍数ずつプラスです。

５でわると３あまる　→　３，８，１３，１８，…
７でわると４あまる　→　４，１１，１８，…

よって，５でわると３あまり，７でわると４あまる，一番小さい数は１８です。

１８の次の数は，５と７の最小公倍数である，３５をプラスしていきます。

１８，５３，８８，１２３，…

よって，１００から１０００までの整数の中で，一番小さい数は１２３です。

次のような，３５ずつ増えていく等差数列ができます。

１２３，１５８，１９３，…

１０００までの中に，この数列にふくまれる数は何個あるか，という問題になります。

| 等差数列のＮ番目＝はじめの数＋増える数×（Ｎ－１） |
|---|

の公式を利用して，問題を解いていきます。

はじめの数は１２３で，増える数は３５ですから，Ｎ番目の数が１０００だとすると，

１２３＋３５×（Ｎ－１）＝１０００　　となります。あとは逆算です。
１０００－１２３＝８７７
８７７÷３５＝２５.０５点
２５.０５＋１＝２６.０５

よって，２６.０５…番目が，ちょうど１０００になります。

ということは，２６番目だったら１０００より小さく，２７番目だったら１０００より大きくなるので，１０００までの中に入っているのは，２６番目までです。

したがって，１００から１０００までの中に，等差数列の数は２６個あります。

チャレンジ (2)

ワンポイント　等差数列の和の公式を利用します。

(1)によって，この問題にあてはまる数は，

１２３，１５８，１９３，…

という等差数列になり，１０００までの中には２６個あることがわかりました。

(2)は，その和を求める問題です。

| 等差数列の和＝（はじめの数＋おわりの数）×Ｎ÷２ |
|---|

の公式を利用して求めていきます。

はじめの数は１２３，Ｎは２６であることがわかっています。
よって，おわりの数さえ求められたら，答えを求めることができます。

おわりの数は，２６番目の数です。ですから，

| 等差数列のＮ番目＝はじめの数＋増える数×（Ｎ－１） |
|---|

の公式を利用して，おわりの数を求めます。
１２３＋３５×（２６－１）＝９９８　が，おわりの数です。

等差数列の和＝（はじめの数＋おわりの数）×　Ｎ　÷２
＝（　１２３　＋　９９８　）×２６÷２
＝１４５７３

チャレンジ (3)

ワンポイント　むずかしい問題です。ある程度推測して，やってみるしかありません。

$\chi$でわると１９あまる数は，

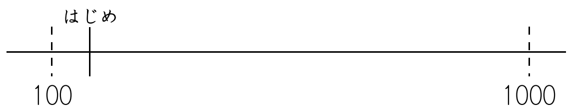
一番小さい数が１９です。

次は，１９に$\chi$をプラスした，１９＋$\chi$　です。

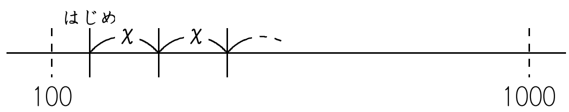
次は，さらに$\chi$をプラスして，１９＋$\chi$＋$\chi$　です。

このように，$\chi$ずつプラスしていくと，「$\chi$でわると１９あまる数」が，どんどんあらわれてきます。

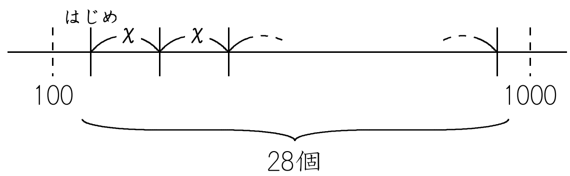
１００から１０００までの間にも，やはり「$\chi$でわると１９あまる数」があって，



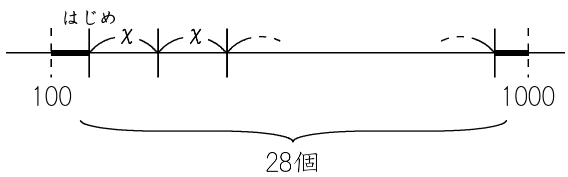

$\chi$ずつプラスしていくことで，どんどんあらわれてきて，




１０００までに，２８個あらわれることになります。

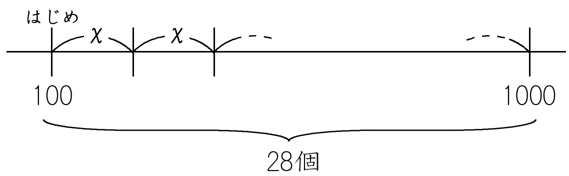



右図の太線の部分は，$\chi$より小さい，あまりの部分です。




（次のページへ）

両はしの，太線の部分をなくしたのが右の図です。このときのχが，もっとも広がっているχで，これ以上χを広げることはできません。




図を見ると，１００から１０００までは１０００－１００＝９００ で，その中にたて線が２８本あることがわかります。

ということは，（植木算ですね）χは２７個あることになるので，
９００÷２７＝３３ あまり ９ により，χは大きくても３３であることがわかります。

そこで，χを３３にして，「３３でわると１９あまる」数が，１００から１０００までの中に何個入っているかを，求めてみます。
３３でわると１９あまる数は，１９，５２，８５，１１８，…となるので，最も小さい数は１１８です。
よって，１１８，１５１，１８４，…となるので，Ｎ番目が１０００であるとすると，
１１８＋３３×（Ｎ－１）＝１０００
１０００－１１８＝８８２
８８２÷３３＝２６.７…
２６.７＋１＝２７.７
よって，１０００までに２７個あることになり，２８個という条件に合いません。

次に，χを３２にして，「３２でわると１９あまる」数が，１００から１０００までに何個入っているかを，求めてみます。
３２でわると１９あまる数は，１９，５１，８３，１１５，…となるので，最も小さい数は１１５です。
よって，１１５，１４７，１７９，…となるので，Ｎ番目が１０００であるとすると，
１１５＋３２×（Ｎ－１）＝１０００
１０００－１１５＝８８５
８８５÷３２＝２７.６…
２７.６＋１＝２８.６
よって，１０００までに２８個あることになり，条件に合います。

次に，χを３１にして，「３１でわると１９あまる」数が，１００から１０００までに何個入っているかを，求めてみます。
３１でわると１９あまる数は，１９，５０，８１，１１２，…となるので，最も小さい数は１１２です。
よって，１１２，１４３，１７４，…となるので，Ｎ番目が１０００であるとすると，
１１２＋３１×（Ｎ－１）＝１０００
１０００－１１２＝８８８
８８８÷３１＝２８.６…
２８.６＋１＝２９.６
よって，１０００までに２９個あることになり，条件に合いません。

χを３０以下にしても，個数は２９個以上になるので，これ以上計算してもムダです。
よって，問題にあてはまるχは，３２であることがわかりました。