シリーズ・５年上・第１５回

基本問題・練習問題のくわしい解説

※柱体の体積＝底面積×高さ
※すい体の体積＝底面積×高さ÷３
※円柱の側面積…「切って広げて長方形」
※円すいの側面積＝母線×底面の半径×３.１４
※（例）９個中２個を選ぶ…$\frac{9\times8}{2\times1}$
※（例）９個中３個を選ぶ…$\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}$
※２個のさいころを使った問題は，表を書く。
※カードを並べる問題は，ワクを書いて積の法則で。
　（カードがダブっている問題は難しいので慎重に）
※色分けの問題は，同じ色を使える部分に注目。
※倍数の見つけ方を復習する。
※Ｎチームの勝ちぬき戦…（Ｎ－１）試合
※Ｎチームの総当たり戦…「Ｎチーム中２チーム」
※（例）２×２×３×５の約数の個数は，３×２×２
※０が何個つくか＝５で何回わり切れるか
※最大公約数，最小公倍数の問題は連除法で。

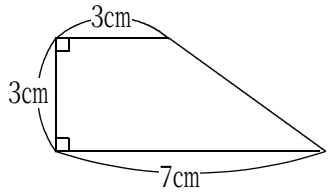
目　次

基本＜第１１回＞	1	…p.1	練習	1	(1)…p.21
基本＜第１１回＞	2	…p.4	練習	1	(2)…p.22
基本＜第１１回＞	3	…p.5	練習	2	(1)…p.23
基本＜第１２回＞	1	…p.6	練習	2	(2)…p.23
基本＜第１２回＞	2	…p.8	練習	3	(1)…p.24
基本＜第１２回＞	3	…p.9	練習	3	(2)…p.24
基本＜第１３回＞	1	…p.10	練習	4	(1)…p.25
基本＜第１３回＞	2	…p.12	練習	4	(2)…p.25
基本＜第１３回＞	3	…p.13	練習	5	(1)…p.26
基本＜第１４回＞	1	…p.14	練習	5	(2)…p.26
基本＜第１４回＞	2	…p.16	チャレンジ…p.27		
基本＜第１４回＞	3	…p.19			

すぐる学習会

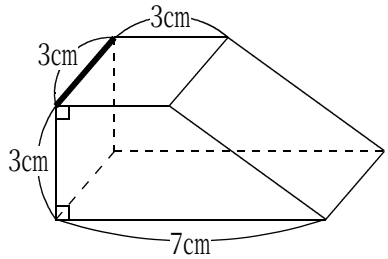
＜第１１回＞基本 1 (1)

ワンポイント　柱体の体積は，「底面積×高さ」で求めます。



底面は，右の図のような台形です。

台形の面積は，（３＋７）×３÷２＝１５（㎠）です。



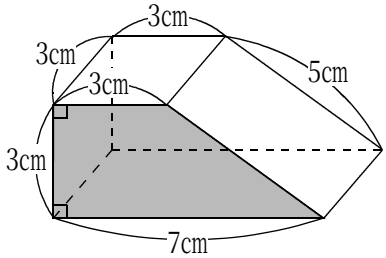
四角柱の高さは，右の図の太線の部分になるので，３㎝です。

よって，四角柱の体積は，１５×３＝４５（㎤）です。

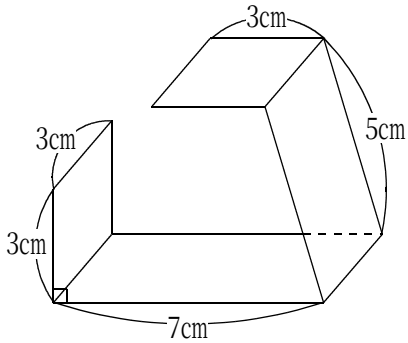
＜第１１回＞基本 1 (2)

ワンポイント　柱体の表面積は，底面積２面ぶんと，側面積の和です。

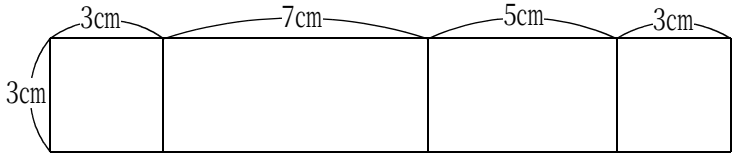
四角柱の底面積は，(1)で求めたように１５㎠です。
底面は，２面あります。



側面は，切り離すと右の図のようになり，



平らにすると，右の図のようになるので，側面積は，

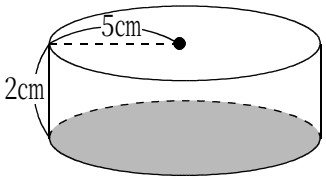


３×（３＋７＋５＋３）
＝５４（㎠）になります。

底面積は，１５㎠が２面で，側面積は５４㎠ですから，四角柱の表面積は，
１５×２＋５４＝８４（㎠）になります。

＜第１１回＞基本 1 (3)

ワンポイント　柱体の体積は，「底面積×高さ」で求めます。



底面は，右の図のかげをつけた部分ですから，
半径が５㎝の円です。

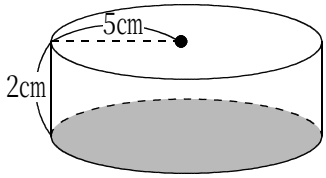
底面積は，５×５×３.１４ で求められます。

円柱の体積は，「底面積×高さ」で求められます。
高さは２㎝ですから，

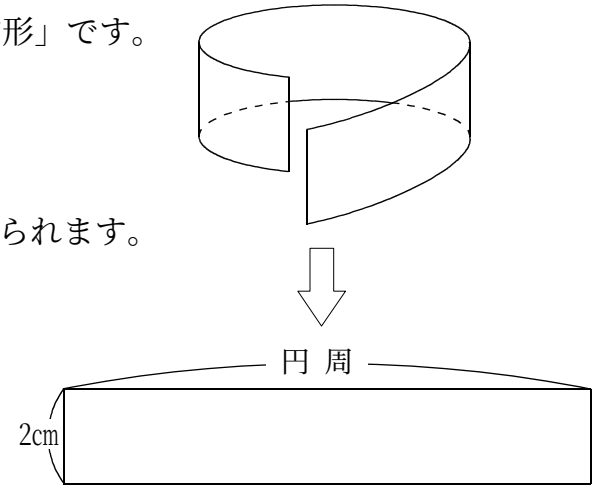
５×５×３.１４×２＝５０×３.１４＝１５７（㎤）になります。

＜第１１回＞基本 1 (4)

ワンポイント　円柱の表面積は，底面積２面ぶんと，側面積の和です。



円柱の底面積は，(3)と同様に，５×５×３.１４ で
求められます。
底面は，２面ありますから，
５×５×３.１４×２＝５０×３.１４ で求められます。



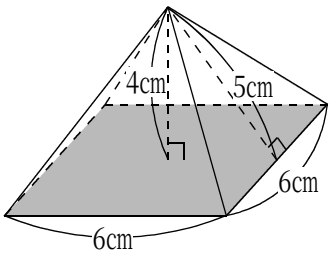
側面は，右の図のように「切って広げて長方形」です。
長方形のたては２㎝で，横は円周ですから，
半径×２×３.１４＝５×２×３.１４ です。

したがって，側面積は，
２×５×２×３.１４＝２０×３.１４ で求められます。
たて　　横（円周）

よって，表面積は，
５０×３.１４＋２０×３.１４
＝７０×３.１４
＝２１９.８（㎠）になります。

＜第１１回＞基本 2 (1)

ワンポイント　すい体の体積は，「底面積×高さ÷３」で求めます。



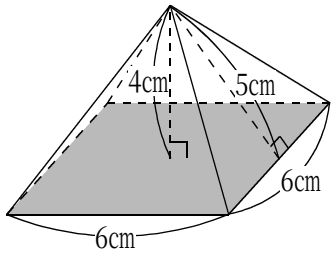
底面は，右の図のかげをつけた正方形です。
１辺は６cmですから，底面積は，６×６＝３６（cm²）です。

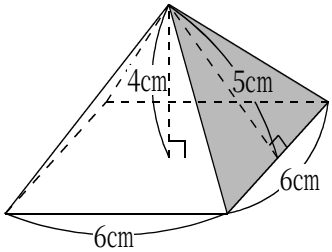
四角すいの体積は，「底面積×高さ÷３」で求められます。
底面積は３６cm²で，高さは４cmですから，体積は，
３６×４÷３＝４８（cm³）になります。

＜第１１回＞基本 2 (2)

ワンポイント　表面積は，すべての面の面積の合計です。

(1)で求めた通り，この四角すいの底面積は，３６cm²です。





側面は，右の図のかげをつけた三角形になります。
三角形の底辺は６cmです。
三角形の高さは，５cmです。
（四角すいの高さである４cmにしないように。）

よって，三角形の面積は，６×５÷２＝１５（cm²）です。

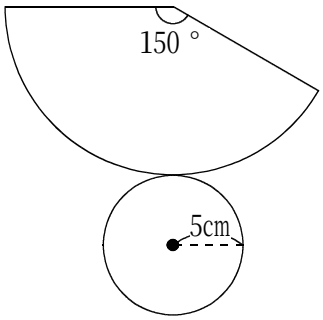
底面が１面と，側面である三角形が４面ですから，表面積は，
３６＋１５×４＝９６（cm²）になります。

＜第１１回＞基本 3 (1)

ワンポイント　たとえば１２０度ならば，$\frac{底面の半径}{母線}$ は $\frac{1}{3}$ になります。

$\frac{150}{360}=\frac{5}{12}$ ですから，母線を 12 にすると，底面の半径は 5 にあたります。

底面の半径は，右の図の通り５㎝ですから，
５㎝が 5 にあたります。

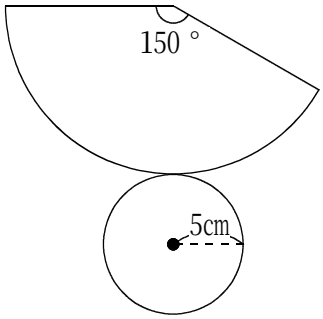


1 あたり１㎝になるので，母線の長さである 12 は，
１２㎝になります。

＜第１１回＞基本 3 (2)

ワンポイント　円すいの側面積の公式を，しっかり暗記しておきましょう。

円のすいの表面積は，底面積と側面積の和です。



底面は，半径が５㎝の円ですから，５×５×３.１４ で
求められます。

側面積は，次の公式で求めます。

円すいの側面積＝母線×底面の半径×３.１４

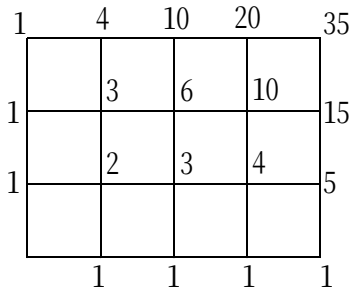
母線は，(1)で求めた通り１２㎝で，底面の半径は５㎝ですから，側面積は，
１２×５×３.１４ で求められます。

よって，円すいの表面積は，
５×５×３.１４ ＋ １２×５×３.１４
＝２５×３.１４ ＋ ６０×３.１４
＝８５×３.１４
＝２６６.９（cm^2）になります。

＜第１２回＞基本 1 (1)

ワンポイント　数の書き方は，ちゃんとマスターしていますね？

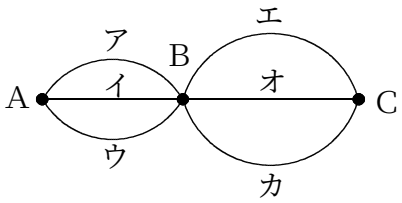
右の図のように数を書いていくことになるので，
答えは３５通りになります。



＜第１２回＞基本 1 (2)

ワンポイント　３＋３＝６　では，いけません。

右の図のように，道に名前をつけたとしたら，
道の通り方は，以下のようになります。



アエ，アオ，アカ，
イエ，イオ，イカ，
ウエ，ウオ，ウカ

以上，９通りになります。

つまり，ＡからＢまでの通り方が３通りで，ＢからＣまでの通り方が３通りならば，
３×３＝９（通り）になるわけです。

＜第１２回＞基本 1 (3)

ワンポイント　２個のサイコロの問題は，表を使って解きましょう。

２個のサイコロを使った問題の場合は，右のような表を書いて解きましょう。

和が８になるのは，表の○をつけた部分ですから，全部で５通りになります。

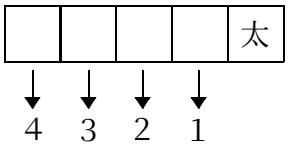
※　サイコロには６までしか目がないので，
「１と７」や「７と１」は無理です。

大＼小	1	2	3	4	5	6
1						
2						○
3					○	
4				○		
5			○			
6		○				

＜第１２回＞基本 1 (4)

ワンポイント　計算で求めることができます。

５人ぶんの座席を書きます。
右はしには，太郎君を座らせます。



左はしには，太郎君以外の４人のだれかを座らせることができるので，４通りです。

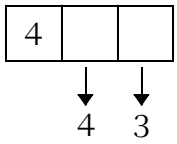
その右の座席には，左はしに座らせた人以外の３通りの座らせ方があります。
さらに２通り，１通りと書いていくと，太郎君以外の４人の座らせ方は，
４×３×２×１＝２４（通り）になります。

＜第１２回＞基本 2 (1)

ワンポイント　「３けた」の場合は，３つのワクを書きます。

４００より大きい整数ですから，百の位は４か５です。

百の位が４の場合，残り1，2，3，5の４枚の中から１枚を選んで十の位にならべるので，十の位の並べ方は，４通りになります。
一の位は，十の位で使ったカード以外の３通りの並べ方があります。



よって，百の位が４の場合は，４×３＝１２（通り）の整数ができます。

百の位が５の場合も，同様に１２通りの整数ができます。

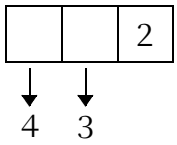
よって，４００より大きい整数は，１２×２＝２４（通り）できます。

＜第１２回＞基本 2 (2)

ワンポイント　「偶数」を，「整数」とかんちがいしやすいので，注意しましょう。

偶数になるためには，一の位が2か4でなければなりません。

一の位が２の場合は，右の図のようになって，４×３＝１２（通り）の偶数ができます。

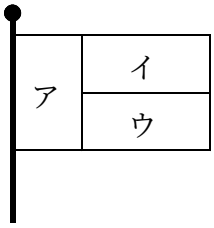


一の位が４の場合も，同様に１２通りの偶数ができます。

よって，偶数は全部で，１２×２＝２４（通り）できます。

＜第１２回＞基本 3

ワンポイント　３×２×１＝６（通り）としやすいので，注意しましょう。



右の図のように，３つの部分をア，イ，ウとします。

アとイ，アとウ，イとウはそれぞれとなり合っているので，同じ色を使うわけにはいきません。

したがって，ア・イ・ウのそれぞれには，ちがう色を使うことになります。

アには，{赤，青，黄，緑} のいずれかの色を使うことになるので，４通りのぬり方があります。

イには，アで使った色以外の３色のいずれかを使うので，３通り，同じようにしてウは２通りのぬり方があります。

したがって，旗のぬり分け方は，４×３×２＝２４（通り）になります。

＜第１３回＞基本 1 (1)

ワンポイント　以下の解説のように，全部書くか，あるいは樹形図で解きましょう。

全部書く場合，パターン分けして考えていきます。

赤を２個とも使う場合，赤赤青，赤赤白の２通りです。
（「赤青赤」は，「赤赤青」と同じ選び方なのでダメです。）

赤を１個だけ使う場合，赤青青，赤青白，赤白白の３通りです。

赤を使わない場合は，青青白，青白白の２通りです。

全部で，２＋３＋２＝7（通り）になります。

別解　次のようにパターン分けする方法もＯＫです。

３個の色をすべてかえる場合
→赤青白の１通りのみです。

３個のうち，２個の色を同じにする場合
→赤を２個使う場合は，赤赤青，赤赤白の２通りです。
青を２個使う場合も２通り，白を２個使う 場合も２通りですから，全部で，
２×３＝６（通り）です。

したがって，全部で １＋６＝7（通り）になります。

＜第１３回＞基本 1 (2)

ワンポイント　「何人中何人」という解き方です。

４人中，２人を選ぶのですから，$\frac{4\times3}{2\times1}=6$（通り）になります。

＜第１３回＞基本 1 (3)

ワンポイント　「何人中何人」という解き方です。

７人中，３人を選ぶのですから，$\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$＝３５（通り）になります。

＜第１３回＞基本 1 (4)

ワンポイント　倍数の見つけ方を，復習しておきましょう。

倍数の見つけ方は，以下のようになります。

２の倍数…下１ケタが２の倍数
４の倍数…下２ケタが４の倍数
８の倍数…下３ケタが８の倍数
３の倍数…各位の和が３の倍数
９の倍数…各位の和が９の倍数
６の倍数…２でも３でもわり切れる
５の倍数…下１ケタが０か５

この問題は４の倍数ですから，下２ケタが４の倍数になっていればＯＫです。

| 4 | | 6 | の下２けたである，| | 6 | が４の倍数であればよいので，

| 1 | 6 |，| 3 | 6 |，| 5 | 6 |，| 7 | 6 |，| 9 | 6 | がＯＫです。

よって，□ にあてはまる数字は，１か３か５か７か９かの，５通りあります。

＜第１３回＞基本 2 (1)

ワンポイント　勝ちぬき戦の試合数は，大変簡単な公式があります。

「勝ちぬき戦」は，トーナメント戦ともいいます。
一回負けたらそれで終わり，という戦い方です。

１試合すると，１チームが負けます。
たとえば５試合すると，５チームが負けます。
つまり，試合数と，負けたチーム数は同じなのです。
たとえば１０チームが負けたとすると，１０試合をしたことになります。

この問題では，８チームで勝ちぬき戦をしたそうです。
優勝した１チーム以外は，どれかの試合で負けたわけですから，負けたチーム数は８－１＝７（チーム）です。

７チームが負けたのですから，試合数は７試合になります。

以上のように，勝ちぬき戦の場合は，Ｎチームあったら，（Ｎ－１）試合をすることになります。

＜第１３回＞基本 2 (2)

ワンポイント　「何チーム中何チーム」という考え方でＯＫです。

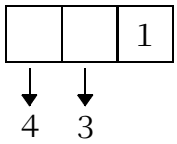
８チームの中から２チームを選んで試合をさせるわけですから,「８チーム中２チーム」という考え方でＯＫです。
よって，$\frac{8\times7}{2\times1}$＝２８（試合）になります。

別解　８チームの名前を，Ａ～Ｈとします。
たとえばＡチームは，自分自身以外の７チームと試合をするので，７試合をすることになります。
Ｂチームも７試合，Ｃチームも７試合，…というように，どの８チームも，７試合ずつすることになるので，全部で ７×８＝５６（試合）になります。
ところが，たとえば「Ａチーム対Ｂチーム」という試合と,「Ｂチーム対Ａチーム」という試合は，まったく同じ試合です。
「Ａ対Ｂ」と「Ｂ対Ａ」は同じ,「Ａ対Ｃ」と「Ｃ対Ａ」は同じ，というように，５６試合はすべてがダブッている試合ですので，本当の試合数は５６試合の半分の，５６÷２＝２８（試合）になります。

＜第１３回＞基本 3 (1)

ワンポイント　「奇数」になるための条件を考えましょう。

奇数になるためには，一の位が1か3か5でなければなりません。



一の位が1の場合は，百の位には2，3，4，5のどれかになるので，４通りの入れ方があります。
十の位には百の位で入れたカード以外の３通りの入れ方があります。
よって，４×３＝１２（通り）の奇数ができます。

一の位が3の場合，5の場合も，同様に１２通りの奇数ができます。

よって，奇数は全部で，１２×３＝３６（通り）できます。

＜第１３回＞基本 3 (2)

ワンポイント　「９の倍数の見つけ方」を復習しましょう。

９の倍数になるためには，各位の数字の和が９の倍数にならなければなりません。

たとえば，１３５という数は９の倍数です。なぜなら，１＋３＋５＝９ ですから，各位の数字の和が９の倍数になるからです。
１３５が９の倍数なら，３５１も９の倍数です。なぜなら，数字を並び替えただけですから，３５１と１３５は，各位の数字の和が等しいからです。
１３５の数字を並び替えてできる数は，すべて９の倍数になります。
１３５，１５３，３１５，３５１，５１３，５３１の，６通りあります。

また，２＋３＋４＝９ ですから，２３４の数字を並び替えてできる数も，すべて９の倍数になります。１３５の場合と同様に，６通りあります。

他に，各位の数字の和が９の倍数になるものはありません。
ですから，答えは ６×２＝１２（通り）になります。

＜第１４回＞基本 1 (1)

ワンポイント　「兄さん，いっつも，セブンイレブン，父さんいいな，行く」
（2　3　5　7　11　13　17　19）

素数とは，「１と自分自身以外はわり切れない数」のことです。
「約数が２つしかない数」と言っても，同じことです。
１は素数ではありません。

２０以下の素数は，２，３，５，７，１１，１３，１７，１９です。

※　１００までに，素数は２５個あります。
２，３，５，７，１１，１３，１７，１９，２３，２９，３１，３７，４１，
４３，４７，５３，５９，６１，６７，７１，７３，７９，８３，８９，９７。

＜第１４回＞基本 1 (2)

ワンポイント　「さかさわり算」を書きます。

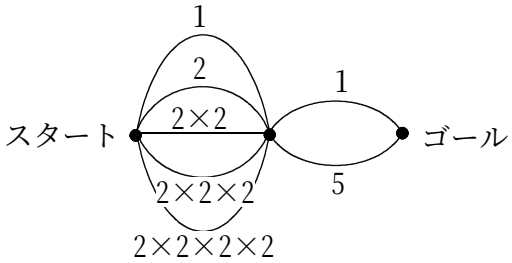
右のさかさわり算のように，４５を素因数分解をすると，
３×３×５　となります。

```
3 ) 45
3 ) 15
     5
```

＜第１４回＞基本 1 (3)

ワンポイント　約数を全部書いて個数を数える方法と，素因数分解する方法があります。

８０の約数は，１，２，４，５，８，１０，１６，２０，４０，８０の１０個あります。



８０を素因数分解しても，約数の個数を求められます。
８０を素因数分解すると，２×２×２×２×５です。
２は４個ありますから，「１の道」をふくめて，道は５本です。
５は１個ですから，「１の道」をふくめて，道は２本です。
道の通り方は，５×２＝１０（通り）ですから，約数も１０個です。

＜第１４回＞基本 1 (4)

ワンポイント　連除法で求めます。

２個の数の最大公約数や，最小公倍数を求めるのは簡単です。

最大公約数は「左側だけのかけ算」，最小公倍数は「左と下のかけ算」ということをマスターしておけばよいからです。

５４と９０の最大公約数は，
２×３×３＝１８　です。

2	５４	９０
3	２７	４５
3	９	１５
	3	5

５４と９０の最小公倍数は，
２×３×３×３×５＝２７０です。

2	５４	９０
3	２７	４５
3	９	１５
	3	5

＜第１４回＞基本 2 (1)

ワンポイント　慣れるまでは意味をよく考えて解き，慣れたら機械的に解きましょう。

まず，次のような超簡単な問題から解説します。

問題

１０５７０００００００は，一の位から連続して「０」が何個ならびますか。

単純に一の位から並んでいる０の数をかぞえればよいので，答えは７個になります。
では，次の問題はどうでしょう。

問題

１０５７０００００００は，１０で何回わり切れますか。

１０で１回ずつわっていくと，右はしの０が１個ずつなくなっていくので，７回われば１０５７となり，それ以上わり切れなくなります。よって，答えは７回です。

つまり，「一の位から連続して０が何個ならびますか。」という問題は，
「１０で何回わり切れますか。」という問題と，同じことになります。
さて，「１０でわる」というのは，１０＝２×５ ですから，
「２でわって，さらに５でわる。」と同じです。

たとえば，３６２８８００という数が，２で８回わり切れて，５で２回わり切れることがわかっているとします。
次のようなイメージです。

３６２８８００ ─┬ ２で …　○○○○○○○○　（８回）
　　└ ５で …　○○　（２回）

それでは，３６２８８００という数は，「２でわって，さらに５でわる」ということを，何回できるでしょうか。

実は，２回しかできません。
まず１回目，２でわって５でわると，次のようになります。

３６２８８００ ─┬ ２で …　×○○○○○○○　（あと７回）
　　└ ５で …　×○　（あと１回）

もう一度，２でわって５でわると，次のようになります。

３６２８８００ ─┬ ２で …　××○○○○○○　（あと６回）
　　└ ５で …　××　（あと０回）

（次のページへ）

つまり，いくら２でわることが多く残っていたとしても，もう５でわることは不可能なので，「２でわって，さらに５でわる」ことは，２回しかできません。

ようするに，「２でわって，さらに５でわる」ことは，「２でわり切れる回数」と，「５でわり切れる回数」のうち，少ない回数の方しかできないことになります。

では，Ａ＝１×２×３×４×……×１９×２０　について，考えてみましょう。

Ａは，２で何回われるかは，(1)の問題と同様に計算することができます。

２０÷２＝１０
１０÷２＝５
　５÷２＝２　あまり　１
　２÷２＝１

合計，１０＋５＋２＋１＝１８（回），２でわることができます。

次に，Ａが，５で何回われるかを，求めてみましょう。

２０÷５＝４

Ａは，５で４回だけ，わることができます。

結局，Ａは２で１８回，５で４回，わることができました。
「２でわって，さらに５でわる」ことは，少ない回数の方しかできないので，４回しかできません。

よって，Ａは，一の位から連続して「０」が４個ならんでいることがわかりました。

ところで，答えを求めるときに，「２で何回われるか」と，「５で何回われるか」の，両方を計算して，少ない方である「５で何回われるか」の回数の方を答えにしました。
しかし，この問題のような，「１×２×…×Ｎ」の０がならぶ個数を求める問題の場合は，いつも必ず「２でわれる回数」よりも「５でわれる回数」の方が少ないので，「２でわれる回数」を求めることはしなくてＯＫです。

この問題の解き方を整理すると，右の図のようになります。

０が何個ならぶか
‖
１０で何回われるか
‖
２と５で何回われるか
‖
５で何回われるか

＜第１４回＞基本 2 (2)

ワンポイント　計算のしかたをマスターしましょう。

１，２，３，…，２０の数の中で，
３，６，９，…が，３でわり切れます。
２０÷３＝６　あまり　１　ですから，
３でわり切れる数は，６個あります。

1×2×3×4×5×6×……×18×19×20

３で６回わったあとは，右のようになります。
新しく，１，２，…，６という数があらわれました。

1×2×$\overset{1}{\cancel{3}}$×4×5×$\overset{2}{\cancel{6}}$×……×$\overset{6}{\cancel{18}}$×19×20

６÷３＝２　ですから，新しくあらわれた数の中で，３でわり切れる数は，２個あります。

もう，３でわり切れる数はあらわれません。

以上のことを整理して式にすると，右の図のようになります。
３でわり切れる回数は，全部で，
６＋２＝８（回）です。

２０÷３＝６　あまり　２
６÷３＝２

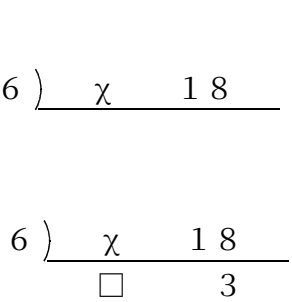
※　もし「何回目に３でわり切れなくなりますか」という問題だったら，答えは
８＋１＝９（回目）になります。

＜第１４回＞基本 3 (1)

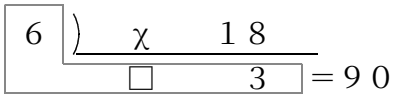
ワンポイント　連除法を利用して解きましょう。

ある整数をχとします。
χと１８の最大公約数は６なので，右の図のように書くことができます。

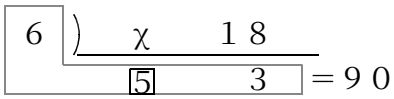
χを６でわったときの商を□とします。
１８を６でわったときの商は，１８÷６＝３ です。



最小公倍数が９０ですから，右の図の６×□×３ が，９０ になります。



よって，□は，９０÷３÷６＝５ になります。



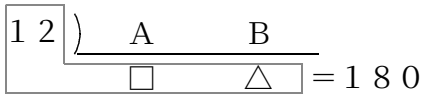
χ÷６＝５ですから，
χ＝５×６＝３０ になります。

※　□の数である「５」を，そのまま答えにするミスが目立ちます。
　　注意しましょう。

＜第１４回＞基本 3 (2)

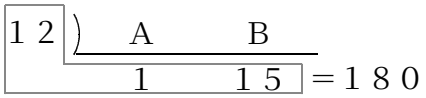
ワンポイント　連除法を利用して解きましょう。

２つの整数をＡ，Ｂとします。
ＡとＢの最大公約数が１２，最小公倍数が１８０ですから，右の連除法の計算のようになります。

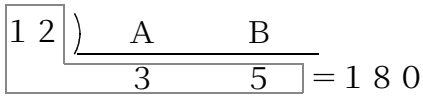


１２と□と△の積が１８０ですから，□と△の積は，１８０÷１２＝１５です。
積が１５になる２つの数は，１×１５と，３×５ です。

□と△が１と１５のときは，右のようになりますが，このとき，Ｂ÷１２＝１５ですから，Ｂは １５×１２＝１８０ となり，ＡもＢも２けたである，という条件に反します。



□と△が３と５のときは，右のようになります。
Ａ÷１２＝３ ですから，Ａ＝３×１２＝３６です。
Ｂ÷１２＝５ ですから，Ｂ＝５×１２＝６０です。

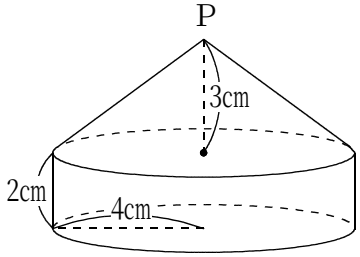


よって，Ａは３６，Ｂは６０になり，ＡもＢも２けたなので，ＯＫです。

この問題は，２つの整数のうち大きい数を答える問題ですから，答えは６０になります。

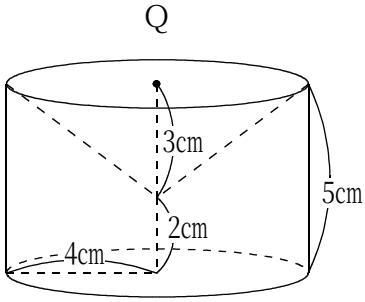
練習 1 (1)

ワンポイント　計算をなるべくラクにしましょう。



Ｐは，円柱と円すいとがくっついた立体です。
円柱の底面の円の半径は４㎝で，高さは２㎝です。
円柱の体積は，４×４×３.１４×２ で求められます。
円すいの底面の円の半径は４㎝で，高さは，
５－２＝３（㎝）です。
円すいの体積は，４×４×３.１４×３÷３ で求められます。

よって，Ｐの体積は，
４×４×３.１４×２ ＋ ４×４×３.１４×３÷３
＝３２×３.１４ ＋ １６×３.１４
＝４８×３.１４ となります。（３.１４のかけ算はしない方が良いです。）



Ｑは，円柱から円すいをくりぬいた立体です。
円柱の底面の円の半径は４㎝で，高さは５㎝です。
円柱の体積は，４×４×３.１４×５ で求められます。
円すいの底面の円の半径は４㎝で，高さは，
５－２＝３（㎝）です。
円すいの体積は，４×４×３.１４×３÷３ で求められます。

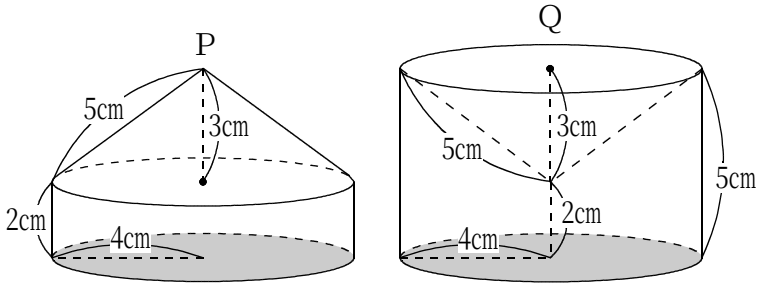
よって，Ｑの体積は，
４×４×３.１４×５ － ４×４×３.１４×３÷３
＝８０×３.１４ － １６×３.１４
＝６４×３.１４ となります。（３.１４のかけ算はしない方がよいです。）

以上のことから，Ｐの体積は ４８×３.１４ で，Ｑの体積は ６４×３１４ で求められることがわかりました。
したがって，ＰとＱの体積の差は，
６４×３.１４ － ４８×３.１４
＝１６×３.１４
＝５０.２４（㎤）になります。

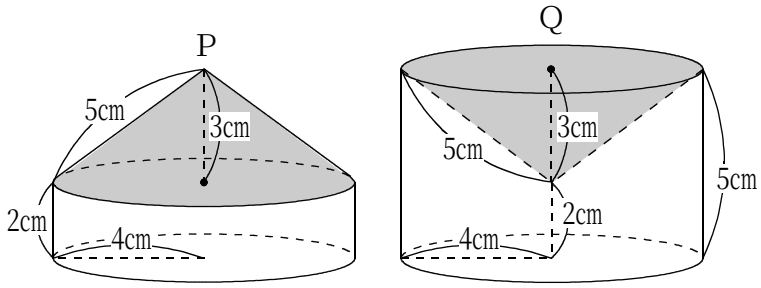
練習 1 (2)

ワンポイント　計算をなるべくラクにしましょう。

ＰとＱの底面積は，
まったく同じです。

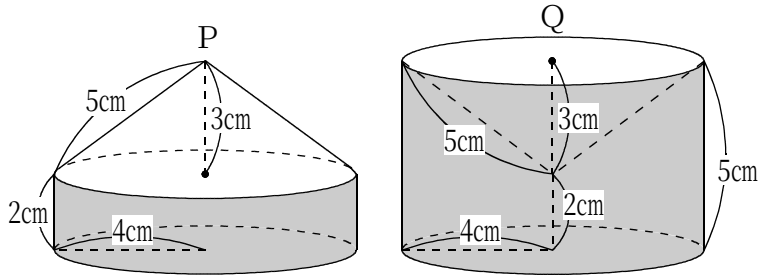


ＰとＱの円すいの側面積も，
まったく同じです。



ＰとＱの，円柱部分の側面積の
差が，表面積の差になります。

円柱の側面積は，
「切って広げて長方形」で
求められますから，



Ｐ→　２　×　４×２×３.１４　＝１６×３.１４
　　たて　　横（円周）

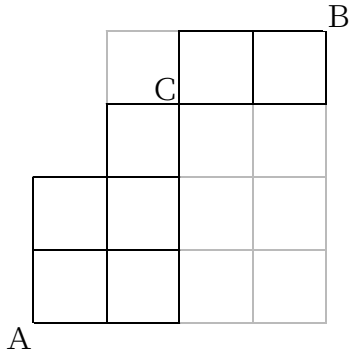
Ｑ→　５　×　４×２×３.１４　＝４０×３.１４
　　たて　　横（円周）

よって，ＰとＱの表面積の差は，
４０×３.１４　－　１６×３.１４＝２４×３.１４＝７５.３６（cm²）になります。

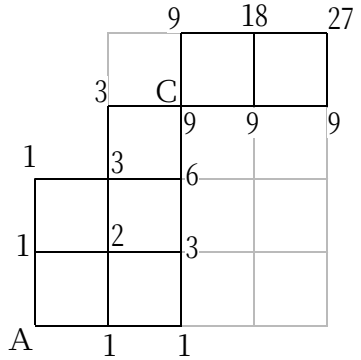
練習 2 (1)

ワンポイント　どこの道を通ることができないのか，しっかり考えましょう。

必ずＣ地点を通るのですから，右の図の色がうすい道は通れないことになります。



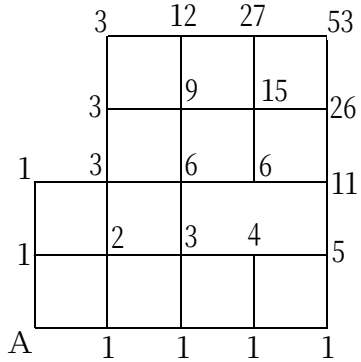
右の図のようになるので，道順は全部で２７通りになります。



練習 2 (2)

ワンポイント　どこの道を通ることができないのか，しっかり考えましょう。

×印の道を通ることができないので，右の図のようになり，道順は全部で５３通りになります。



練習 3 (1)

ワンポイント　きちんとパターン分けして，考えましょう。

1を２枚とも使うことが決まっていて，３けたの整数を作るのですから，あと１枚カードが必要です。

あと１枚が２の場合，１１２，１２１，２１１の，３通りの整数ができます。
あと１枚が３の場合，同じように３通りの整数ができます。
あと１枚が４の場合も，同じように３通りです。

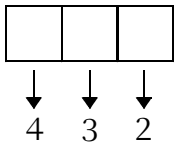
よって，全部で　３×３＝９（通り）の整数ができます。

練習 3 (2)

ワンポイント　1を「２枚とも使う場合」と，「１枚以下の場合」に分けて考えます。

1を２枚とも使う場合は，(1)のように９通りあります。

1を２枚は使わない場合は，1，2，3，4の４枚のカードのうち，３枚をならべて３けたの整数を作ることになります。



百の位のならべ方は，４枚の中から選ぶので，４通りです。
十の位は，百の位で使ったカード以外の中から選びので，３通りです。
同じように考えて，一の位のならべ方は，２通りです。

よって，４×３×２＝２４（通り）の整数ができます。

1を２枚とも使う場合は９通りで，２枚は使わない場合は２４通りですから，全部で，９＋２４＝３３（通り）になります。

練習 4 (1)

ワンポイント　黒玉は×にして考えます。●とぬりつぶすのは時間のムダです。

右の図のように７つのワクがあって，その中に，○を５個と，×を２個を入れる方法が，何通りあるかを求める問題です。

もし，右の図のように×を２個入れたとします。
このとき，○をどこに入れるかは，誰でもわかる通り，

×		×				

右の図のようになります。
つまり，この問題では，×を入れる２個のわくが決まれば，○を入れる場所は，自然に決まってしまうわけです。

×	○	×	○	○	○	○

よって，「７個のワクの中から２個を選んで，○を入れるような入れ方は，何通りありますか。」という問題と同じことになります。

「７個中２個を選ぶ」ということですから，$\frac{7\times6}{2\times1}=$ ２１（通り）になります。

練習 4 (2)

ワンポイント　黒玉が連続するようなならべ方が，何通りあるかを考えます。

(1)で，○５個と×２個をならべる方法は，２１通りあることがわかりました。

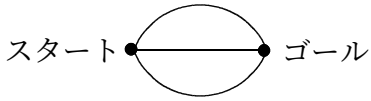
その２１通りのうち，×２個が連続しているようなならべ方は，右の図のように６通りあります。

よって，×２個が連続していないようなならべ方は，全部で　２１－６＝１５（通り）になります。

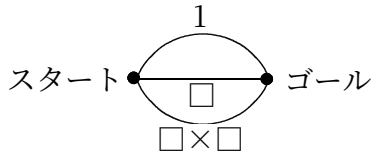
××○○○○○
○××○○○○
○○××○○○
○○○××○○
○○○○××○
○○○○○××

練習 5 (1)

ワンポイント　「道順の問題」として考えましょう。



「道順の問題」として考えると，スタートからゴールまでの行き方が３通りになるような道順は，右の図のような場合だけです。



よって，□を素数として，「１の道」と「□の道」と「□×□の道」の３本になります。

□を素数として，□×□ という形の数が，約数を３個もつ数になります。
□×□ という形の数のことを，□の平方数といいますから，

約数を３個もつ整数＝素数の平方数

素数は，小さい順に ２，３，５，７，１１，…です。
素数の平方数は，小さい順に，次のようになります。
２×２＝４，
３×３＝９，
５×５＝２５，
７×７＝４９，
１１×１１＝１２１
……
となります。

１００以下の，２５をのぞいた数を答えるので，答えは **４，９，４９** になります。

練習 5 (2)

ワンポイント　ある程度予想するしか，方法はありません。

(1)でもわかった通り，約数を３個もつ整数は，素数の平方数の形をしています。
３０×３０＝９００ ですから，３０より少しだけ大きい素数の平方数が，１０００に近くなります。
３０より少しだけ大きい素数は，３１，３７，…です。
３１×３１＝９６１，３７×３７＝１３６９ で，１３６９よりも９６１の方が，１０００に近いので，答えは**９６１**になります。

チャレンジ

ワンポイント　「素因数分解」が，大切な働きをします。

２７３を素因数分解すると，３×７×１３ となります。

素因数分解した数の中に，「１１」という素数が入っていないことに注目します。

６×７×８×９×１０×１１×１２×１３×１４×１５　の方には，１１が入っていたのに，３×７×１３の中には１１が入っていないのはなぜでしょう。

その理由は，$\dfrac{1\times2\times3\times\cdots\times\square}{6\times7\times8\times9\times10\times11\times12\times13\times14\times15}$ の，分子にも１１があって，分子の１１と分母の１１とが約分されて，なくなったからです。

ところで，１から１０までの整数は，どれを素因数分解しても１１という数は出てきません。

よって，分子の□という数は，少なくても１１以上の数でなければならないことがわかりました。

また，□は１３ではいけません。
なぜなら，分子に１３があれば，分母にある１３と約分されて，１３がなくなってしまうはずですが，実際には「３×７×１３」のように，１３が残っているので，おかしいからです。

よって□は，１１か１２のいずれかであることがわかりました。

□を１１にすると，$\dfrac{1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10\times11}{6\times7\times8\times9\times10\times11\times12\times13\times14\times15}$ となります。分子の６から１１までと，分母の６から１１までが約分されて，
$\dfrac{1\times2\times3\times4\times5}{12\times13\times14\times15}$ となり，

さらに約分を続けていくと，右の図のように，確かに$\dfrac{1}{273}$になるので，ＯＫです。

$$\frac{1\times\overset{1}{\cancel{2}}\times\overset{1}{\cancel{3}}\times\overset{1}{\cancel{4}}\times\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\times13\times\underset{7}{\cancel{14}}\times\underset{3}{\cancel{15}}}=\frac{1}{3\times7\times13}$$

よって，□は１１であることがわかりました。