演習問題集・5年上・第3回

反復基本問題・反復練習問題のくわしい解説

面積の公式

三角形	＝	底辺×高さ÷2
正方形	＝	1辺×1辺 または，対角線×対角線÷2
長方形	＝	たて×横
平行四辺形	＝	底辺×高さ
台形	＝	(上底＋下底)×高さ÷2
ひし形	＝	対角線×対角線÷2

N角形の内角の和 ＝ 180×(N－2)
〃　外角の和 ＝ 360度
〃　対角線の本数 ＝ (N－3)×N÷2

目　次

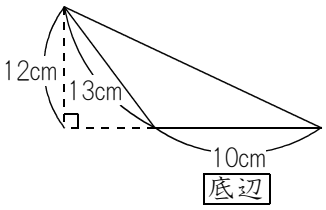
反復基本 1 (1)①…p.1
反復基本 1 (1)②…p.2
反復基本 1 (1)③…p.2
反復基本 1 (2)…p.3
反復基本 1 (3)…p.3
反復基本 1 (4)…p.3
反復基本 1 (5)…p.4
反復基本 1 (6)…p.4
反復基本 2 (1)…p.5
反復基本 2 (2)…p.5
反復基本 3 (1)…p.7
反復基本 3 (2)…p.7
反復基本 4 (1)…p.8
反復基本 4 (2)…p.8
反復練習 1 …p.10
反復練習 2 (1)…p.11
反復練習 2 (2)…p.13
反復練習 3 (1)…p.14
反復練習 3 (2)…p.15
反復練習 4 (1)…p.16
反復練習 4 (2)…p.18
反復練習 5 (1)…p.19
反復練習 5 (2)…p.20
チャレンジ …p.22

すぐる学習会

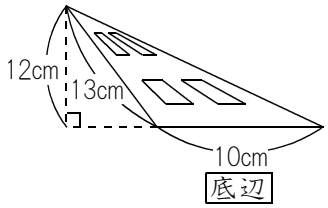
反復基本 1 (1)①

ワンポイント　「三角形の高さ」とはどこになるのかを理解しましょう。

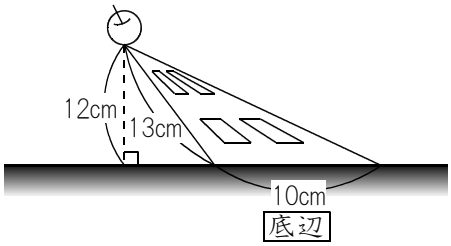
三角形の底辺を10cmとします。
そのとき，三角形の高さはどこになるのでしょう。



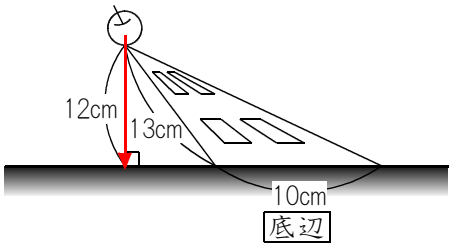
三角形を，変な形をしたビルだとすると，ビルの高さは，12cmでしょうか，それとも13cmでしょうか。



底辺を地面だとして，ビルのてっぺんにりんごを置いたとします。
りんごは，はたして何cm落ちるでしょう。



りんごは，12cm落ちて地面にとどきます。
この12cmというのが，三角形の高さになります。

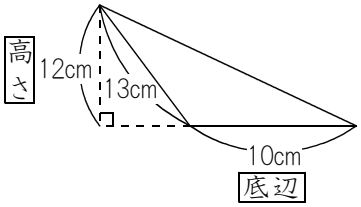


三角形の高さというのは，

三角形のてっぺんから，底辺の直角マークまで

と覚えておけばよいでしょう。

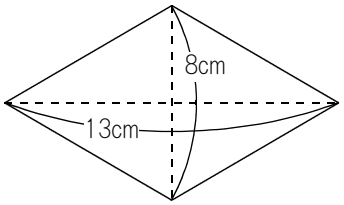
三角形の，底辺は10cm，高さは12cmであることがわかりました。
三角形の面積は，「底辺×高さ÷2」で求めるのですから，
10×12÷2＝60(cm²)になります。



反復基本 1 (1)②

ワンポイント　ひし形の面積の公式は，他の公式とまったく違うので忘れやすいです。注意しましょう。

ひし形の面積の公式は，「対角線×対角線÷2」ですが，対角線は2種類あることに注意しましょう。
右の図で，2種類の対角線は，8cmと13cmです。
したがって，面積は，8×13÷2＝52(cm²)です。



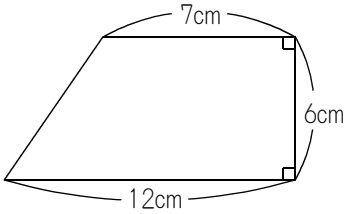
反復基本 1 (1)③

ワンポイント　台形の面積の公式を，早口で言えるようにしましょう。

台形の面積の公式は，「(上底＋下底)×高さ÷2」です。

右図で，上底は7cm，下底は12cm，高さは6cmですから，

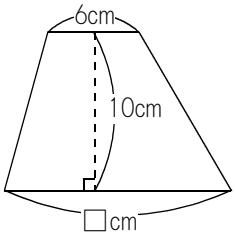
(7＋12)×6÷2＝57(cm²)です。



反復基本 1 (2)

ワンポイント　面積の逆算は，10－□＝7 とか，12÷□＝3 などの形が登場しないので簡単です。

台形の面積の公式は，「(上底＋下底)×高さ÷2」です。



右図で，上底は6cm，下底は□cm，高さは10cmです。

台形の面積は85cm^{2}であることが問題に書いてありましたから，

(6＋□)×10÷2＝85

あとは逆算をするだけです。

85×2＝170
170÷10＝17
17－6＝11(cm)

反復基本 1 (3)

ワンポイント　内角の和の公式と，対角線の本数の公式とは，よく似ているので注意しましょう。

N角形の内角の和の公式は，「180×(N－2)」です。

いまは，十二角形の内角の和を求めるのですから，Nを12にして，

180×(12－2)＝1800(度)。

反復基本 1 (4)

ワンポイント　外角の和の公式がありましたね。とてもシンプルなやつが…。

何角形でも，外角の和は必ず360度になります。

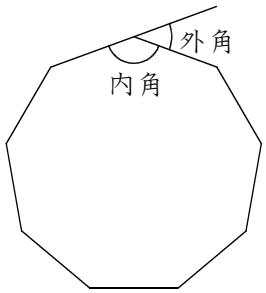
反復基本 1 (5)

ワンポイント　2通りの求め方があります。どちらもマスターしましょう。

1つの内角の大きさを求める方法は，「内角の和」から求める方法と，「外角の和」から求める方法の，2通りあります。2通りとも，理解しておく必要があります。

まずは，「内角の和」から求める方法を解説していきます。
N角形の内角の和は，180×(N－2)　という公式で求めることができます。
九角形ならば，Nを9にして，180×(9－2)＝1260(度)です。
正九角形には，内角が9個あります。
正九角形の内角の和が1260度ですから，正九角形の1つの内角は，1260÷9＝140(度)になります。

次に，「外角の和」から求める方法を解説していきます。
外角の和は，何角形であっても，必ず360度です。
正九角形も，やはり外角の和は360度です。
正九角形には，外角は10個あります。
よって，正九角形の1つの外角は，360÷9＝40(度)です。
ところで，1つの外角と1つの内角は，右図のような関係になっています。
よって，1つの外角が40度ならば，1つの内角は，180－40＝140(度)です。



反復基本 1 (6)

ワンポイント　内角の和の公式と，対角線の本数の公式とは，よく似ているので注意しましょう。

N角形の対角線の本数は，(N－3)×N÷2　という公式で求められます。
N－3 の 3 は，「自分自身」と「左どなり」と「右どなり」には対角線を引けない，という意味です。
最後に2でわるのは，「ダブっているから」です。
このように，公式の意味まで覚えておくと，公式を忘れることが少なくなります。

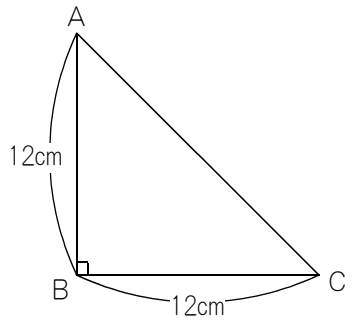
いまは十角形の対角線の本数を求めるのですから，Nを10にして，
(10－3)×10÷2＝35(本) となります。

反復基本 2 (1)

ワンポイント　直角二等辺三角形は三辺のうちどれか一辺の長さがわかれば，面積を求められます。

三角形ABCは，問題に書いてある通り二等辺三角形ですから，ABも12cmです。

三角形の面積は，底辺×高さ÷2 で求められますが，底辺が12cm，高さも12cmなので，面積は，
12×12÷2＝72(cm²)になります。

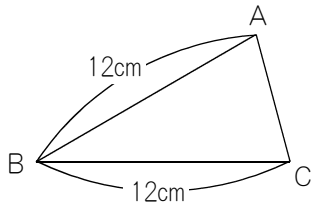


反復基本 2 (2)

ワンポイント　この問題ができるかどうかで，中学受験生かどうかが判定できるような，有名問題です。

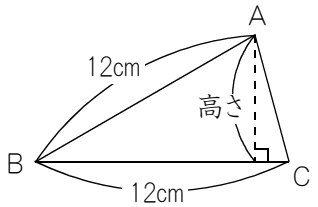
三角形ABCは，問題に書いてある通り二等辺三角形ですから，ABも12cmです。

三角形の底辺はBCで，長さは12cmです。
あとは高さがわかれば，面積を求めることができます。

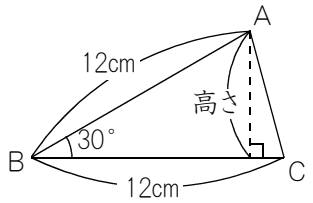


高さは，三角形のてっぺんである点Bから下に線をおろしていき，底辺と垂直になるようにします。

三角形のてっぺんから直角マークまでが，三角形の高さです。

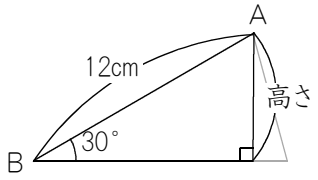


ふつうなら，高さは求められないのですが，この問題の場合は角Bが30度と書いてありました。
この角度を利用すれば，高さを求めることができます。

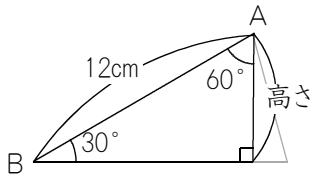


（次のページへ）

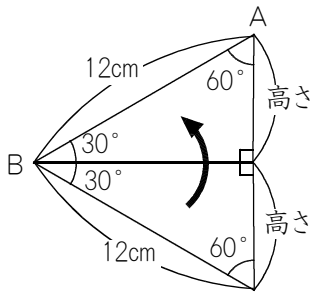
三角形ABCの一部分を切り取ったのが，右図です。



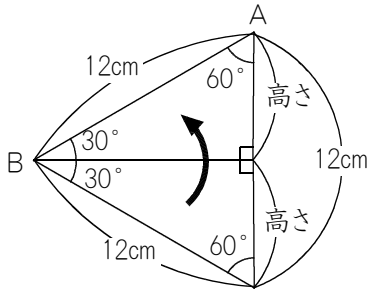
点Aのところは，60度です。



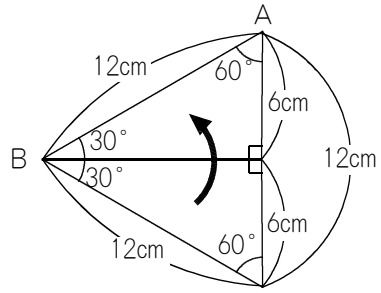
この三角形は，正三角形を，右図のように
折った形をしています。



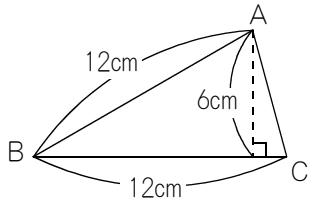
正三角形の1辺は12cmです。
ですから，「高さ」2つぶんが12cmになるので，



高さは，12÷2＝6(cm)になります。

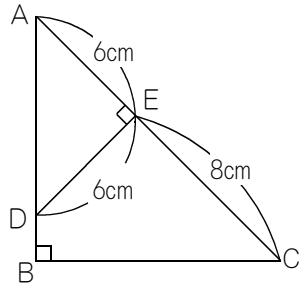


三角形ABCの高さが6cmであることがわかりました。
底辺は12cmですから，三角形の面積は，
12×6÷2＝36(cm²) になります。



反復基本 3 (1)

ワンポイント　(1)はカンタン。(1)を利用して，(2)を解きます。

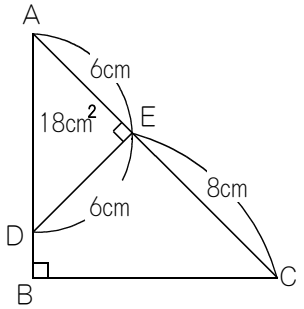


三角形ADEは直角二等辺三角形なので，DEも6cmです。
よって，三角形ADEの底辺は6cm，高さも6cmです。
面積は，6×6÷2＝18(cm²)です。

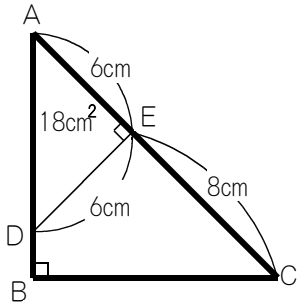
反復基本 3 (2)

ワンポイント　直角二等辺三角形は三辺のうちどれか一辺の長さがわかれば，面積を求められます。

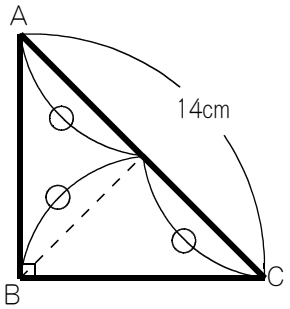
(1)で，三角形ADEの面積は18cm²であることがわかりました。



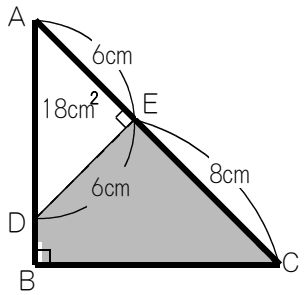
求めたいのは四角形DBCEの面積ですが，これは，
三角形ABCの面積から，三角形ADEの面積である18cm²を
引いた残りになります。



三角形ABCは直角二等辺三角形です。
底辺をACにすると，ACの長さは，6＋8＝14(cm)です。
高さは，右図の○の長さがすべて等しいことから求められます。
14÷2＝7(cm)です。
よって三角形ABCの面積は，14×7÷2＝49(cm²)です。



三角形ABCの面積は49cm²，三角形ADEの面積は18cm²です
から，四角形DBCE(右図のかげをつけた部分)の面積は，
49－18＝31(cm²)になります。

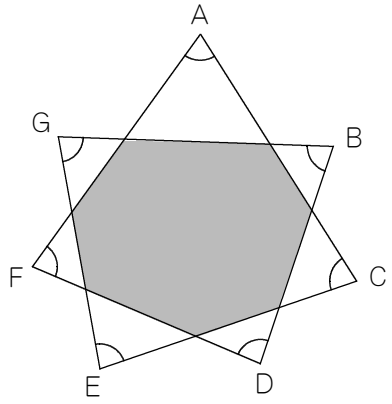


反復基本 4 (1)

ワンポイント　N角形の内角の和・外角の和・対角線の本数の公式を，ちゃんと覚えていますか？

何角形であろうとも，外角の和は必ず360度です。

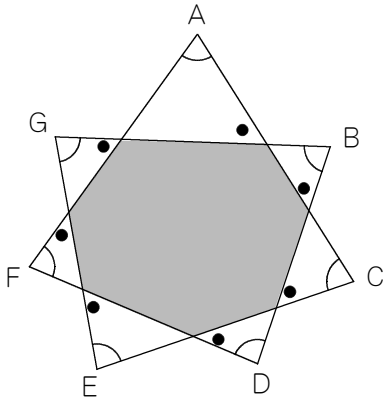
ですから，右図のかげをつけた七角形の外角の和も，やはり360度です。



反復基本 4 (2)

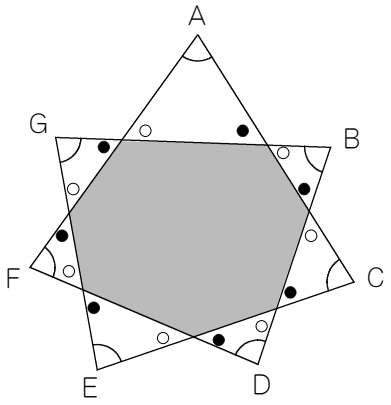
ワンポイント　(1)を利用して解きます。

右図の黒点の角が，かげをつけた七角形の外角です。
外角の和は360度ですから，右図の黒点の角の和が，360度になります。



右図の白点の角も，かげをつけた七角形の外角です。
よって白点の和も，360度になります。

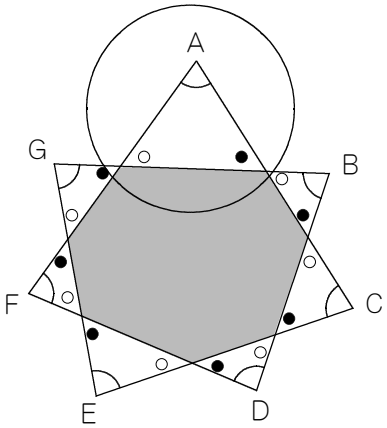
黒点と白点の和は，360×2＝720(度)です。



（次のページへ）

たとえば右の図のマルでかこった，点Aをふくむ三角形の内角の和は180度です。

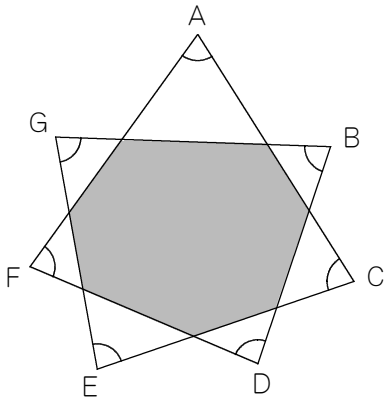
Bをふくむ三角形，Cをふくむ三角形，…などもすべて内角の和は180度で，三角形は全部で7個あります。
よって，7個すべての三角形の内角の和は，
180×7＝1260（度）になります。



1260度のうち，黒点と白点の角度の和は720度でした。
よって7つの角AからGの和は，1260－720＝540（度）になります。

別解　この七角形は，ふつうの七角形ではなくて，点を2つずつ飛ばして結んだ七角形です。
このような，「飛ばし図形の内角の和」を求める公式があります。

内角の和＝180×（N－2×飛ばし）



ふつうの内角を求める式と似ていますね。
この問題では，Nは七角形だから7，「飛ばし」は2個飛ばしだから2にして，
内角の和＝180×（7－2×2）＝540（度）となります。

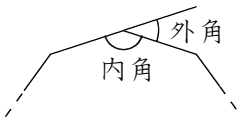
反復練習 1

ワンポイント　正何角形なのかをどうやって求めるか。それが，この問題のポイントです。

問題には，1つの内角が150度と書いてありました。
そのことから，この正多角形が何角形かを求めることができます。

しかし，「内角の和」の公式では，求めることはむずかしいです。
なぜなら，内角の和の公式は，正N角形ならば 180×(N－2) です。
正N角形には，内角はN個あるので，1つの内角は，180×(N－2)÷N となります。
よって，180×(N－2)÷N＝150 となり，式の中にNが2個あるので，逆算では解けないので，求めることがむずかしいのです。

そこで，「外角の和」の公式を使います。
外角の和は，何角形であっても，必ず360度でしたね。



ところで，1つの内角と1つの外角とは，右図のような関係にあります。

1つの内角が150度ならば，1つの外角は，180－150＝30(度)です。

しかも，外角の和は360度です。

ということは，外角は，360÷30＝12(個)あることになります。

外角が12個あるのは十二角形です。

よってこの問題は，正十二角形の対角線の本数を求める問題になりました。

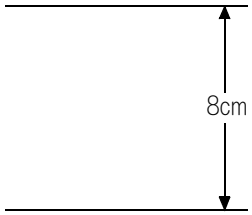
N角形の対角線の本数の公式は，(N－3)×N÷2 です。

いまは正十二角形ですから，Nを12にして，(12－3)×12÷2＝54(本)です。

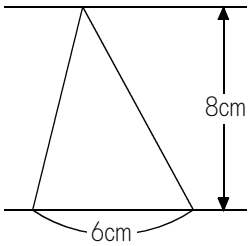
反復練習 2 (1)

ワンポイント　「等積変形」の解き方を，しっかりマスターしてください。

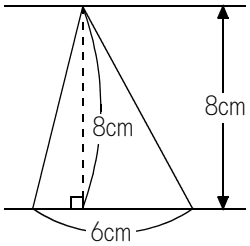
右図のように，2本の平行線があったとしましょう。
2本の平行線は，8cm離れていることにします。



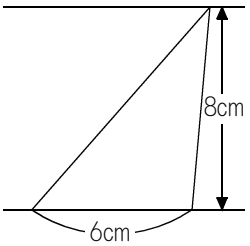
そこに，右図のように，底辺が6cmの三角形を書いたとします。



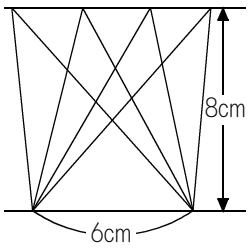
この三角形の高さは8cmですから，面積は，6×8÷2＝24(cm²)です。



では，この三角形を，右図のように変形させたら，どうなるでしょう。
この三角形の場合も，底辺が6cm，高さは8cmですから，同じ面積になります。

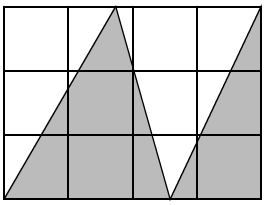


右図のように，三角形を変形させても，底辺も高さも変わらないので，面積も変わらないことになります。

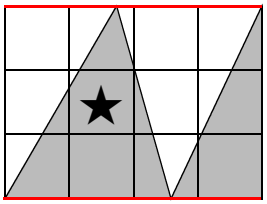


（次のページへ）

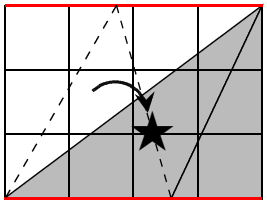
(1)の問題は，右図のかげの部分の面積を求める問題でした。
方眼の１目もりは1cmです。



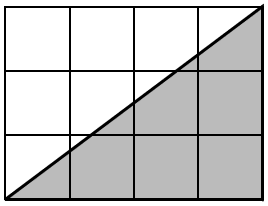
右図の赤い平行線と，★がついている三角形に注目しましょう。



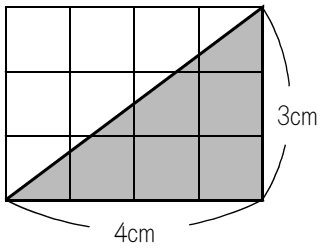
右図のように移動させても，面積は変わりません。



よって，右図の三角形の面積を求めればよいことになります。

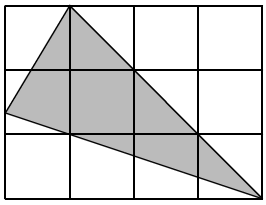


三角形の底辺は4cm，高さは3cmですから，
三角形の面積は，４×３÷２＝6(cm^2)になります。



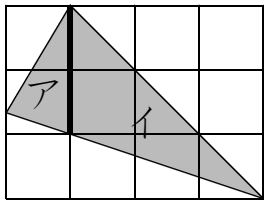
反復練習 2 (2)

ワンポイント　いかにうまく分けるかがポイントです。



このような問題の場合，ふつうは全体から白い三角形を引いていって求めるのですが，この問題ではそれができません。

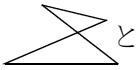
この問題では，線が目もりぴったりを通っているところで，図形を分けて，面積を求めるとうまくいきます。



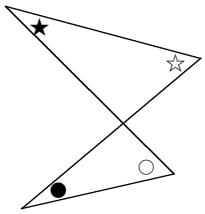
右に図の太線のところで分けて，ア･イとします。
アは底辺が2cmで，高さが1cmなので，２×１÷２＝１(cm^2)。
イは底辺が2cmで，高さが3cmなので，２×３÷２＝３(cm^2)。

よって，かげの部分の面積は，１＋３＝4(cm^2)になります。

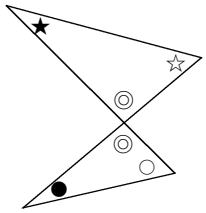
反復練習 3 (1)

ワンポイント  という形を使った，特別な解き方があります。

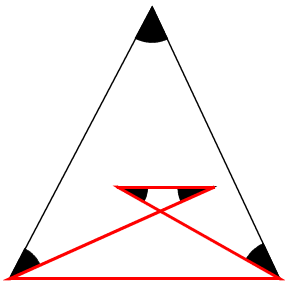
このような問題を解く最大のポイントは，右図において，
★と☆の角度の和と，●と○の角度の和が等しいことです。



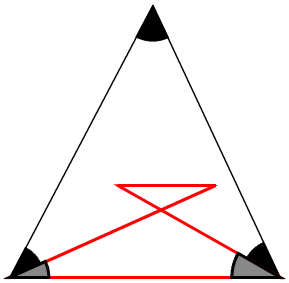
等しい理由は次の通りです。
右図で，★☆◎は180度で，●○◎も180度です。
よって，★☆◎と●○◎は等しく，◎は共通なので，★☆と●○が等しいことになります。



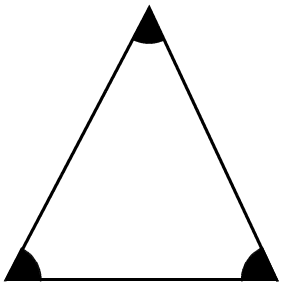
この問題の場合も，右図の赤い線のように補助線を引き，



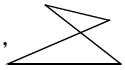
右図のかげをつけた部分のように移動させます。

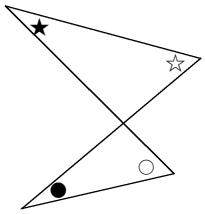


すると，右図の黒い部分の角の大きさの和を求めればよいことになります。
三角形の内角の和を求めることになりますから，答えは180度になります。

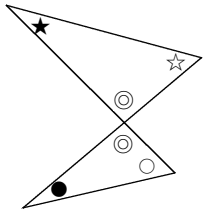


反復練習 3 (2)

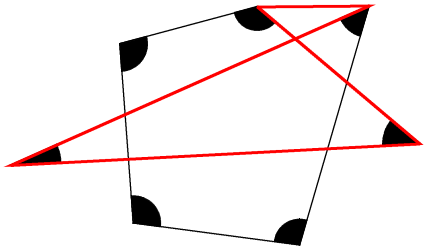
ワンポイント　この問題も，  という形を利用します。



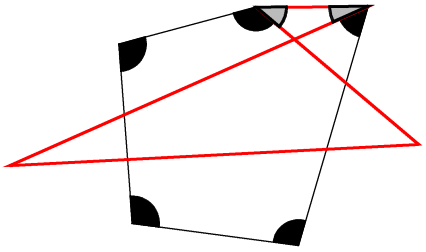
このような問題を解く最大のポイントは，右図において，★と☆の角度の和と，●と○の角度の和が等しいことです。



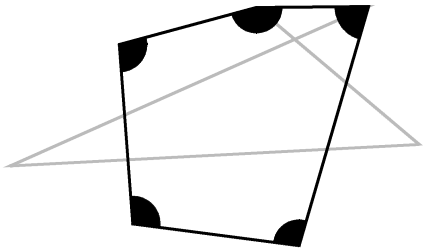
等しい理由は次の通りです。
右図で，★☆◎は180度で，●○◎も180度です。
よって，★☆◎と●○◎は等しく，◎は共通なので，★☆と●○が等しいことになります。



この問題の場合も，右図の赤い線のように補助線を引き，



右図のかげをつけた部分のように移動させます。

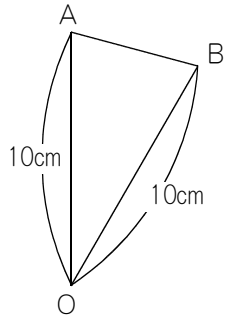


すると，右図の黒い部分の角の大きさの和を求めればよいことになります。
五角形の内角の和を求めればよいわけです。
N角形の内角の和は，180×(N－2) という公式ですから，五角形の内角の和は，
180×(5－2)＝540度になります。

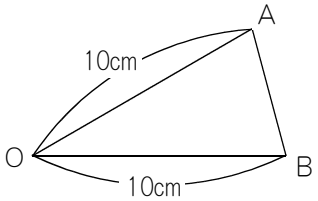
反復練習 4 (1)

ワンポイント　反復基本 2 (2)の類題です。

三角形OABは，OAは10cmで，OAは半径でOBも半径ですから，OBも10cmです。

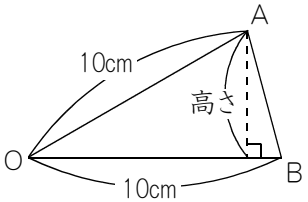


かたむけて右図のようにすると，底辺は10cmになります。
あとは高さがわかれば，面積を求めることができます。

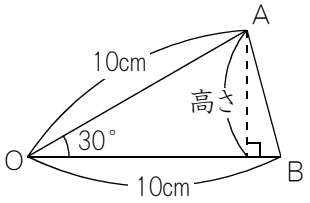


高さは，三角形のてっぺんである点Aから下に線をおろしていき，底辺と垂直になるようにします。

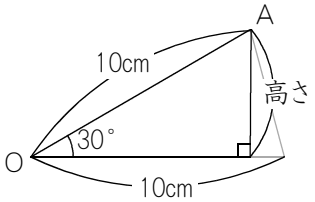
三角形のてっぺんから直角マークまでが，三角形の高さです。



三角形OABは，正十二角形を12個に分けたものですから，角Oは，360÷12＝30(度)です。

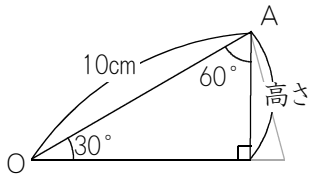


三角形OABの一部分を切り取ったのが，右図です。

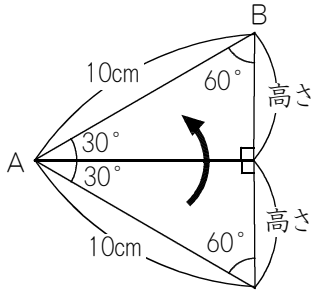


（次のページへ）

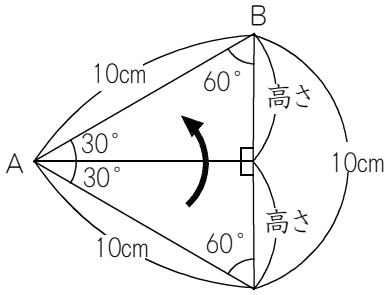
点Aのところは，60度です。



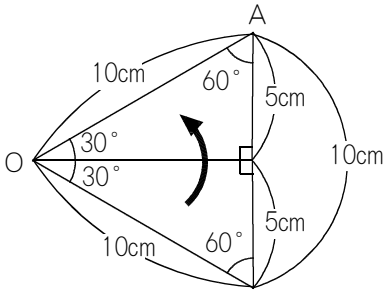
この三角形は，正三角形を，右図のように
折った形をしています。



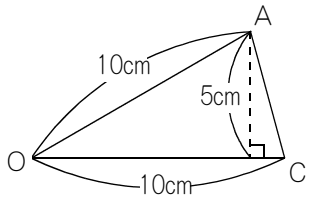
正三角形の1辺は10cmです。
ですから，「高さ」2つぶんが10cmになるので，



高さは，10÷2＝5(cm)になります。



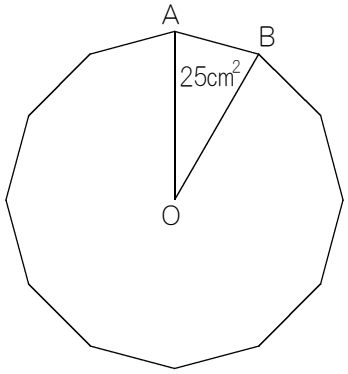
三角形OABの高さが5cmであることがわかりました。
底辺は10cmですから，三角形の面積は，
10×5÷2＝25(cm^2) になります。



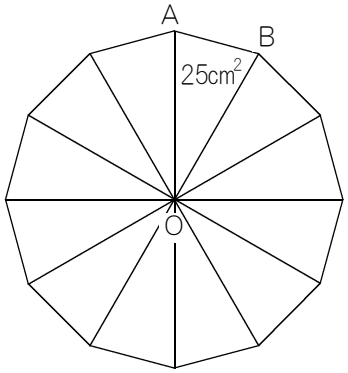
反復練習 4 (2)

ワンポイント　(1)がわかれば，(2)は簡単です。

右図の三角形OABの面積は，(1)で求めた通り25cm²です。



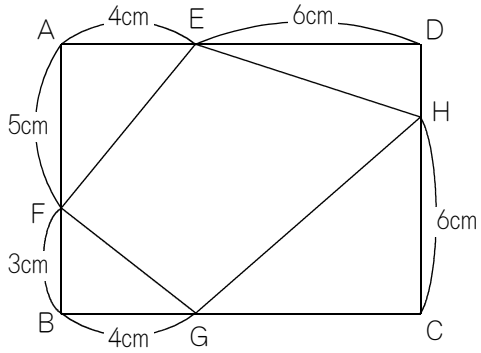
正十二角形は，三角形OAB12個ぶんの面積なので，
25×12＝300(cm²)です。



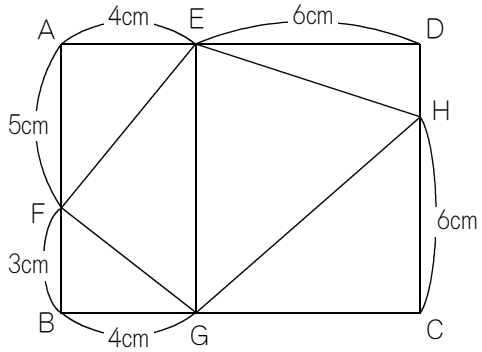
反復練習 5 (1)

ワンポイント　いろいろな解き方がありますが，以下の解き方なら，暗算でもできます。

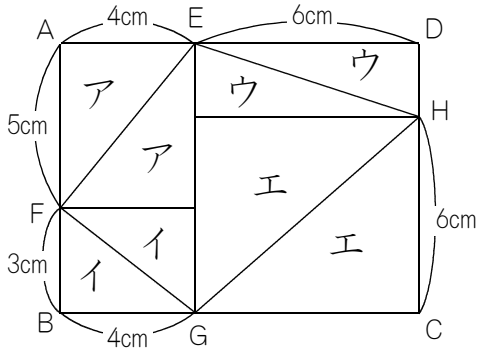
このような問題では，長方形全体の面積から，4つの三角形の面積を引いて求めるのがふつうです。



しかしこの問題では，EからGに補助線を引くと，その補助線が，辺ABや辺DCに平行になっています。
このことを利用すると，この問題を簡単に解くことができます。



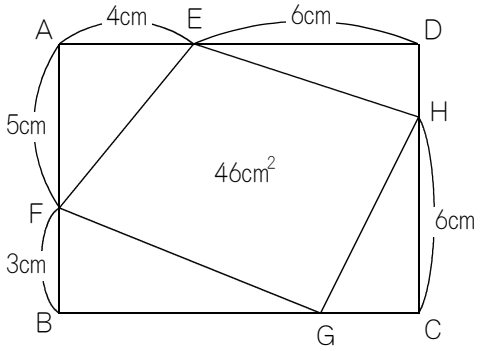
右図のように長方形を分けると，長方形全体はアアイイウウエエとなり，求めるべき四角形である四角形EFGHはアイウエとなります。
つまり，四角形EFGHは，長方形全体の，ちょうど半分になっているのです。
長方形全体の面積は，(5＋3)×(4＋6)＝80(cm²)ですから，四角形EFGHの面積は，80÷2＝40(cm²)になります。



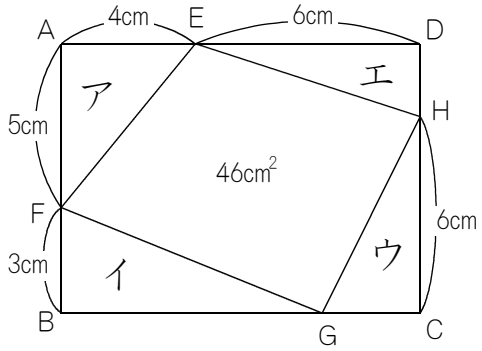
反復練習 5 (2)

ワンポイント　(1)よりむずかしいですが，同じような解き方をします。

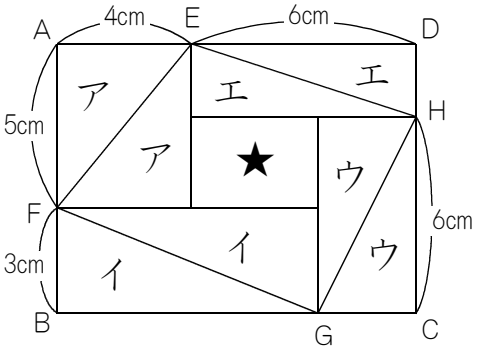
点Gの位置は，(1)のときよりも右になりました。
四角形EFGHの面積は46cm²です。



長方形全体の面積は，(5＋3)×(4＋6)＝80(cm²)ですから，右図のアイウエの面積の和は，
80－46＝34(cm²)です。

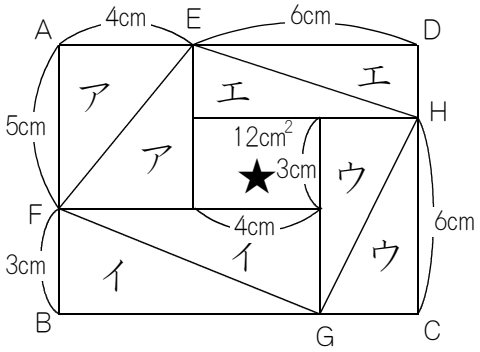


さらに右図のように分けます。
四角形EFGHの面積は46cm²で，アイウエの面積の和は34cm²でしたから，★の面積は，46－34＝12(cm²)です。

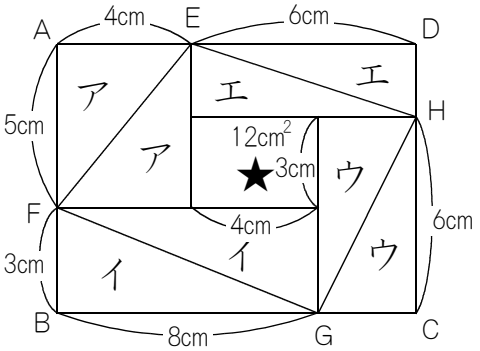


（次のページへ）

長方形★のたての長さは，HC－FB＝６－３＝３(cm)です。
長方形★の面積は12cm²ですから，長方形★の横の長さは，１２÷３＝４(cm)です。



BGの長さは，４＋４＝８(cm)になります。

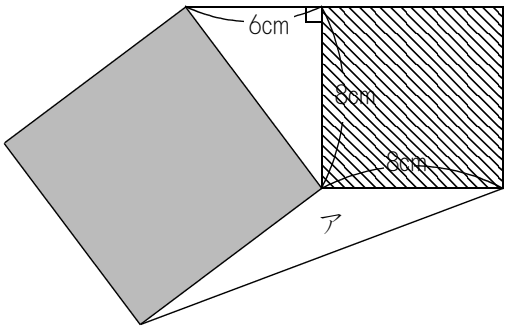


点Gを動かす前は，BGの長さは4cmでしたから，
点Gを，８－４＝4(cm)動かしたことになります。

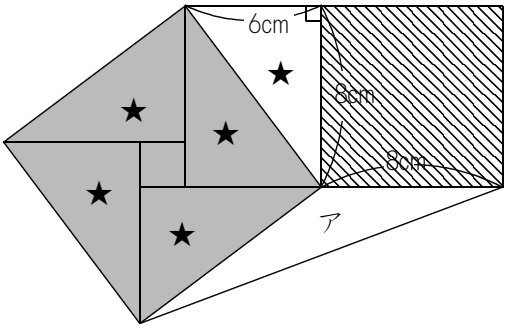
チャレンジ

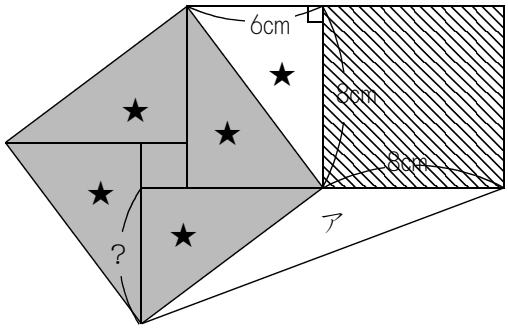
ワンポイント　大きい方の正方形の分け方がポイントです。

右図の斜線をつけた四角形は正方形なので，アの三角形の底辺は8cmです。



かげをつけた正方形を右図のように分けます。
★の三角形は，すべて合同です。



よって，右図の？の長さは6cmです。

アの三角形は，底辺が8cmで高さが6cmですから，面積は ８×６÷２＝24(cm²)です。