シリーズ・５年下・第１８回

基本問題・練習問題のくわしい解説

目　次

基本1(1)…p.1
基本1(2)…p.1
基本1(3)…p.2
基本1(4)…p.4
基本1(5)…p.6
基本1(6)…p.7
基本2(1)…p.10
基本2(2)…p.10
基本3(1)…p.11
基本3(2)…p.12
基本4(1)…p.13
基本4(2)…p.13
練習1(1)…p.14
練習1(2)…p.15
練習2　…p.18
練習3(1)…p.19
練習3(2)…p.22
練習4(1)…p.24
練習4(2)…p.27
練習5(1)…p.29
練習5(2)…p.30
ﾁｬﾚﾝｼﾞ(1)…p.31
ﾁｬﾚﾝｼﾞ(2)…p.33

すぐる学習会

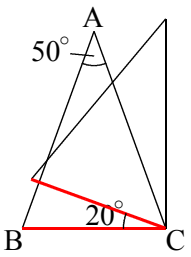
基本1(1)

点Ｂは半径６cmで中心角３０度のおうぎ形の弧の部分を動く。

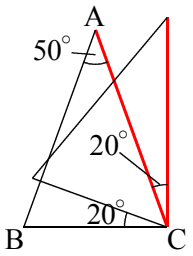
$\frac{30}{360}=\frac{1}{12}$ だから，６×２×3.１４÷１２＝１×3.１４＝**3.１４**（cm）。

基本1(2)

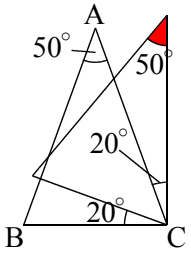
三角形ＡＢＣを，頂点Ｃを中心に，反時計回りに２０度回転させたので，辺ＢＣも２０度回転した。



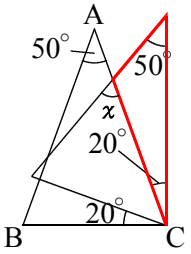
辺ＡＣも，２０度回転する。



角Ａは，５０度のまま変わらない。

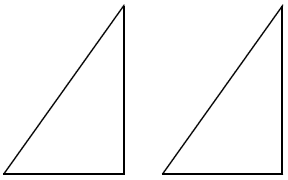


よって，右図の赤い三角形に注目して，外角の定理により，χは　５０＋２０＝**７０**（度）。

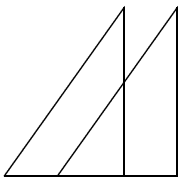


基本1(3)

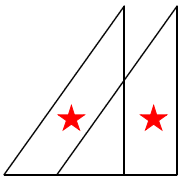
たとえば，右図のように，合同な三角形が２つあったとする。



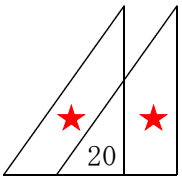
２つの合同な三角形を，右図のように重ねて書いたとする。



すると，右図の★と★は同じ面積になる。

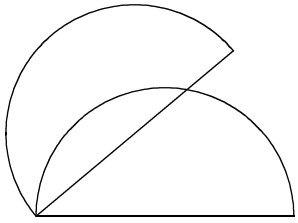


なぜなら，たとえば三角形の面積はどちらも５０cm^2だとして，重なり部分は２０cm^2だとすると，
左の★の面積は，５０－２０＝３０（cm^2）になり，
右の★の面積も，５０－２０＝３０（cm^2）になるから。
この図において，左の★も右の★も，重なっていない部分である。これを「はみ出し部分」と名づけると，

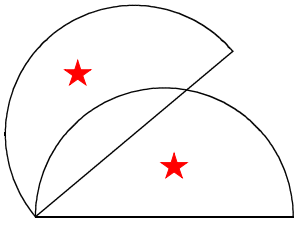


合同な図形をずらして書くと，はみ出し部分の面積は等しくなる。

右の図で，半円と半円は，回転しただけなのだから，合同である。

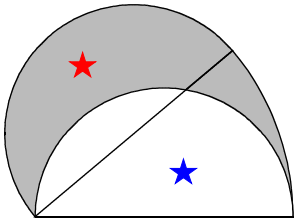


よって，はみ出し部分である，★と★は同じ面積になる。

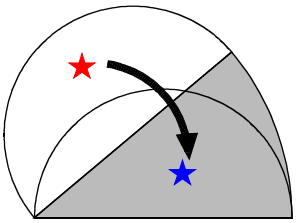


（次のページへ）

右図の★と★は同じ面積なので，
★を★に移して，

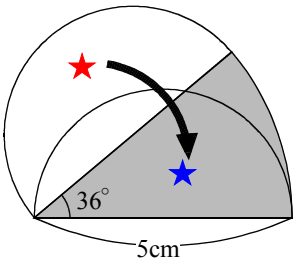


右図のようにしても，面積は変わらない。



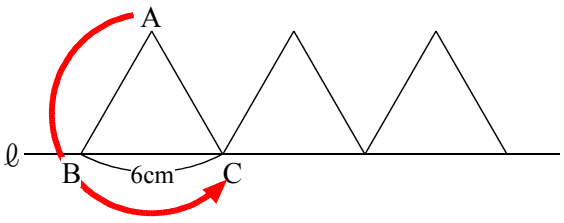
かげをつけた部分は，半径が５cmで，中心角が
３６度のおうぎ形だから，

$$5 \times 5 \times 3.14 \times \frac{36}{360} = 2.5 \times 3.14 = 7.85 \ (\text{cm}^2)$$

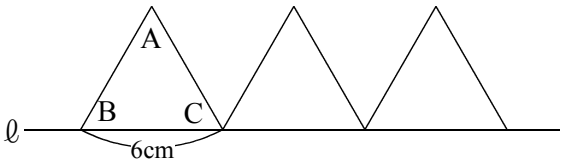


基本1(4)

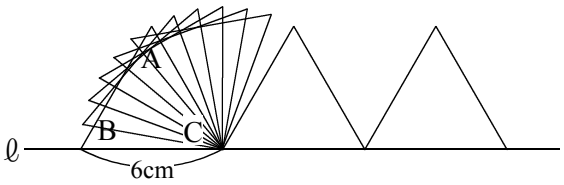
まず，正三角形「ＡＢＣ」という，記号のつけ方に注意する。
右図のように，Ａ・Ｂ・Ｃの記号は，反時計まわりに回るようにつけられている。



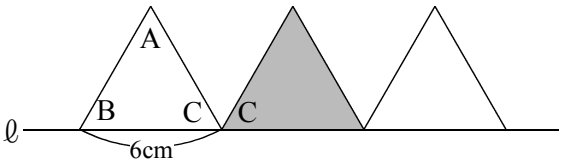
記号は右図のように，正三角形の内側に書いた方がわかりやすい。

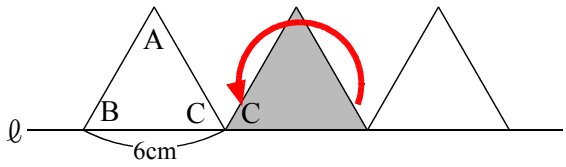


正三角形は，右図のように，点Ｃを中心に回転していく。

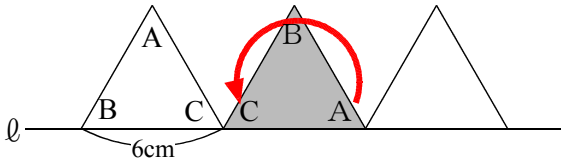


正三角形が，右図のかげをつけた部分まで回転しても，回転の中心は点Ｃだったので，点Ｃの位置は変わらない。
点Ｃの位置がわかったので，点Ａ，点Ｂの位置もわかる。
右図のように，反時計回りに記号をつけていって，最後に点Ｃがくるようにつければよいのだから，

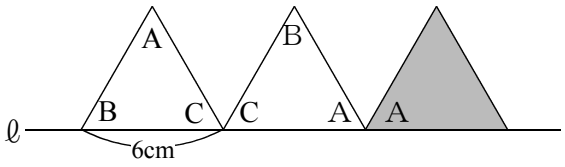




右図のようになる。

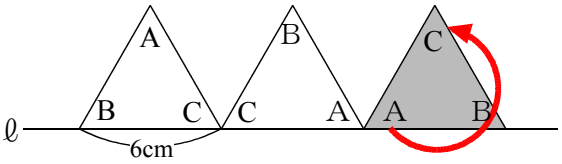


同じようにして，次は右図のかげをつけた部分まで回転させる。
この場合は，回転の中心は点Ａだから，点Ａの位置は変わらない。



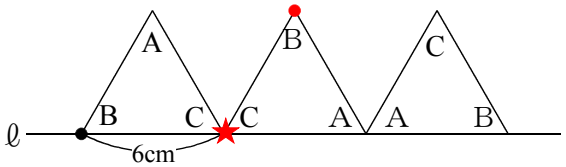
（次のページへ）

点Ａから，反時計回りに記号をつけていって，右図のようになる。

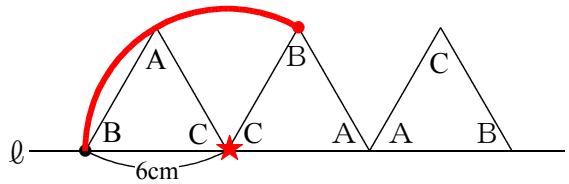


次に，点Ｂが動いた線を書いていこう。

はじめは，点Ｃ（右図の★）を中心として，●から●まで，

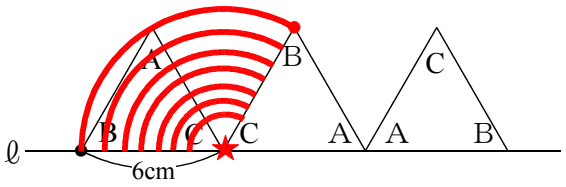


半径６cmのおうぎ形の弧を描くように動く。

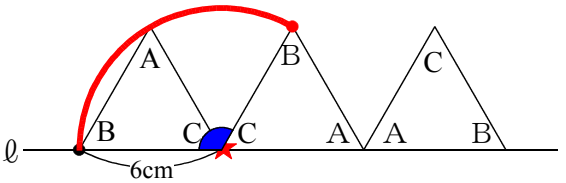


おうぎ形の半径は６cmだが，おうぎ形の中心角は何度だろう。

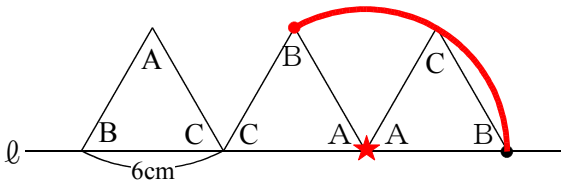
おうぎ形の中心角は，弧の大きさを，右図のようにどんどん（点Ｃめがけて）小さくしていけばわかる。



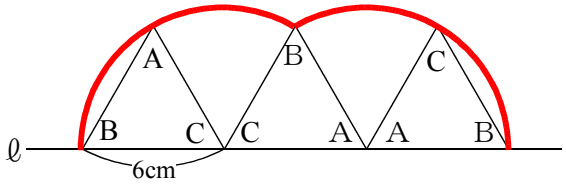
右図の青い部分が，おうぎ形の中心角。
正三角形の１つの角は６０度だから，
中心角は，１８０－６０＝１２０（度）。
よって，おうぎ形の弧は，半径が６cmで，中心角が１２０度であることがわかった。



次に，点Ａ（右図の★）を中心として，●から●まで，半径６cmのおうぎ形の弧を描くように動く。
おうぎ形の中心角は，やはり１２０度。



よって点Ｂが動いた線は，右図のようになる。
これは，半径６cmで中心角が１２０度の弧が２つぶんなので，半径が６cm，中心角が １２０×２＝２４０（度）とする。
よって，

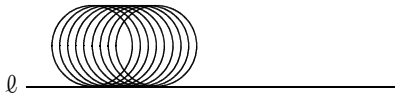


$$6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{240}{360} = 25.12 \text{（cm）}$$

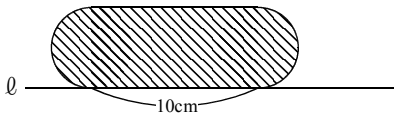
基本1(5)

右の図のように円があり，

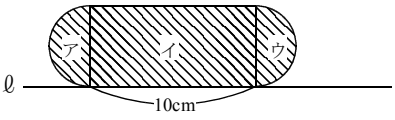
右の図のように動いていく。



１０cm動いて，右の図のようになる。



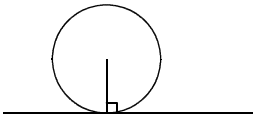
ア，イ，ウの３つの部分に分ける。
アとウを合わせると円になり，イの部分は，たてが　３×２＝６　(cm)，横が１０cmの長方形になる。



よって，円が動いたあとの図形の面積は，
３×３×３.１４＋６×１０＝２８.２６＋６０＝**８８.２６**　(cm^2)。

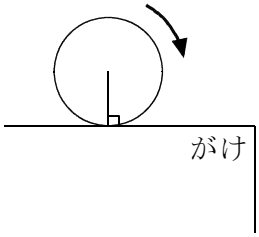
基本1(6)

このような問題では，「**垂直**」が大切になる。

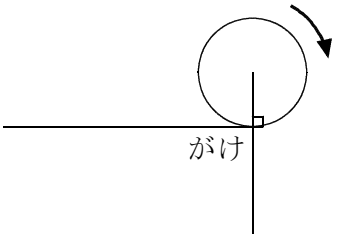


右図のように，直線上に円がくっついている場合，
円の中心と，円が直線とくっついている点を結ぶと
半径になり，その半径は直線と垂直になっている。

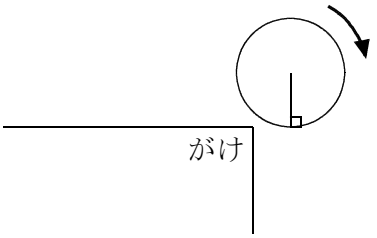
右図のようながけに向かって，円がころがって
いくとする。



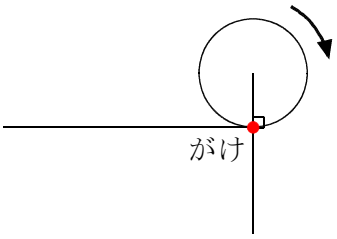
がけにぎりぎりまでころがると，右図のようになる。



しかし右図のようになることはない。
これだと，がけから離れてしまっていて，
ころがっていることにならない。

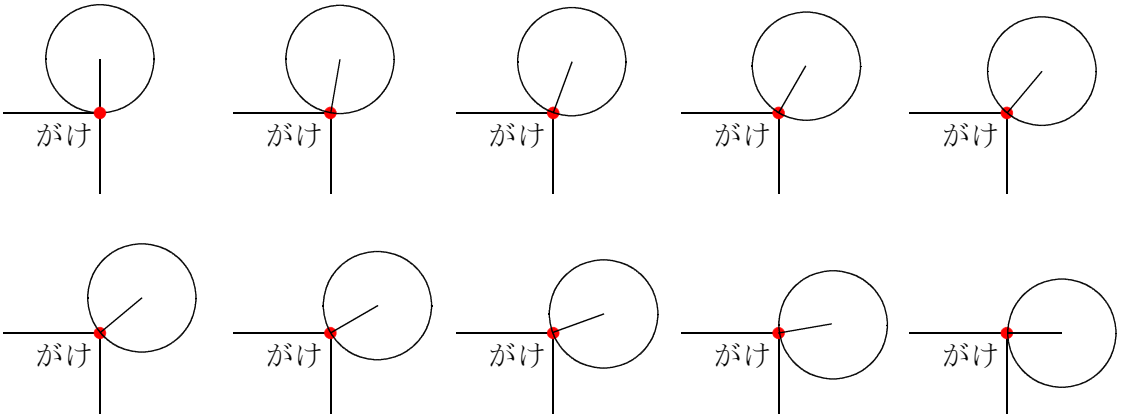


よって，右図の状態からは，●が，がけから
はなれないようにして，

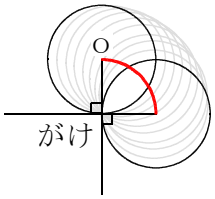


（次のページへ）

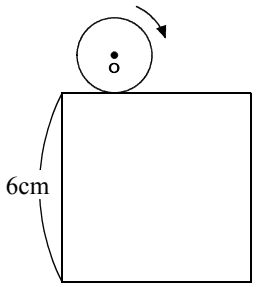
下の図のように動いていく。



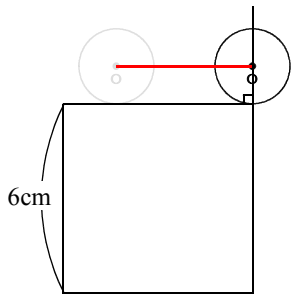
よって，がけのところでは，円の中心Ｏは，
右図のように弧を描くように動く。
直角の記号があることに注意。



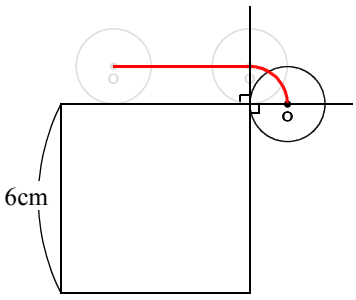
この問題でも，右図のように円がころがっていって，



「がけ」のところで，

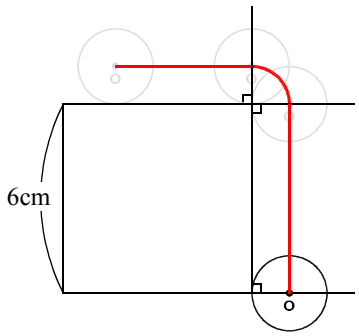


弧を描くように回り，

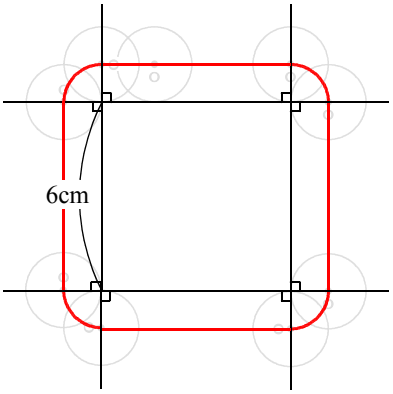


（次のページへ）

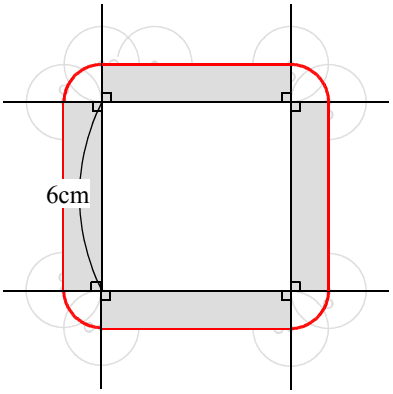
またまっすぐ進み，ということをくり返して，



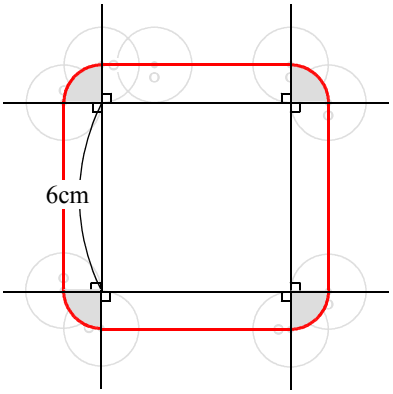
円の中心は，右図のように動く。
直角の記号があることに注意。



右図のかげをつけた部分は，長方形になる。



ところで，右図のかげをつけた部分は，
四分円になる。
よって，円の中心が動いた長さは，６cmの線が
４本と，四分円の弧が４つぶんになる。

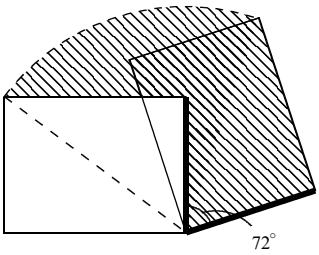


四分円の弧を４つ全部合わせると，ちょうど円周
になる。円の半径は１cmだから，

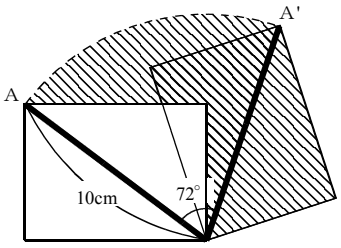
６×４＋１×２×３.１４＝３０.２８（cm）

基本2(1)

長方形が７２度回転したのだから，
右の図の太線も，７２度回転した。



長方形の対角線も，７２度回転した。
Ａが動いたあとの線は，半径１０cmで
中心角が７２度のおうぎ形の弧をえがく。

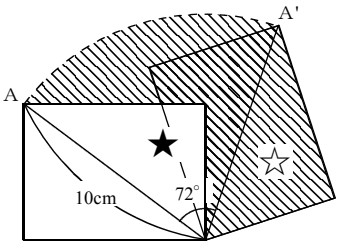


$\frac{72}{360}=\frac{1}{5}$ だから，

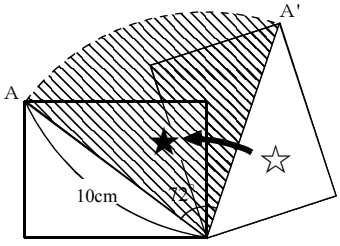
１０×２×３.１４÷５＝４×３.１４＝**１２.５６**（cm）

基本2(2)

右の図の☆と★は，どちらも長方形の半分なので，
面積が等しい。



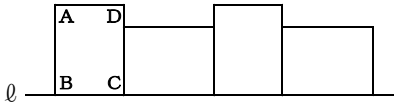
そこで，右の図のように☆から★へ斜線部分を移動
させると，斜線部分は，半径が１０cmで，中心角が
７２度のおうぎ形になる。



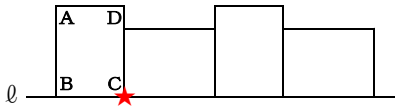
このおうぎ形の面積は，
１０×１０×３.１４÷５＝２０×３.１４＝**６２.８**（cm^2）

基本3(1)

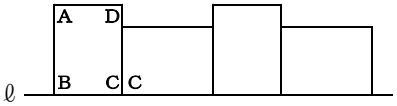
記号は内側に書いた方がわかりやすいので，右図のようにする。



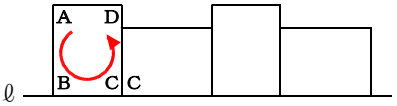
長方形がころがるとき，右図の★のところを動かさないように，ころがっていく。★のところには点Ｃがあるので，



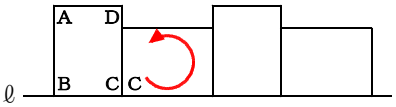
ころがったあとでも，点Ｃの位置は変わらない。



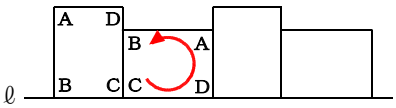
ところで，長方形の頂点の記号のつけ方は，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄと，反時計回りにつけている。



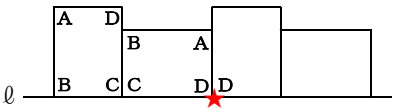
よって，２番目の長方形の記号も，Ｃから反時計回りに，



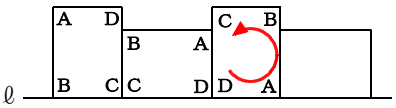
Ｃ，Ｄ，Ａ，Ｂ，と，つけることになる。



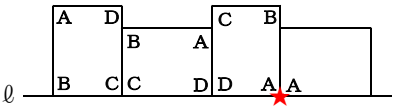
２番目の長方形から３番目の長方形までころがるときも，同じように考える。
ころがるときに，動かないのは点Ｄ。



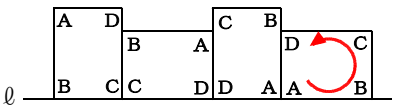
Ｄから反時計まわりに，Ｄ，Ａ，Ｂ，Ｃ，と，つけることになる。



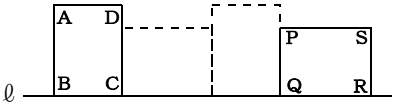
３番目の長方形から４番目の長方形までころがるときも，動かないのは点Ａで，



Ａから反時計まわりに，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，と，つけることになる。

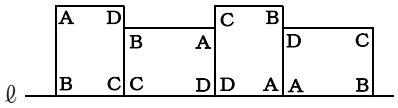


問題文の図とくらべると，点Ｂが重なるのは点Ｒであることがわかる。

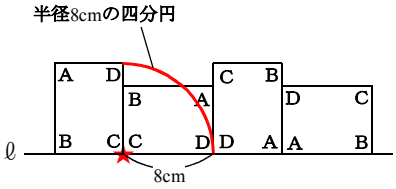


基本3(2)

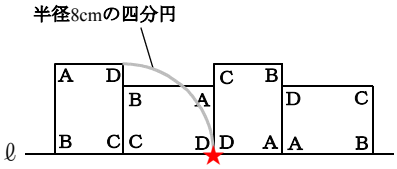
　このような問題を解くときは，右図のように図形の内側に記号を書いてから考える。



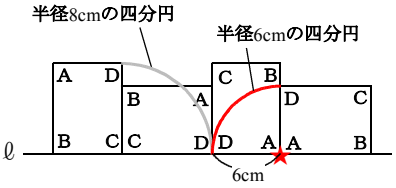
　１番目の長方形から２番目の長方形までころがるときは，点Ｃが動かないので，点Ｄは，点Ｃを中心とした弧を描く。
　ＣＤの長さは８cmのまま変わらないので，半径が８cmの四分円の弧を描くことになる。



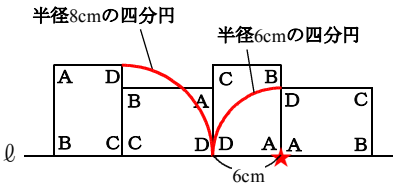
　２番目の長方形から３番目の長方形までころがるときは，点Ｄは動かない。



　３番目の長方形から４番目の長方形までころがるときは，点Ａが動かないので，点Ｄは，点Ａを中心とした弧を描く。
　ＡＤの長さは６cmのまま変わらないので，半径が６cmの四分円の弧を描くことになる。



　よって点Ｄは，はじめは半径８cmの四分円の弧，次に半径６cmの四分円の弧を描く。
　点Ｄの動いた長さは，



８×２×３.１４÷４＋６×２×３.１４÷４
（共通）　（共通）

＝（８＋６）×２×３.１４÷４＝

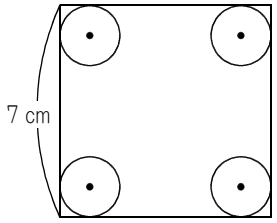
＝１４×２×３.１４÷４
（あとまわし）

＝７×３.１４

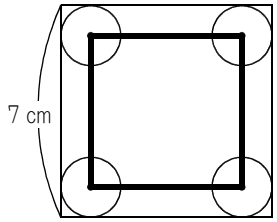
＝２１.９８（cm）

基本4(1)

円Ｏが正方形の四すみにきたときは，右の図のようになる。

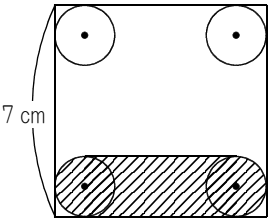


よって，円Ｏの中心は，右の図の太線のように動く。
太線は正方形になっている。
その１辺は，７－１×２＝５（cm）なので，太線の長さは，５×４＝**２０**（cm）。

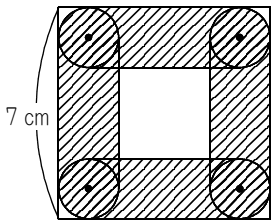


基本4(2)

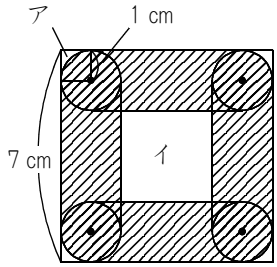
円が正方形の下の辺の部分を動くときは，右の図の斜線部分を通る。



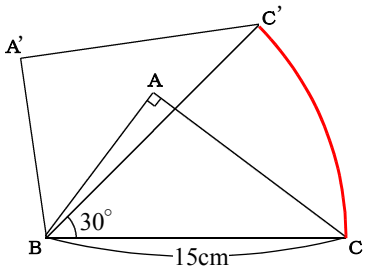
同じように考えて，円が正方形の辺上をすべて動いたとき，右の図の斜線部分を通る。
この問題は，右の図の白い部分の面積を求める問題である。



右の図のアの部分は，１辺が１cmの正方形から，半径が１cmの四分円を引いたものなので，１×１－１×１×３.１４÷４という式になり，アは４つある。
また，イは正方形で，１辺は，７－２×２＝３（cm）。
よって，右の図の白い部分の面積は，
（１×１－１×１×３.１４÷４）×４＋３×３
＝０.２１５×４＋３×３
＝**９.８６**（cm^2）。



練習1(1)



回転させても，ＢＣの長さは変わらない。

三角形を３０度回転させたのだから，

辺ＢＣも３０度回転する。

点Ｃは右図のように，点Ｂを中心として

半径が２０cmで，中心角が３０度の弧を描く。

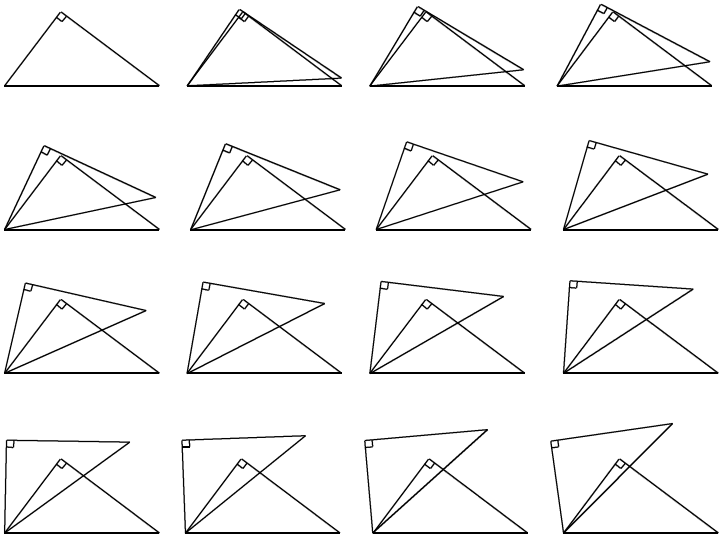
$$15 \times 2 \times 3.14 \times \frac{30}{360}$$

$= 2.5 \times 3.14$

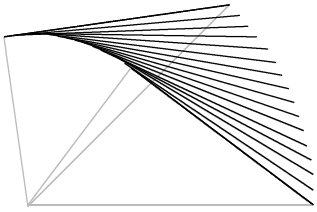
$= 7.85$ (cm)

練習1(2)

三角形ＡＢＣは，下の図のように回転していく。　　，



辺ＡＣは，右図のように動いていく。

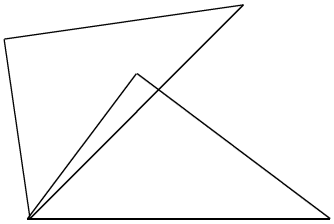


このような問題は，次のようにして作図するとよい。

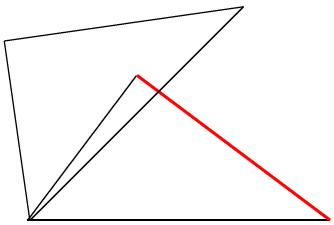
１．動き始めの図形と動き終わりの図形を書く。
２．動き始めの辺を太線にして書く。
３．動き終わりの辺を太線にして書く。
４．中心（動かない点）からいちばん遠い点が動いたあとの弧を太線にして書く。
５．中心（動かない点）からいちばん近い点が動いたあとの弧を太線にして書く。
６．太線で囲まれた部分が，求めるべき部分である。

（次のページへ）

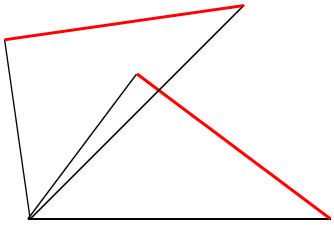
１．動き始めの図形と動き終わりの図形を書く。



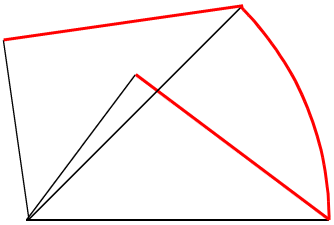
２．動きはじめの辺を太線にして書く。



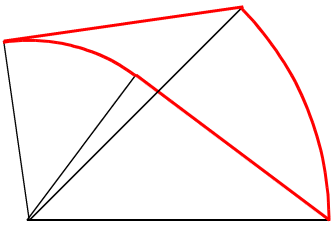
３．動き終わりの辺を太線にして書く。



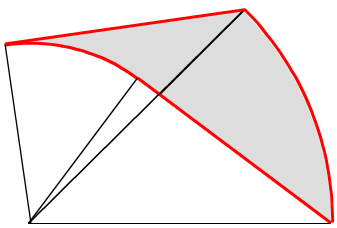
４．中心（動かない点）からいちばん遠い点が
動いたあとの弧を太線にして書く。



５．中心（動かない点）からいちばん近い点が
動いたあとの弧を太線にして書く。



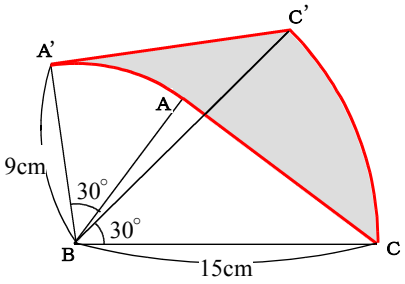
６．太線で囲まれた部分が，求めるべき部分である。



（次のページへ）

右図の，かげをつけた部分の面積を求めればよいことになった。

ところで，右図の赤い太線をよく見ると，直線が２本と，弧が２本でできている。

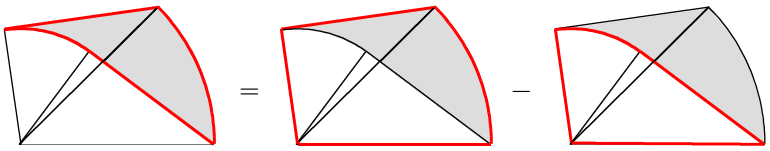


> 弧が２本ある図形の面積は，
> 「大おうぎ形－小おうぎ形」で
> 求められる場合がほとんどである。

ということを，覚えておくと役に立つ。

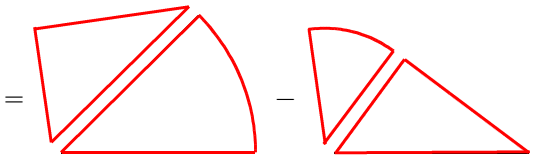
この問題の場合も確かにあてはまる。その理由を以下に書く。

かげをつけた部分の面積は，全体の面積から，白い部分の面積を引いたものになる。



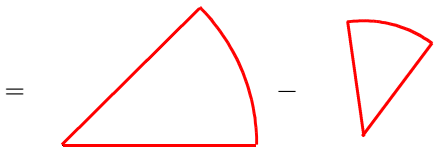
かげをつけた部分　　全体　　白

ところが，全体は「三角形＋大おうぎ」であり，白い部分は「三角形＋小おうぎ」である。



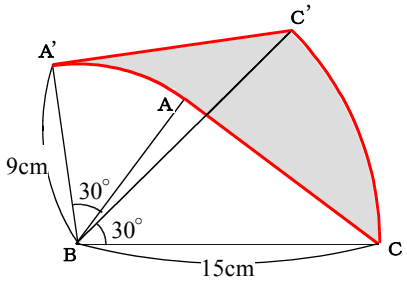
三角形＋大おうぎ　　三角形＋小おうぎ

よって，「三角形＋大おうぎ」と「三角形＋小おうぎ」の差を求めることになるが，両方に同じ「三角形」がふくまれているので，結局，「大おうぎ」と「小おうぎ」の差を求めればよいことになった。



大おうぎ　　小おうぎ

この問題では，三角形ＡＢＣを３０度回転させたので，辺ＢＣも３０度，辺ＢＡも３０度回転する。よって，「大おうぎ」も「小おうぎ」も，中心角は３０度。（十二分円ということ。）



「大おうぎ」の半径は１５cm，「小おうぎ」の半径は９cmだから，

「大おうぎ」－「小おうぎ」

＝１５×１５×３.１４÷１２－９×９×３.１４÷１２

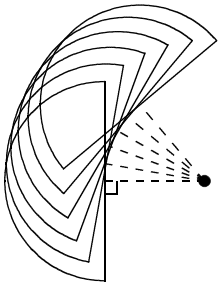
＝（１５×１５－９×９）×３.１４÷１２

＝１２×３.１４

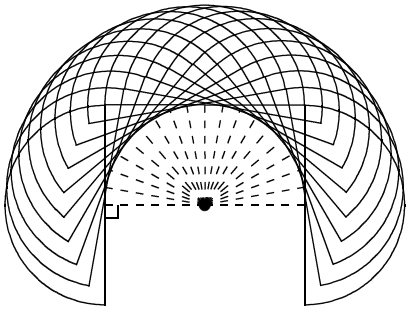
＝３７.６８（cm²）

練習2

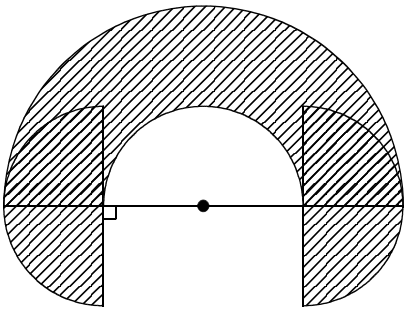
半円は，右の図のように回転していく。



回転し終わると，右の図のようになる。



右の図の，斜線部分の面積を求める問題になる。



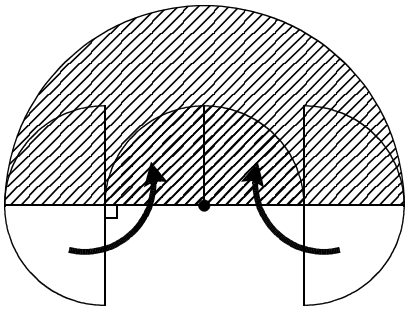
右の図のように移動させると，半円になる。

半円の半径は，６＋６＝１２（cm）なので，斜線の部分の面積は，

１２×１２×３.１４÷２

＝７２×３.１４

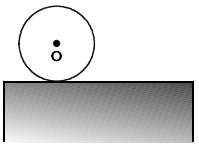
＝２２６.０８（cm^2）



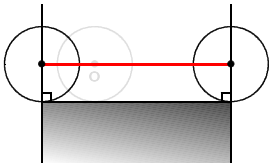
練習3(1)

９ページ「基本1(6)」に，このような問題を解くためのくわしい解説があるので参照するように。

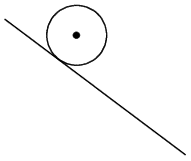
右図のように，左右が「がけ」になっているところを，円がころがっていくとする。



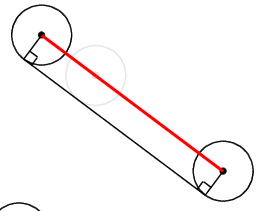
がけから落ちるギリギリまで動かすと，右図のように円の中心は直線になる。



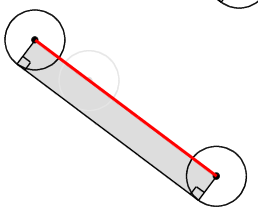
右図のような，坂をころがり落ちたり，ころがり上ったりする場合でも，



ギリギリまで動かすと，右図のようになる。
直角の記号が２つあることに注意。



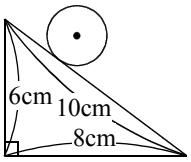
右図のかげをつけた部分は，長方形になっている。
このように，



> 円が直線上をころがるときは，
> 長方形を描くことができる。

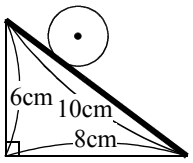
このことに注意して，問題を解いていく。

この問題の場合も，直線上をころがるときは，長方形を作るようにして，図を書いていく。

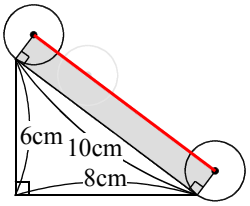


（次のページへ）

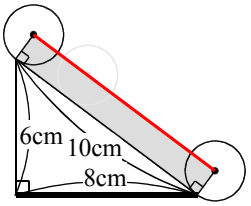
右図の１０cmの太線の部分は直線なので，



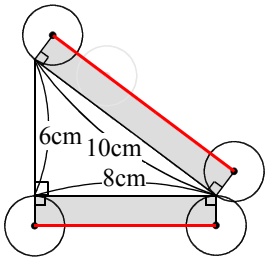
ころがっていけば，右図のように長方形ができる。



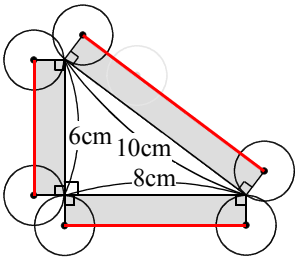
同様にして，右図の８cmの太線の部分も直線なので，



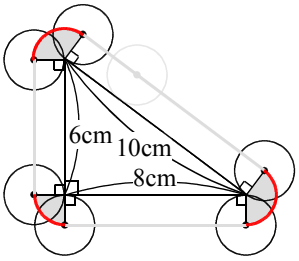
ころがっていけば，長方形ができる。



さらに，６cmの部分でも長方形ができる。
ただ，円の中心Ｏは，長方形の部分だけを通るわけではない。
三角形の頂点あたりの部分は，弧を描くように進むので，



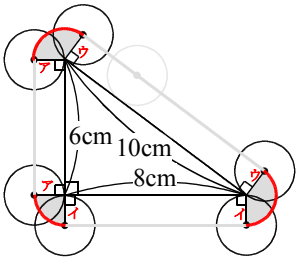
右図のように，３つの弧になる。



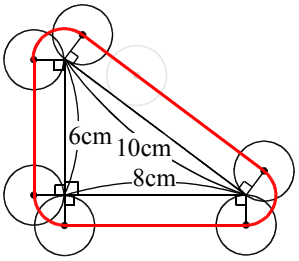
（次のページへ）

ところが，右図のアとア，イとイ，ウとウは
それぞれ平行なので，３つの弧の部分を合わせ

ると， となって，円周になる。



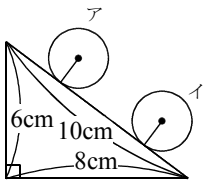
よって，円の中心が動いたあとの線の長さは，
直線部分が１０cm，８cm，６cmで，
曲線部分は，半径が２cmの円周になる。



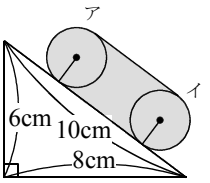
１０＋８＋６＋２×２×３.１４
＝２４＋１２.５６
＝３６.５６（cm）

練習3(2)

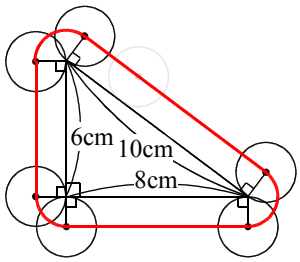
たとえば円が，右図のアからイまで動くと，



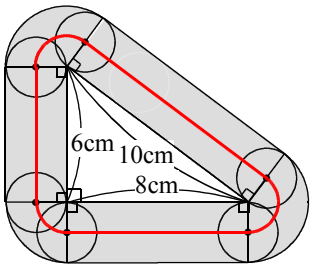
円が動いたあとは，右図のかげをつけた部分のようになる。



同じようにして，円が三角形のまわりをぐるっと１まわりすると，



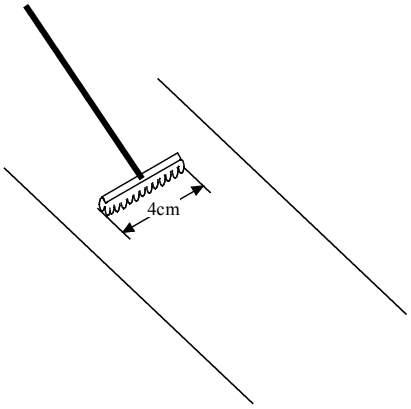
円が動いたあとは，右図のかげをつけた部分のようになる。



ところで，右図のようなモップ（ゆかをそうじするための道具）があったとする。

モップのはばが４cmであるとする。

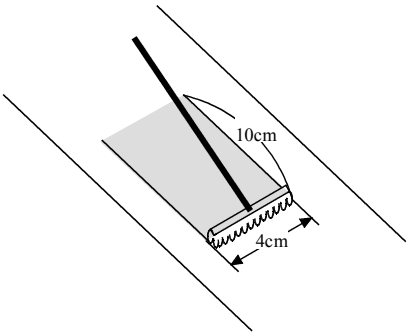
そしてモップに，グレーのインクをつけて，ゆかを進んでいくことにする。



（次のページへ）

右図のように，１０cmだけゆかを進むと，ゆかに１０cmの長さぶんだけ，グレーのインクがつく。

インクがついた部分の面積は，
４×１０＝４０（cm²）になる。

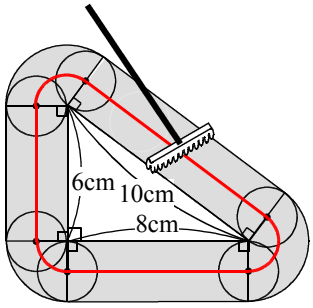


このように，モップでゆかにインクをつけるとき，

インクがついた部分の面積 ＝ モップの幅（はば） × モップの柄（え）が動いた長さ

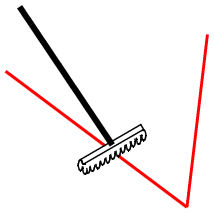
で求めることができる。

この問題の場合も，右図のように，幅が４cmのモップ（円の半径が２cmなので，直径は４cmだから）を，赤い線にしたがって，ぐるっと１周したときの，インクがついた部分の面積を求めればよい。

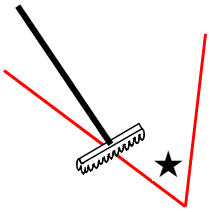


モップの柄が動いた長さは，右図の赤い線の長さと同じだから，(1)で求めたように３６.５６（cm）。

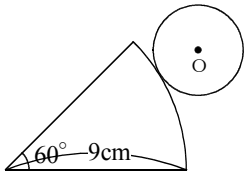
かげのついた部分の面積（インクがついた部分の面積）
＝モップの幅 × モップの柄が動いた長さ
＝４ × ３６.５６
＝１４６.２４（cm²）

注意： この解き方は，  のような，モップがくぼんでいるところを

通っていく場合は，使うことができない。
なぜなら，内側の部分（右図の★）を，モップは２度ぬりしてしまうので，正確な面積を求められないからである。



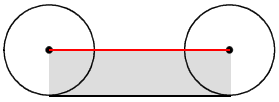
練習4(1)



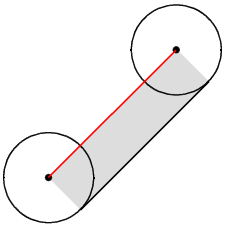
このような問題を解くときは，まず点Ｏが動いたあとの線を描くことが大切である。

線を描くときに，次のことに注意すること。
（理由はともかく，何となくわかることが大切）

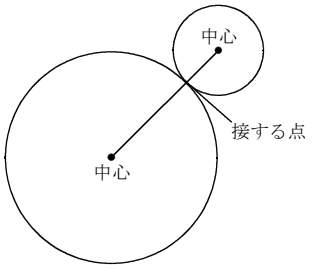
１．直線上を円が動くとき，点Ｏが動いた部分を使って長方形ができる。



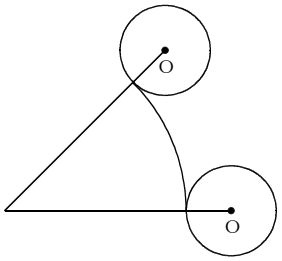
たとえ直線がななめになっていても，長方形ができる。



２．他の円の円周上を円が動くとき，他の円の中心と動く円の中心と，接する点の３つの点は一直線になる。

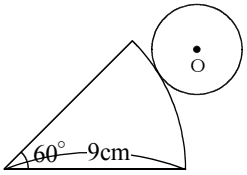


ということは，おうぎ形の弧の上を円が動くときも，円がおうぎ形のはじにきたときは，右の図のようにおうぎ形の中心・接する点・円の中心が，一直線になる。



（次のページへ）

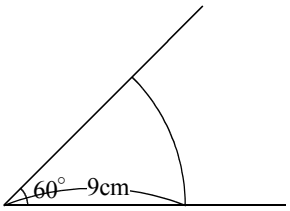
これらのことから，右図のようなおうぎ形のまわりを円が動くときは，



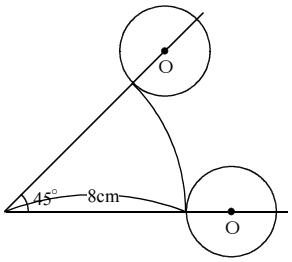
> 直線上を動いているとき … 長方形を作る
> 弧の上を動いているとき … 半径の線をのばす

このようにして，作図していく。

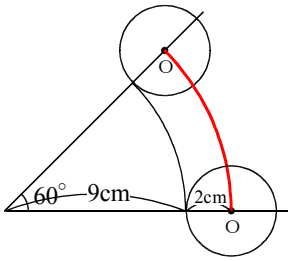
まず，弧の上を動いているときは，右図のように半径をのばし，



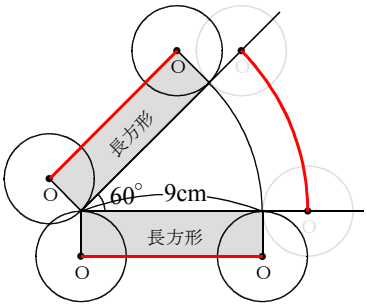
のばした線上に円の中心がくるように，ぴったりくっつけて円を描く。



点Ｏは，右図のように，半径が ９＋２＝１１（cm）で，中心角が６０度のおうぎ形の弧を描く。



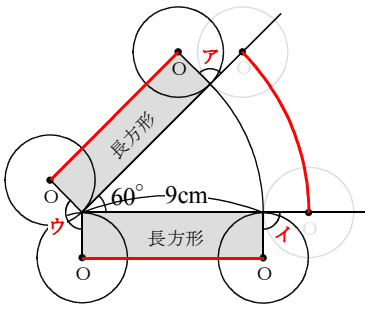
直線上には長方形を作るように，円を描いていく。



また，右図のアの角度は一直線の１８０度から長方形の１つの角度である９０度を引いた残りなので，１８０－９０＝９０（度）。

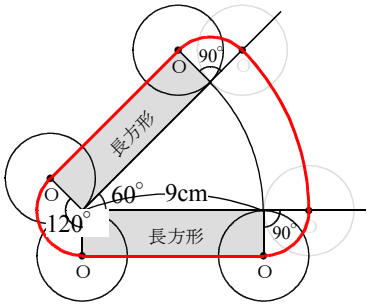
イも同様に９０度。

ウは３６０度から，９０度と９０度と６０度を引いた残りなので，３６０－（９０×２＋６０）＝１２０（度）。



（次のページへ）

以上のことから，円の中心Ｏが動いたあとの線は，右図のようになる。



線の長さは，以下のように整理できる。

ア．直線部分…９cmが２本
イ．曲線部分…半径が１１cmで中心角が６０度のおうぎ形の弧
ウ．曲線部分…半径が２cmで中心角が９０度のおうぎ形の弧が２つ
エ．曲線部分…半径が２cmで中心角が１２０度のおうぎ形の弧

このうち，ウとエはどちらも半径が２cmだから，合わせて考えると，中心角は９０×２＋１２０＝３００（度）。

よって，

$$９\times２ + １１\times２\times3.14\times\frac{６０}{３６０} + ２\times２\times3.14\times\frac{３００}{３６０}$$

$$= １８ + \frac{１１}{3}\times3.14 + \frac{１０}{3}\times3.14$$

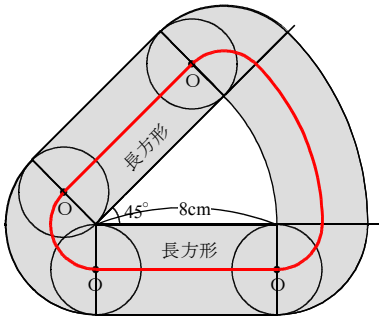
$$= １８ + ７\times3.14$$

$$= １８ + ２１.９８$$

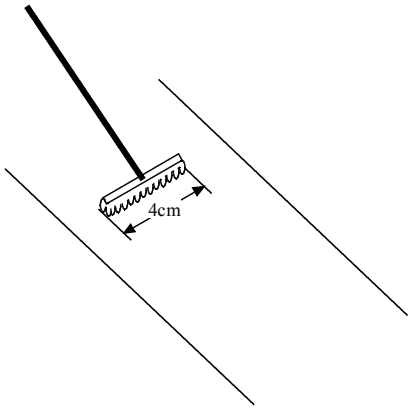
$$= \mathbf{３９.９８}\ (\text{cm})$$

練習4(2)

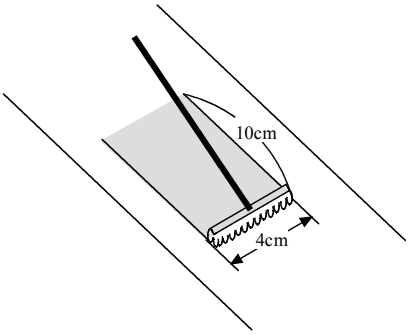
円が動いたあとは，右図のかげをつけた部分のようになる。



ところで，右図のようなモップ（床をそうじするための道具）があったとする。
モップのはばを４ cm であるとする。
そしてモップに，グレーのインクをつけて，ゆかを進んでいくことにする。



右図のように，１０ cm だけゆかを進むと，ゆかに１０ cm の長さぶんだけ，グレーのインクがつく。
インクがついた部分の面積は，
４×１０＝４０（cm^2）になる。



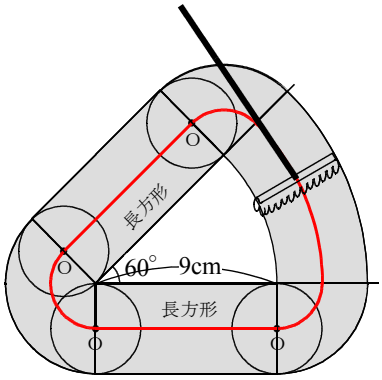
このように，モップでゆかにインクをつけるとき，

インクがついた部分の面積 ＝ モップの幅（はば） × モップの柄（え）が動いた長さ

で求めることができる。

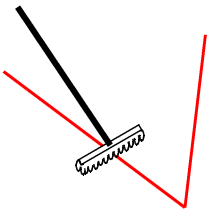
（次のページへ）

この問題の場合も，右図のように，幅が４ cm のモップ（円の半径が２ cm なので，直径は４ cm だから）を，赤い線にしたがって，ぐるっと１周したときの，インクがついた部分の面積を求めればよい。

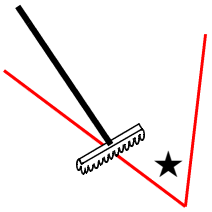


モップの柄が動いた長さは，右図の赤い線の長さと同じだから，(1)で求めたように３９.９８（cm)。

かげのついた部分の面積（インクがついた部分の面積）
＝モップの幅 × モップの柄が動いた長さ
＝４ × ３９.９８
＝１５９.９２（cm^2）

注意： この解き方は，  のような，モップがくぼんでいるところを

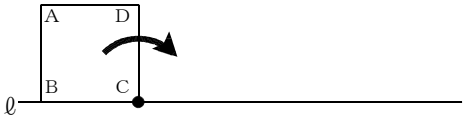
通っていく場合は，使うことができない。
なぜなら，内側の部分（右図の★）を，モップは２度ぬりしてしまうので，正確な面積を求められないからである。



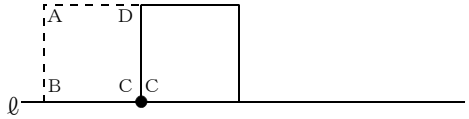
練習5(1)

はじめは，右の図のような状態だった。
正方形の頂点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは，Ａからアルファベット順に，ぐるっと反時計まわりに名前がつけられている。

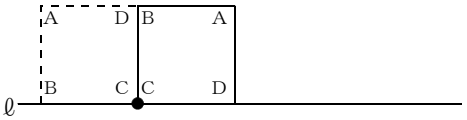
すべらないようにころがるとき，Ｃが動かないようにころがっていく。



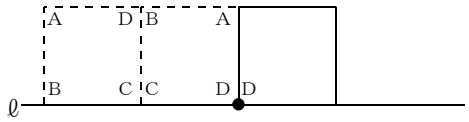
ころがって，右の図のようになる。
Ｃの点は動かない。



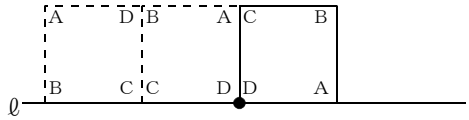
Ｃからアルファベット順に，ぐるっと反時計まわりにＣ，Ｄ，Ａ，Ｂ，と名前をつける。



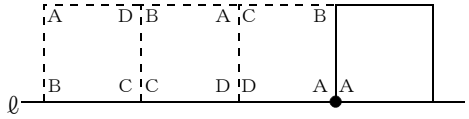
またころがって，右の図のようになる。
今度はＤの点が動かない。



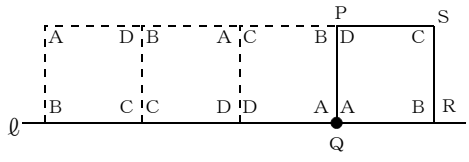
Ｄからアルファベット順に，ぐるっと反時計まわりにＤ，Ａ，Ｂ，Ｃ，と名前をつける。



またころがって，右の図のようになる。
今度はＡの点が動かない。

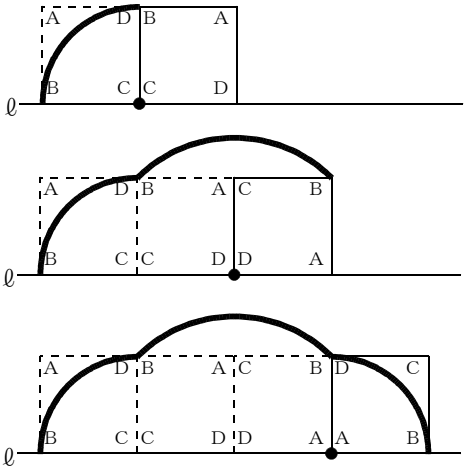


Ａからアルファベット順に，ぐるっと反時計まわりにＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，と名前をつける。
頂点Ｂが重なるのは，Ｒになる。

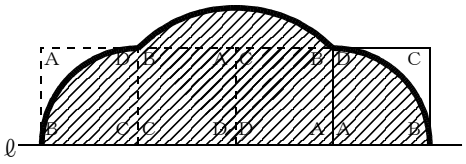


練習5(2)

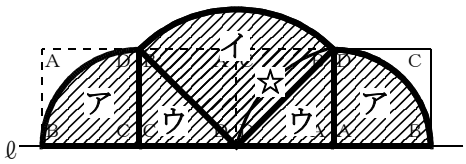
頂点Ｂは右の図のように動いていく。



よって，右の図の斜線部分の面積を求めればよい。



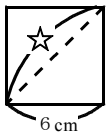
斜線部分は，右の図のように分けて求める。
アは半径６cmの四分円，イは半径☆cmの四分円，ウは２つ合わせて１辺６cmの正方形である。
式にすると，



６×６×３.１４÷４×２＋☆×☆×３.１４÷４＋６×６
　　ア　　イ　　ウ２つぶん

となるから，「☆×☆」さえわかれば答えを求めることができる。

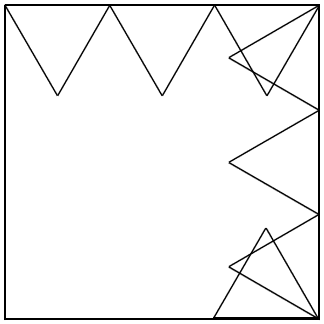
「☆×☆」を求めるには，「正方形の面積の求め方が２種類ある」ことを利用する。



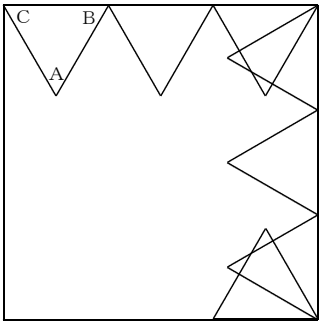
正方形の面積は，「１辺×１辺」という求め方と，正方形をひし形だと思って，「対角線×対角線÷２」という求め方がある。
「１辺×１辺」の求め方では，１辺は６cmだから，６×６＝３６（cm²）。
「対角線×対角線÷２」の求め方では，対角線は☆cmだから，☆×☆÷２。
どんな求め方でも正方形の面積は変わらないから，☆×☆÷２＝３６。
よって「☆×☆」は，３６×２＝７２ になる。
６×６×３.１４÷４×２＋７２×３.１４÷４＋６×６
＝（１８＋１８）×３.１４＋３６
＝１４９.０４（cm²）。

チャレンジ(1)

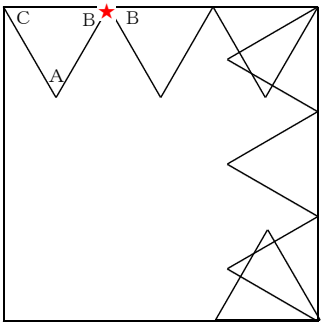
まず，正三角形を右図のように書く。
調子に乗って，１まわりぶん書いてしまうことのないように注意。



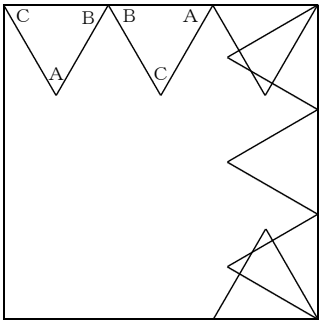
次に，スタートするときの正三角形の頂点を書く。
正三角形の内側に書いた方がよい。
また，Ａ，Ｂ，Ｃの記号が，反時計回りに書いてあることにも注意する。



ころがるときに，右図の★の点Ｂは動かない。
よって，ころがったあとの正三角形でも，点Ｂは同じところにいる。

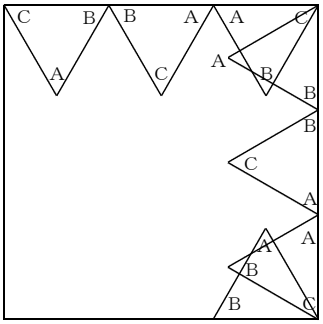


反時計回りにＢから，Ｂ・Ｃ・Ａ と，記号を書きこんでいく。

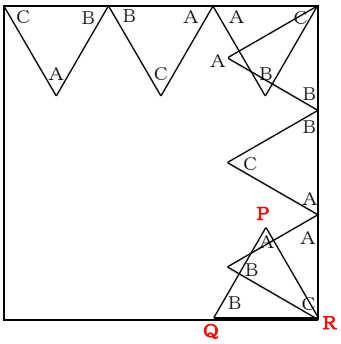


（次のページへ）

どんどん書き込むと，右図のようになる。

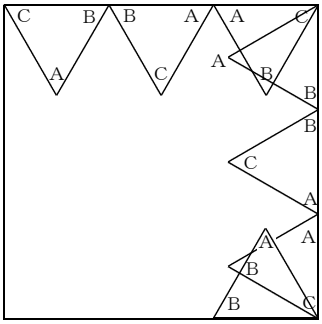


問題には，右図のように記号が書いてあったから，頂点Ａに重なるのは，頂点Ｐになる。

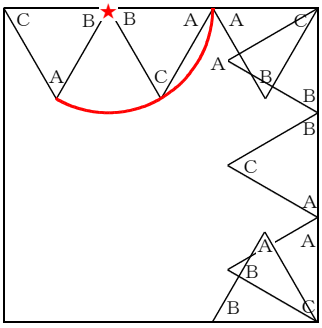


チャレンジ(2)

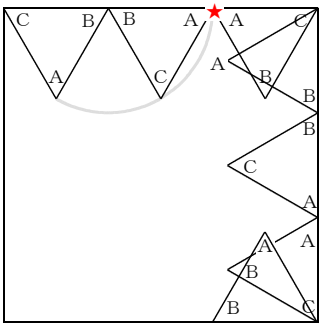
(1)で，右図のように頂点を書きこむことができた。
あとは少しずつ，頂点Ａの動いたあとの線を書きこんでいくだけ。



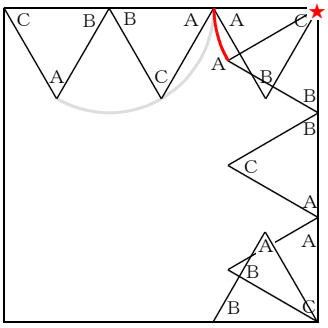
頂点Ａは，以下のように書きこむことになる。



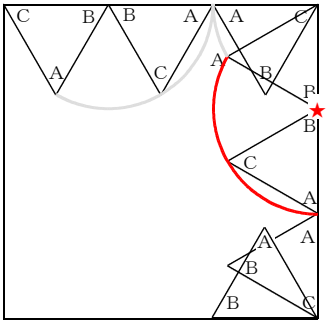
半径３cm，中心角は
１８０－６０＝１２０（度）



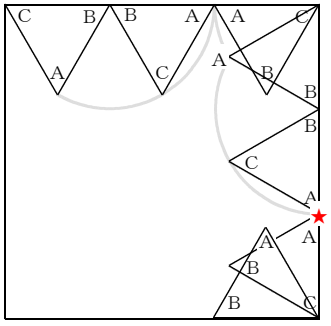
頂点Ａは動かない



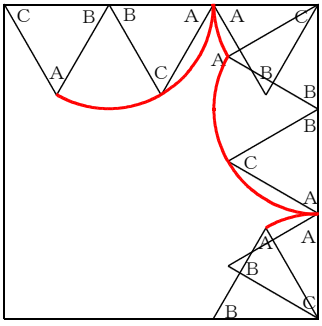
半径３cm，中心角は
９０－６０＝３０（度）



半径３cm，中心角は
１８０－６０＝１２０（度）



頂点Ａは動かない



半径３cm，中心角は
９０－６０＝３０（度）

以上のことから，頂点Ａは，半径が３cmで，中心角の合計が，
１２０＋３０＋１２０＋３０＝３００（度）の弧を描く。その長さは，

$$3 \times 2 \times 3.14 \times \frac{300}{360} = 5 \times 3.14 = 15.7 \text{（cm）}$$