演習問題集・５年下・第１８回

反復問題のくわしい解説

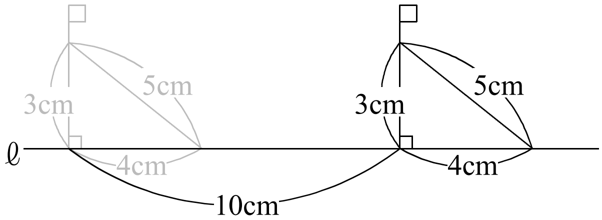
目　次

すぐる学習会

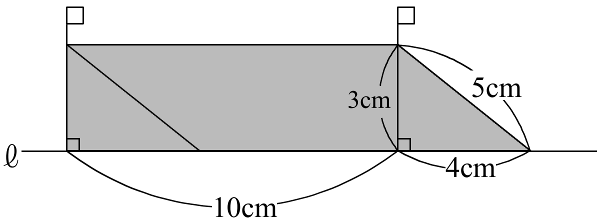
反復基本$\boxed{1}$(1)

直角三角形のてっぺんに，旗を立てたとする。

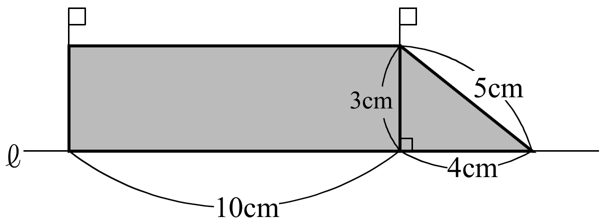
直角三角形が 10cm 移動すると，旗も 10cm 移動する。



直角三角形は，右図の，かげをつけた部分を移動していく。
ここで，直角三角形がはじめにいた場所も，最後にいた場所も，かげになっていることに注意する。



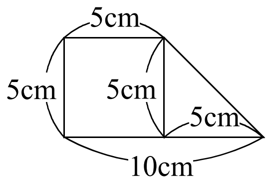
かげをつけた部分の面積は，台形として求めてもよいし，右図のように長方形と三角形に分けて求めてもよい。



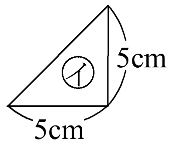
長方形の面積は，３×１０＝３０（cm^2）。
三角形の面積は，４×３÷２＝６（cm^2）。
よって，かげをつけた部分の面積は，３０＋６＝３６（cm^2）。

反復基本$\boxed{1}$(2)

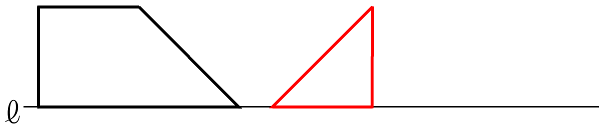
台形は，左側が１辺５ cm の正方形で，
右側は底辺も高さも５ cm の直角二等辺三角形に
なっている。



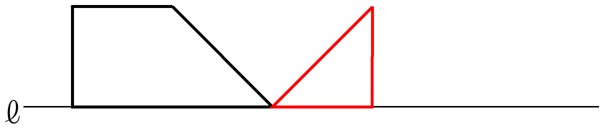
台形の右側の直角二等辺三角形の方は，直角二等辺
三角形 イ と合同であることに注意しよう。



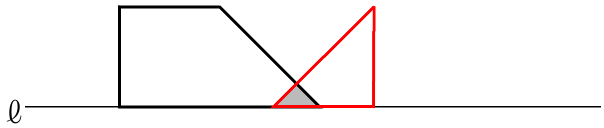
台形は黒い太線で，
三角形は赤い太線で
表すことにする。



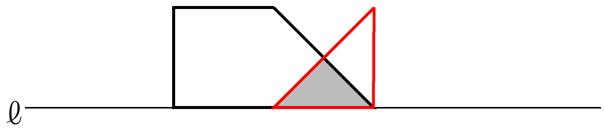
台形と三角形がくっついて，



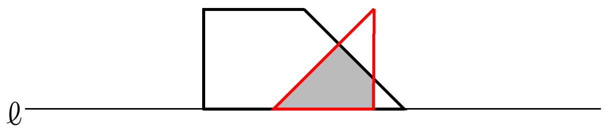
重なり始めた。
重なり部分は三角形。



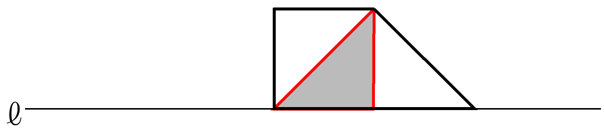
重なり部分の三角形が，
かなり大きくなった。
この状態から，ほんの
ちょっと動くと，



右図のようになり，
重なり部分は四角形。

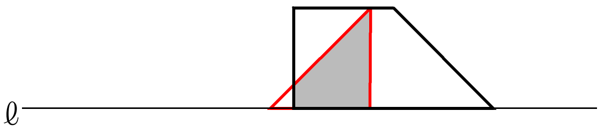


さらに動くと，右図のように
三角形が台形の中にすっぽり
おさまる。
このとき，重なり部分は
三角形。

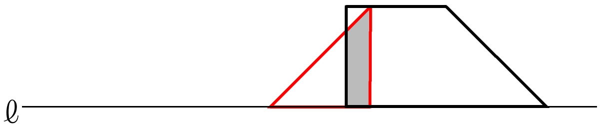


（次ページへ）

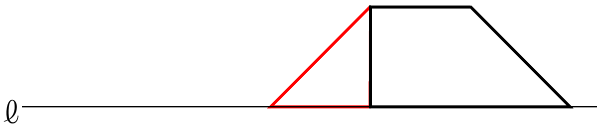
さらにほんのちょっと動くと，
右図のように赤い三角形の左はしが
ちょっと飛び出している。
重なり部分は四角形になる。



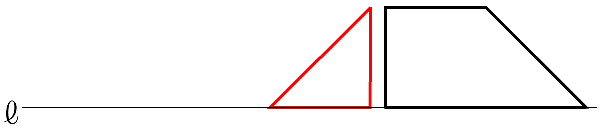
重なり部分の四角形が，だんだん
細くなっていって，…



とうとう，重なり部分がなくなった。

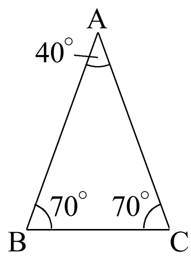


そして，台形と三角形は
離れていく。

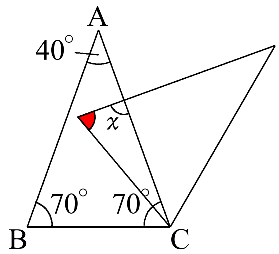


以上のことから，重なり部分の形は，三角形 → 四角形 → 三角形 → 四角形 となる。

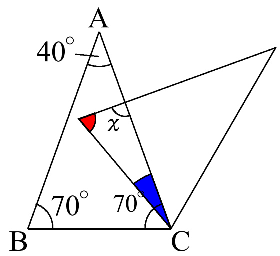
反復基本$\boxed{1}$(3)



三角形ＡＢＣは二等辺三角形だから，
角Ａが４０度ならば，角Ｂと角Ｃは，
（１８０－４０）÷２＝７０（度）。



回転しても図形の長さや角度は変わらないから，
右図の赤い角度は７０度のまま。

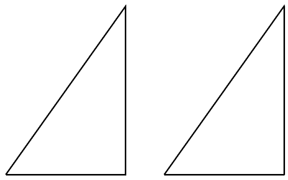


図形を５０度回転させたので，右図の青い角度は
７０－５０＝２０（度）。

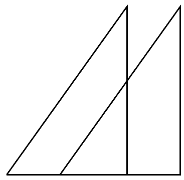
よってχは，
１８０－（７０＋２０）＝９０（度）。

反復基本$\boxed{1}$(4)

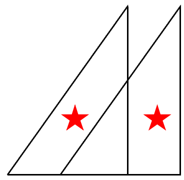
たとえば，右図のように，合同な三角形が２つあったとする。



２つの合同な三角形を，右図のように重ねて書いたとする。



すると，右図の★と★は同じ面積になる。

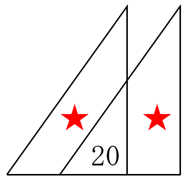


なぜなら，たとえば三角形の面積はどちらも５０ cm^2 だとして，重なり部分は２０ cm^2 だとすると，

左の★の面積は，５０－２０＝３０（cm^2）になり，

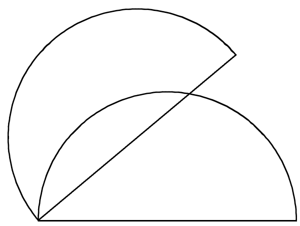
右の★の面積も，５０－２０＝３０（cm^2）になるから。

この図において，左の★も右の★も，重なっていない部分である。これを「はみ出し部分」と名づけると，

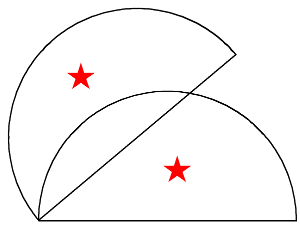


合同な図形をずらして書くと，はみ出し部分の面積は等しくなる。

右の図で，半円と半円は，回転しただけなのだから，合同である。

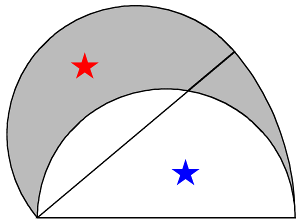


よって，はみ出し部分である，★と★は同じ面積になる。

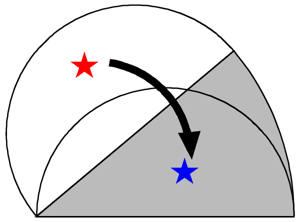


(次のページへ)

右図の★と★は同じ面積なので，
★を★に移して，

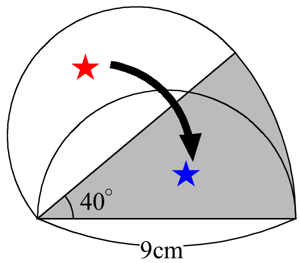


右図のようにしても，面積は変わらない。



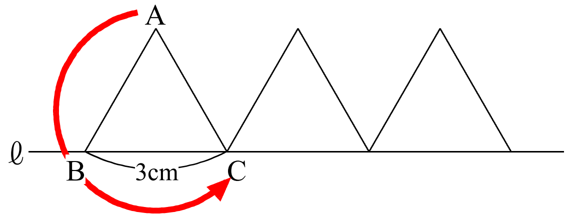
かげをつけた部分は，半径が９ cm で，中心角が
４０度のおうぎ形だから，

$$9 \times 9 \times 3.14 \times \frac{40}{360} = 28.26 \ (\text{cm}^2)$$

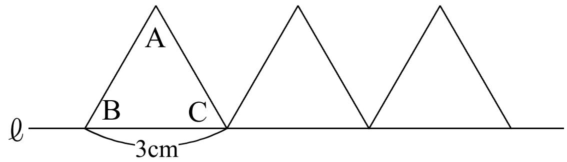


反復基本$\boxed{1}$(5)

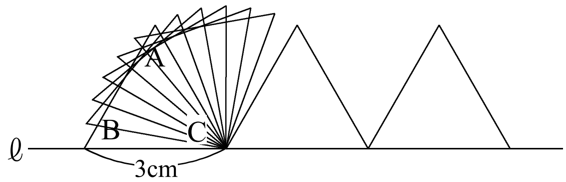
　まず，正三角形「ＡＢＣ」という，記号のつけ方に注意する。
　右図のように，Ａ・Ｂ・Ｃの記号は，反時計まわりに回るようにつけられている。



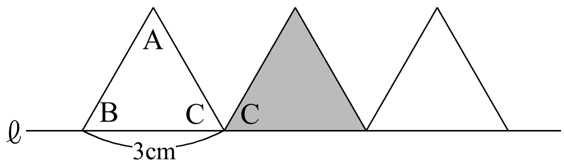
　記号は右図のように，正三角形の内側に書いた方がわかりやすい。



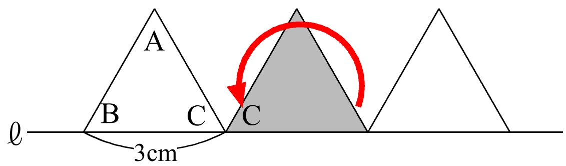
　正三角形は，右図のように，点Ｃを中心に回転していく。



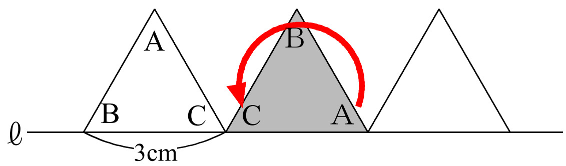
　正三角形が，右図のかげをつけた部分まで回転しても，回転の中心は点Ｃだったので，点Ｃの位置は変わらない。



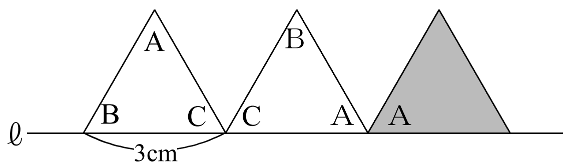
　点Ｃの位置がわかったので，点Ａ，点Ｂの位置もわかる。
　右図のように，反時計回りに記号をつけていって，最後に点Ｃがくるようにつければよいのだから，



　右図のようになる。

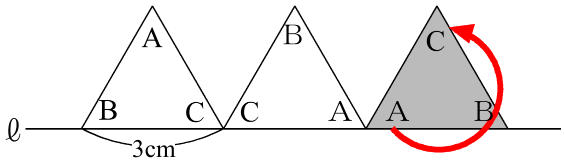


　同じようにして，次は右図のかげをつけた部分まで回転させる。
　この場合は，回転の中心は点Ａだから，点Ａの位置は変わらない。



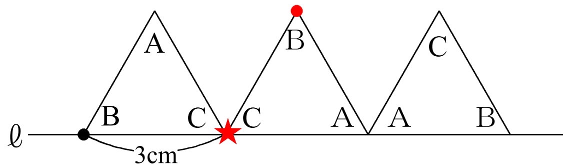
（次のページへ）

点Ａから，反時計回りに記号をつけていって，右図のようになる。

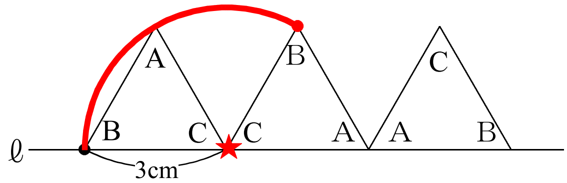


次に，点Ｂが動いた線を書いていこう。

はじめは，点Ｃ（右図の★）を中心として，●から●まで，

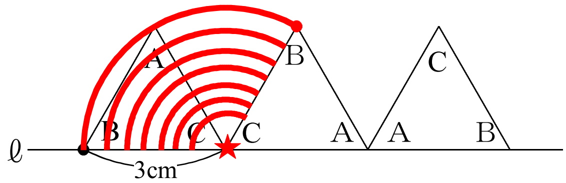


半径３ cm のおうぎ形の弧を描くように動く。



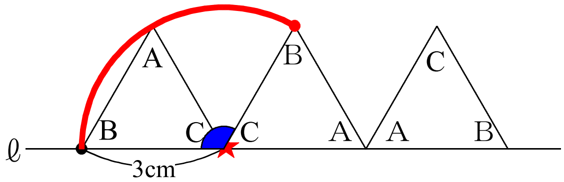
おうぎ形の半径は３ cm だが，おうぎ形の中心角は何度だろう。

おうぎ形の中心角は，弧の大きさを，右図のようにどんどん（点Ｃめがけて）小さくしていけばわかる。



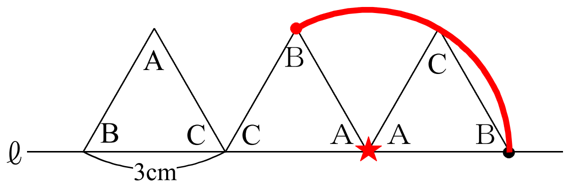
右図の青い部分が，おうぎ形の中心角。正三角形の１つの角は６０度だから，中心角は，１８０－６０＝１２０（度）。

よって，おうぎ形の弧は，半径が３ cm で，中心角が１２０度であることがわかった。

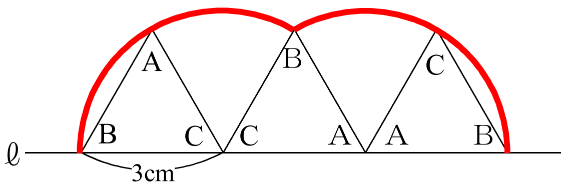


次に，点Ａ（右図の★）を中心として，●から●まで，半径３ cm のおうぎ形の弧を描くように動く。

おうぎ形の中心角は，やはり１２０度。



よって点Ｂが動いた線は，右図のようになる。



これは，半径３ cm で中心角が１２０度の弧が２つぶんなので，半径が３ cm，中心角が　１２０×２＝２４０（度）とする。

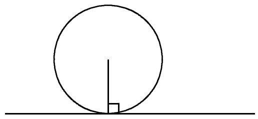
よって，

$$3\times2\times3.14\times\frac{240}{360}=12.56\ (\mathrm{cm})$$

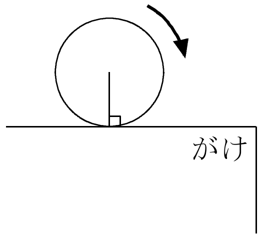
反復基本$\boxed{1}$(6)

　このような問題では，「垂直」が大切になる。

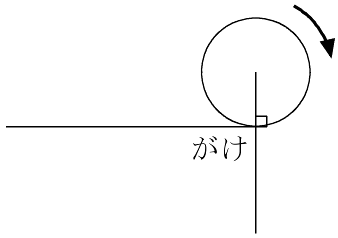
　右図のように，直線上に円がくっついている場合，
円の中心と，円が直線とくっついている点を結ぶと
半径になり，その半径は直線と垂直になっている。



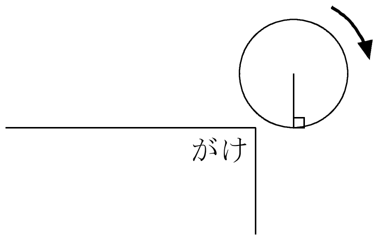
　右図のようながけに向かって，円がころがって
いくとする。



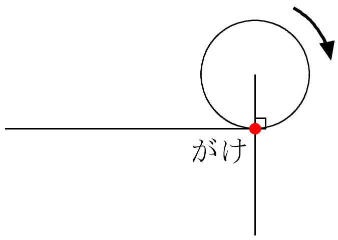
　がけにぎりぎりまでころがると，右図のようになる。



　しかし右図のようになることはない。
　これだと，がけから離れてしまっていて，
　ころがっていることにならない。

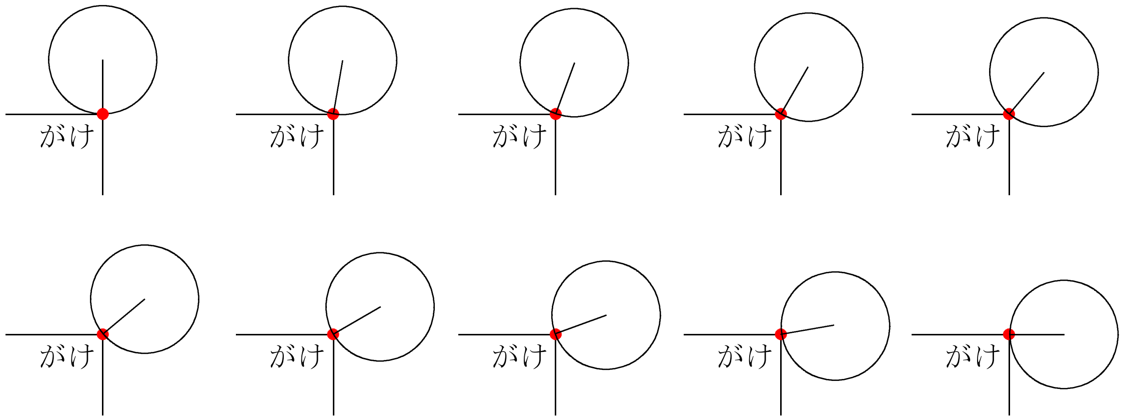


　よって，右図の状態からは，●が，がけから
はなれないようにして，

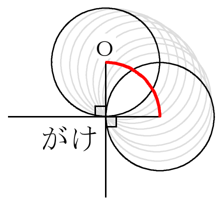


(次のページへ)

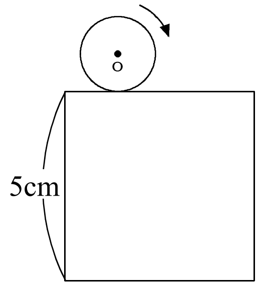
下の図のように動いていく。



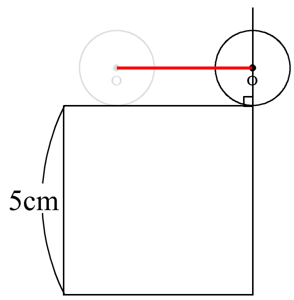
よって，がけのところでは，円の中心Oは，
右図のように弧を描くように動く。
直角の記号があることに注意。



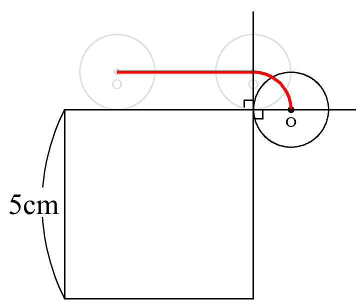
この問題でも，右図のように円がころがっていって，



「がけ」のところで，

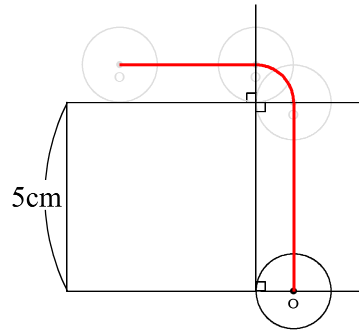


弧を描くように回り，

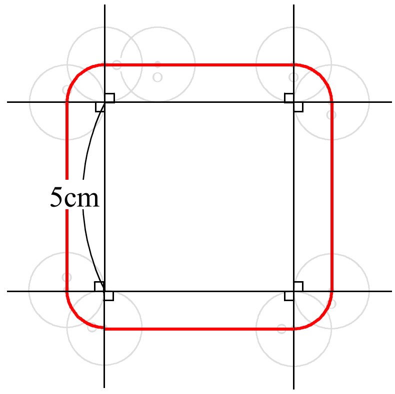


（次のページへ）

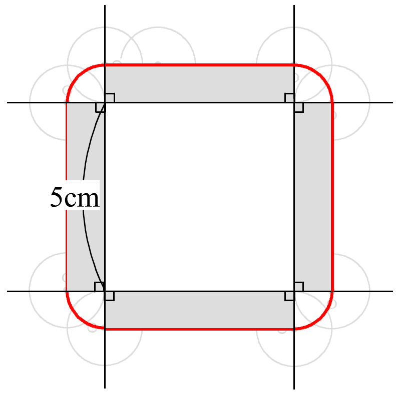
またまっすぐ進み，ということをくり返して，



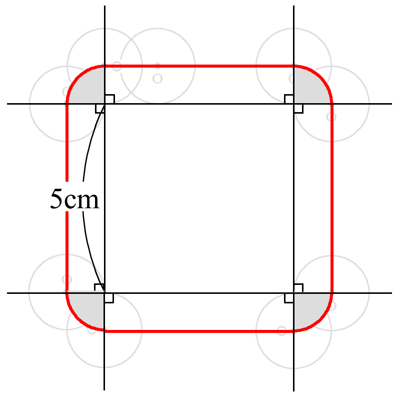
円の中心は，右図のように動く。
直角の記号があることに注意。



右図のかげをつけた部分は，長方形になる。



ところで，右図のかげをつけた部分は，
四分円になる。
よって，円の中心が動いた長さは，５ cm の線が
４本と，四分円の弧が４つぶんになる。

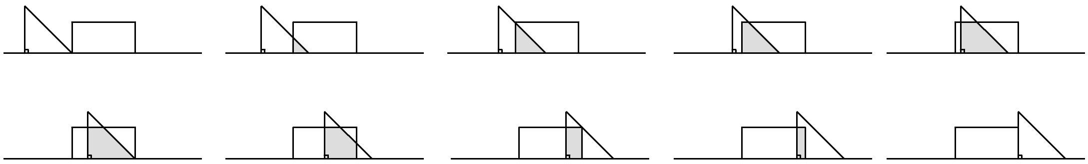


四分円の弧を４つ全部合わせると，ちょうど円周
になる。円の半径は１ cm だから，

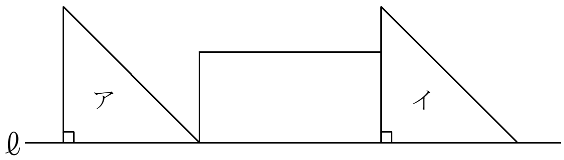
５×４＋１×２×３.１４＝２６.２８（cm）

反復基本$\boxed{2}$(1)

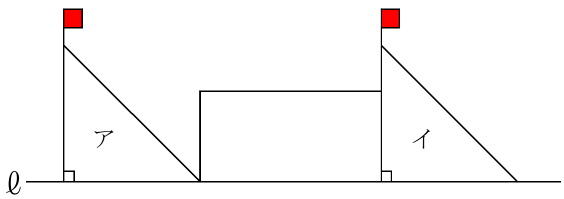
直角二等辺三角形は，下の図のように動いていく。



右図において，重なりはじめがアで，重なり終わりがイ。

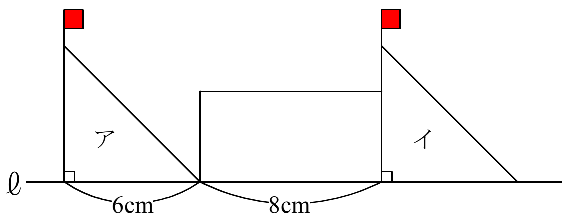


直角二等辺三角形のてっぺんに旗を立てると，右図のようになる。



直角二等辺三角形の高さは６ cm であると問題に書いてあったが，直角二等辺三角形は高さと底辺が等しいので，底辺も６ cm。

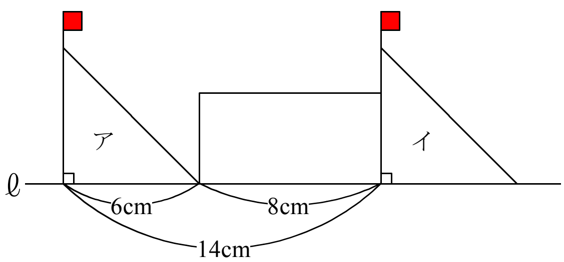
また，長方形の横の長さは８ cm であることが，問題に書いてあった。



よって，旗は，６＋８＝１４（cm）動いた。

問題文に，直角二等辺三角形は毎秒２ cm で動くと書いてあったから，旗も毎秒２ cm で動く。

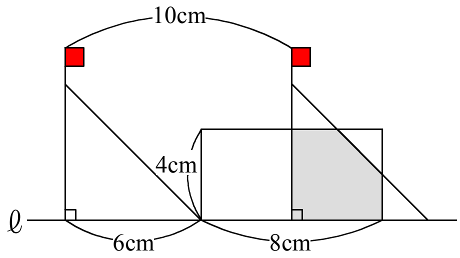
１４ cm 動くには，１４÷２＝7（秒）かかる。



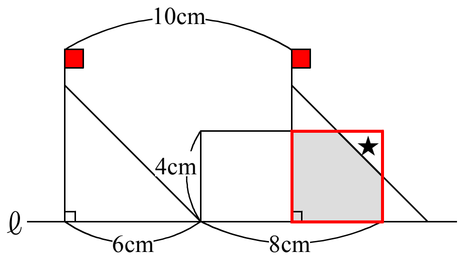
反復基本$\boxed{2}$(2)

直角二等辺三角形は，毎秒２ cm で動く。
動かし始めてから５秒後には，２×５＝１０（cm）動いている。
直角二等辺三角形のてっぺんに旗を立てると，その旗も１０ cm 動くことになる。

よって，右図のかげをつけた部分の面積を求める問題になる。
かげをつけた部分は，台形ではないことに注意!!

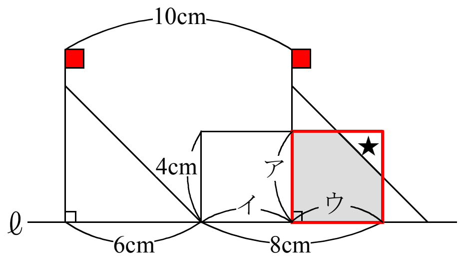


かげをつけた部分は，赤い四角形の面積から，★の面積を引けば求められる。

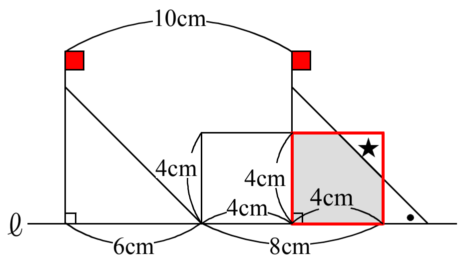


右図のアは長方形のたての長さと同じなので４ cm。イは，１０－６＝４（cm）。
ウは，８－４＝４（cm）。

よって，赤い四角形は１辺４ cm の正方形。

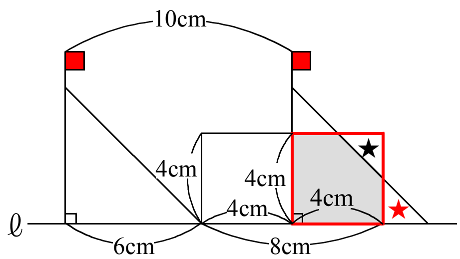


ところで，右図の • は直角二等辺三角形の角なので４５度。



よって，右図の★は直角二等辺三角形。
★も同様にして直角二等辺三角形。

（次のページへ）



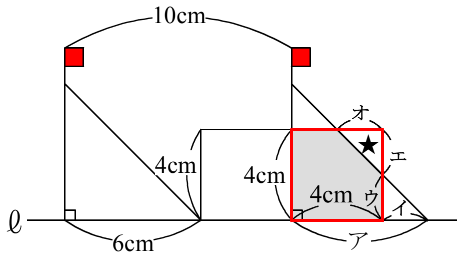
旗をつけた直角二等辺三角形の底辺は６ cm だったが，動いても長さは変わらないので，右図のアも６ cm。

イは，６－４＝２（cm）。

ウは，直角二等辺三角形なので２ cm。

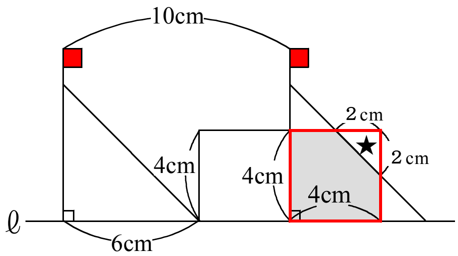
エは，４－２＝２（cm）。

オは，直角二等辺三角形なので２ cm。



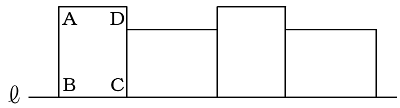
かげをつけた部分の面積は，
赤い正方形の面積から，直角二等辺三角形★の面積を引けばよいから，

$4 \times 4 - 2 \times 2 \div 2 =$ １４（cm^2）。

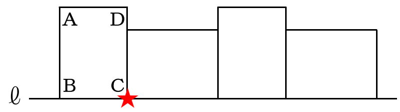


反復基本$\boxed{3}$(1)

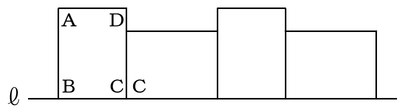
記号は内側に書いた方がわかりやすいので，右図のようにする。



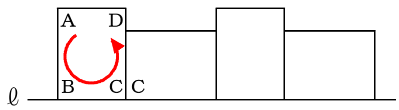
長方形がころがるとき，右図の★のところを動かさないように，ころがっていく。★のところには点Ｃがあるので，



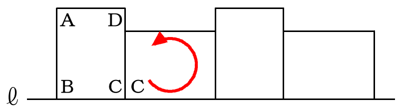
ころがったあとでも，点Ｃの位置は変わらない。



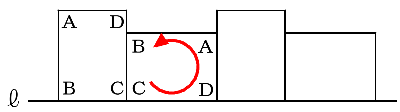
ところで，長方形の頂点の記号のつけ方は，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄと，反時計回りにつけている。



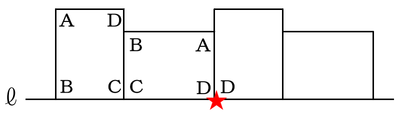
よって，２番目の長方形の記号も，Ｃから反時計回りに，



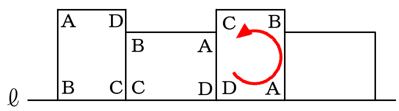
Ｃ，Ｄ，Ａ，Ｂ，と，つけることになる。



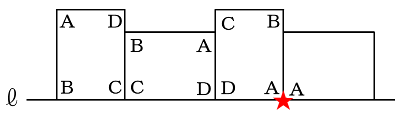
２番目の長方形から３番目の長方形までころがるときも，同じように考える。
ころがるときに，動かないのは点Ｄ。



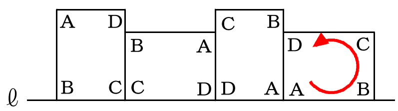
Ｄから反時計まわりに，Ｄ，Ａ，Ｂ，Ｃ，と，つけることになる。



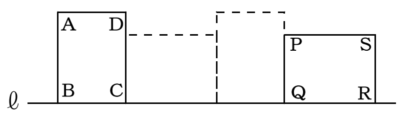
３番目の長方形から４番目の長方形までころがるときも，動かないのは点Ａで，



Ａから反時計まわりに，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，と，つけることになる。

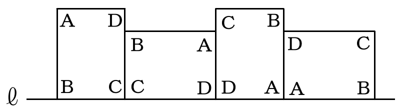


問題文の図とくらべると，点Ａが重なるのは点Ｑであることがわかる。



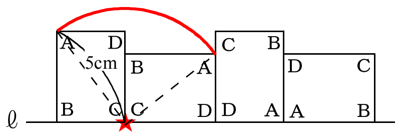
反復基本$\boxed{3}$(2)

このような問題を解くときは，右図のように図形の内側に記号を書いてから考える。

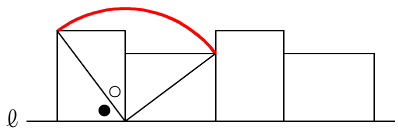


１番目の長方形から２番目の長方形までころがるときは，点Ｃが動かないので，点Ａは，点Ｃを中心とした弧を描く。

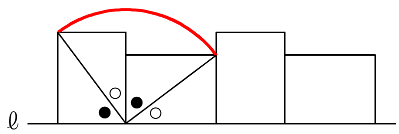
ＡＣの長さは５ cm のまま変わらないので，弧の半径は５ cm。



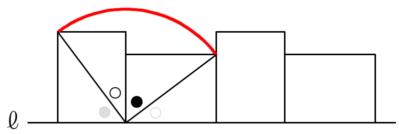
弧の中心角を求めるために，右図のように●，○を書くと，●と○の和は９０度。



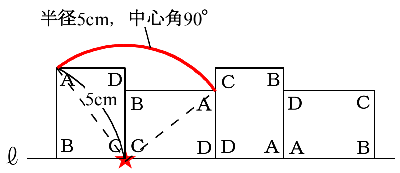
長方形がころがっても角度は変わらないので，２番目の長方形にも，●と○を書きこむことができる。



すると，弧の中心角は○と●の和になるから，９０度になる。

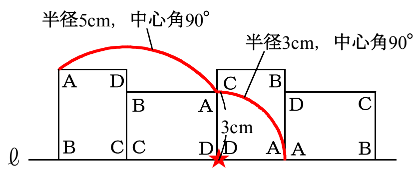


よって，１番目の長方形から２番目の長方形までころがるとき，点Ａは半径５ cm，中心角９０度の弧を描くことがわかった。

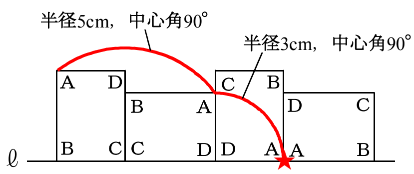


２番目の長方形から３番目の長方形までころがるときは，動かないのは点Ｄ。

ＡＤの長さは問題に書いてある通り３ cm だから，点Ａは半径３ cm，中心角９０度の弧を描く。



３番目の長方形から４番目の長方形までころがるときは，動かないのは点Ａ。



（次のページへ）

よって点Ａは，はじめは半径５ cm，中心角９０度の
弧，次に半径３ cm，中心角９０度の弧，最後は何も動かないことになる。
中心角９０度というのは，四分円のことだから，点Ａの動いた長さは，

$5\underbrace{\times 2\times 3.14\div 4}_{\text{共通}}+3\underbrace{\times 2\times 3.14\div 4}_{\text{共通}}$

$=(5+3)\times 2\times 3.14\div 4=$

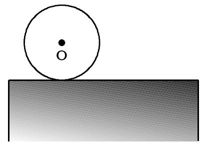
$=8\times 2\underbrace{\times 3.14}_{\text{あとまわし}}\div 4$

$=4\times 3.14$

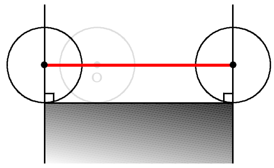
$=12.56$ (cm)

反復基本$\boxed{4}$(1)

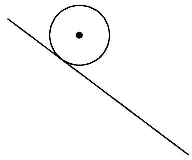
９ページ「反復基本$\boxed{1}$(6)」に，このような問題を解くためのくわしい解説があるので参照するように。



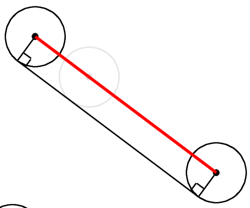
右図のように，左右が「がけ」になっているところを，円がころがっていくとする。



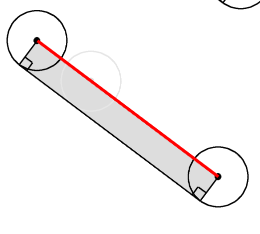
がけから落ちるギリギリまで動かすと，右図のように円の中心は直線になる。



右図のような，坂をころがり落ちたり，ころがり上ったりする場合でも，



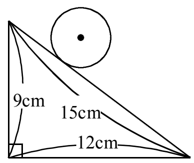
ギリギリまで動かすと，右図のようになる。
直角の記号が２つあることに注意。



右図のかげをつけた部分は，長方形になっている。
このように，

円が直線上をころがるときは， 長方形を描くことができる。

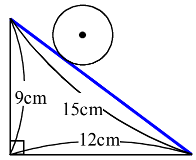
このことに注意して，問題を解いていく。



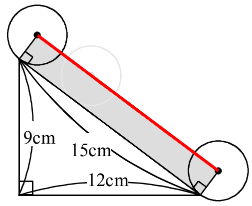
この問題の場合も，直線上をころがるときは，長方形を作るようにして，図を書いていく。

（次のページへ）

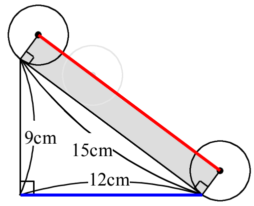
右図の１５ cm の青い線の部分は直線なので，



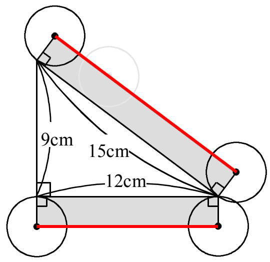
ころがっていけば，右図のように長方形ができる。



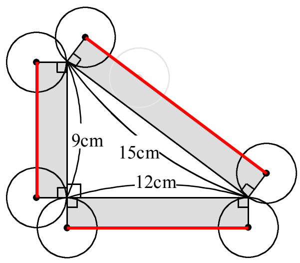
同様にして，右図の１２ cm の青い部分も直線なので，



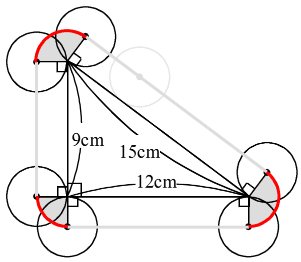
ころがっていけば，長方形ができる。



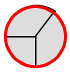
さらに，９ cm の部分でも長方形ができる。
ただ，円の中心Ｏは，長方形の部分だけを通るわけではない。
三角形の頂点あたりの部分は，弧を描くように進むので，

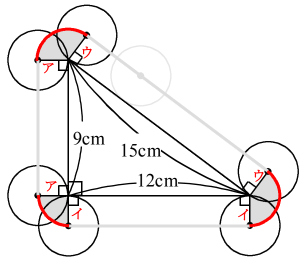


右図のように，３つの弧になる。

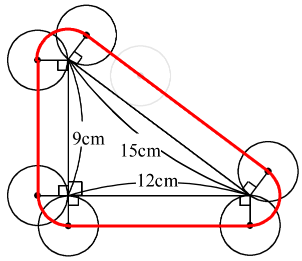


（次のページへ）

ところが，右図のアとア，イとイ，ウとウはそれぞれ平行なので，３つの弧の部分を合わせると， となって，円周になる。



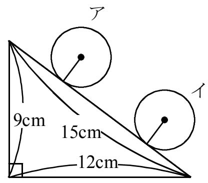
よって，円の中心が動いたあとの線の長さは，
直線部分が１５ cm，１２ cm，９ cm で，
曲線部分は，半径が２ cm の円周になる。



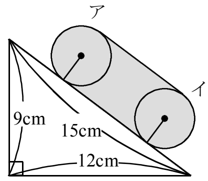
１５＋１２＋９＋２×２×３.１４
＝３６＋１２.５６
＝４８.５６（cm）

反復基本$\boxed{4}$(2)

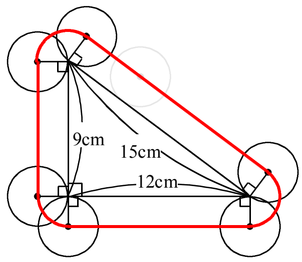
たとえば円が，右図のアからイまで動くと，



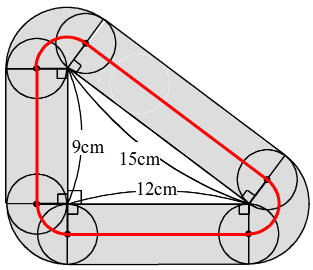
円が動いたあとは，右図のかげをつけた部分のようになる。



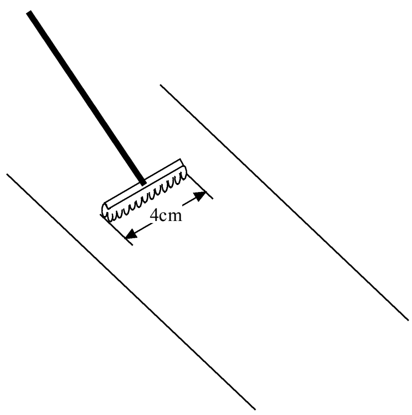
同じようにして，円が三角形のまわりをぐるっと１まわりすると，



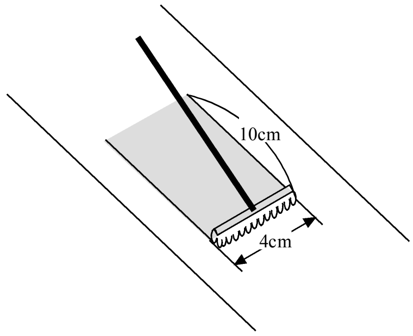
円が動いたあとは，右図のかげをつけた部分のようになる。



ところで，右図のようなモップ（ゆかをそうじするための道具）があったとする。
モップのはばが４ cm であるとする。
そしてモップに，グレーのインクをつけて，ゆかを進んでいくことにする。



(次のページへ)



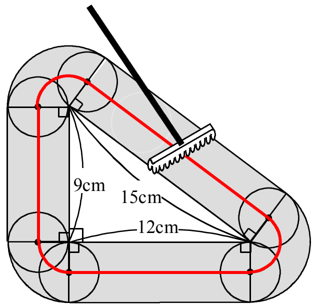
右図のように，１０ cm だけゆかを進むと，ゆかに１０ cm の長さぶんだけ，グレーのインクがつく。

インクがついた部分の面積は，
４×１０＝４０（cm^2）になる。

このように，モップでゆかにインクをつけるとき，

インクがついた部分の面積 ＝ モップの幅 × モップの柄が動いた長さ

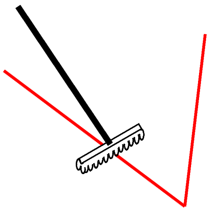
で求めることができる。



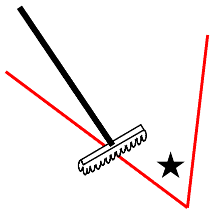
この問題の場合も，右図のように，幅が４ cm のモップ（円の半径が２ cm なので，直径は４ cm だから）を，赤い線にしたがって，ぐるっと１周したときの，インクがついた部分の面積を求めればよい。

モップの柄が動いた長さは，右図の赤い線の長さと同じだから，(1)で求めたように４８.５６（cm）。

かげのついた部分の面積（インクがついた部分の面積）
＝モップの幅 × モップの柄が動いた長さ
＝４ × ４８.５６
＝１９４.２４（cm^2）

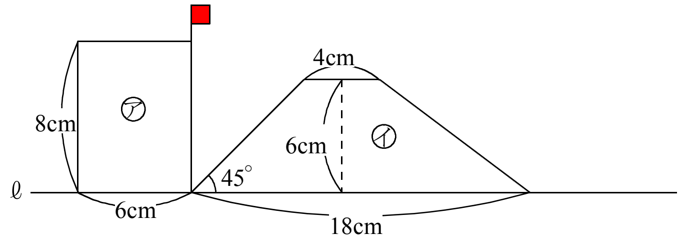
注意：　この解き方は，のような，モップがくぼんでいるところを通っていく場合は，使うことができない。

なぜなら，内側の部分（右図の★）を，モップは２度ぬりしてしまうので，正確な面積を求められないからである。

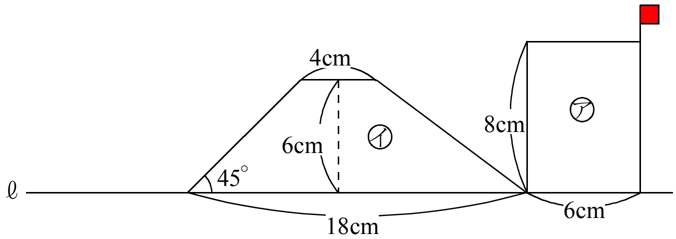


反復練習$\boxed{1}$(1)

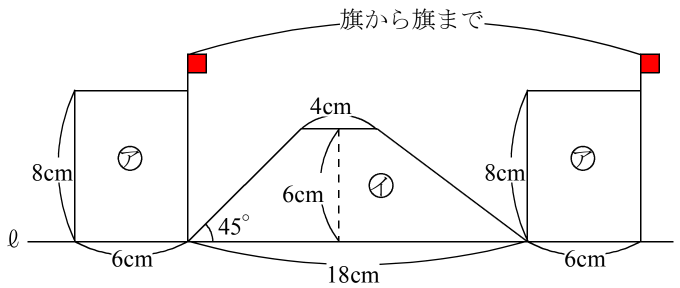
長方形 ㋐ に旗を立てておく。
右図が重なり始め。



右図が重なり終わり。

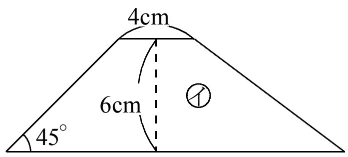


旗から旗までは,
１８＋６＝２４（cm)。
㋐ は毎秒１ cm の速さで
動くので，２つの図形が
重なっているのは,
２４÷１＝２４（秒)。



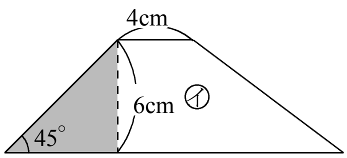
反復練習$\boxed{1}$(2)

台形の中の４５度という角度は，
飾（かざ）りで書かれているのではない。

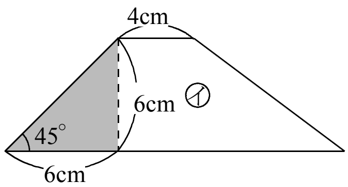


４５度という角度があれば，直角二等辺三角形を作ることができる

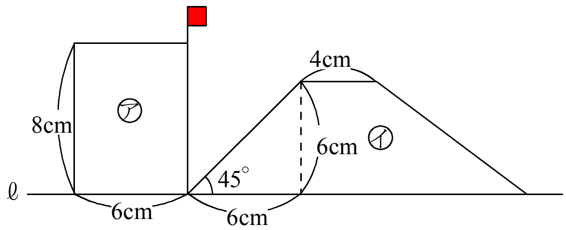
右図の，かげをつけた部分の三角形は，
直角二等辺三角形になる。



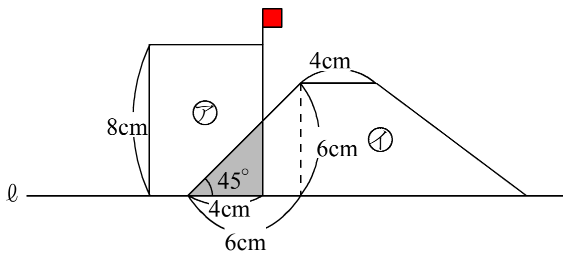
よって，底辺も６ cm になる。



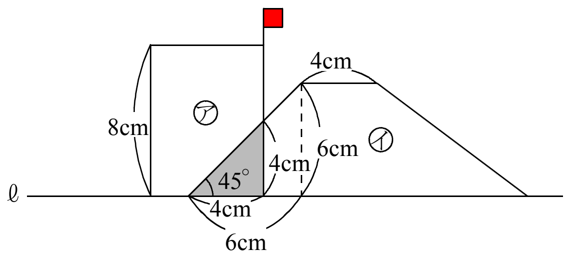
長方形㋐は，右図の状態から
４秒動いた。
毎秒１ cm ずつ動くから，
１×４＝４（cm）動いたことになる。



４秒後は，右図のようになる。
重なりは，かげをつけた部分。
かげをつけた部分も直角二等辺
三角形になるので，

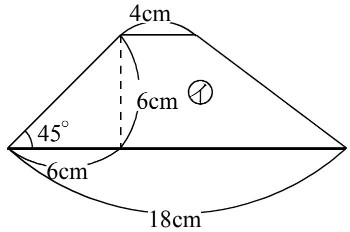


かげをつけた部分の高さも４ cm。
よって，動き始めてから４秒後の
面積は，４×４÷２＝８（cm^2）。



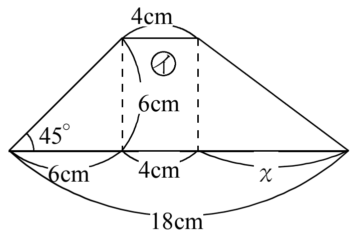
反復練習1(3)

まず，台形㋑において，わかる長さを求めておく。
(2)の問題までで，右図のようになっていることがわかっている。

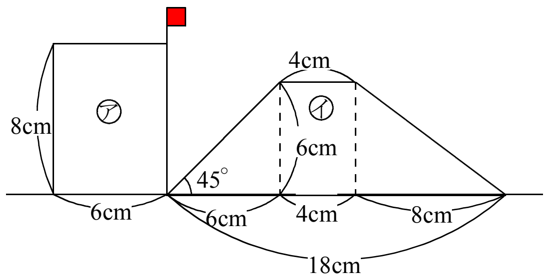


さらに，右図のようになるので，χの長さは，１８－（６＋４）＝８（cm）。

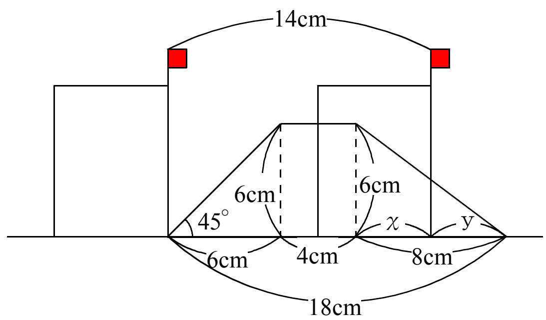
（見た目で等脚台形だと思ってはいけない。）



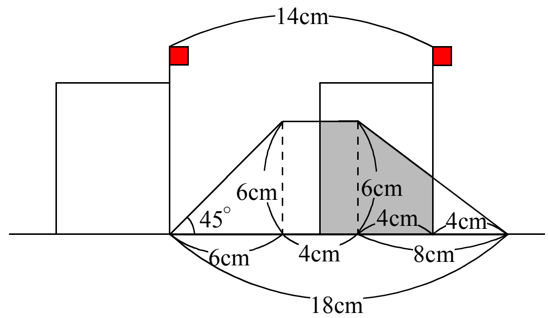
長方形㋐は，右図の状態から１４秒動いた。
毎秒１ cm ずつ動くから，
１×１４＝１４（cm）動いた。



右図のようになった。
χの長さは，１４－（６＋４）＝４（cm）。
ｙの長さは，８－４＝４（cm）。

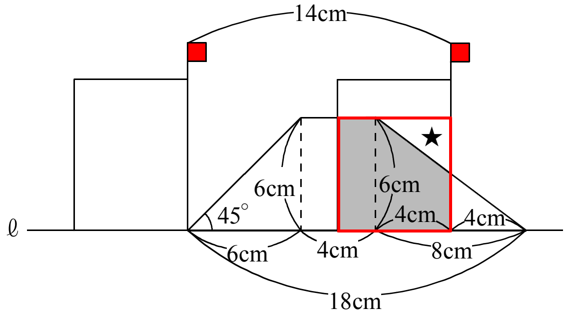


右図の，かげをつけた部分の面積を求めることになる。

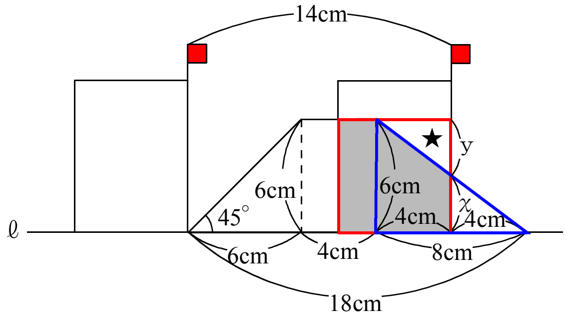


（次のページへ）

かげをつけた部分の面積は，
右図の赤い四角形から，★の
部分の面積を引いて求めることに
する。
赤い四角形のたての長さは６ cm で
横の長さは，長方形 ㋐ の横の長さと
同じだから６ cm。
よって，赤い四角形の面積は，
６×６＝３６（cm^2）。



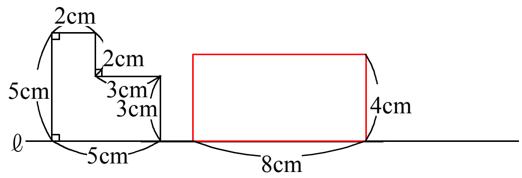
右図の青い三角形の，高さと底辺の
比は ６：８＝３：４。
よって，χ：４ も ３：４ だから，
χは３ cm。
y も，６－３＝３（cm）。
よって，★の面積は，
４×３÷２＝６（cm^2）。



以上のことから，１４秒後の重なりの面積は，３６－６＝３０（cm^2）。

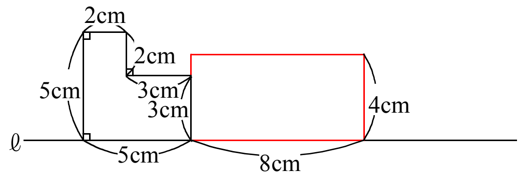
反復練習$\boxed{2}$(1)

右図の状態では，まだ重なり始めて

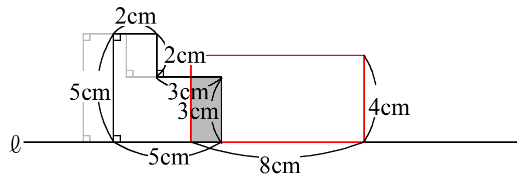


右の図のように，重なり始めてから，時間をカウントし始める。

このとき，まだ重なり部分はないので，面積は０ cm^2。



途中で右図のようになってから，

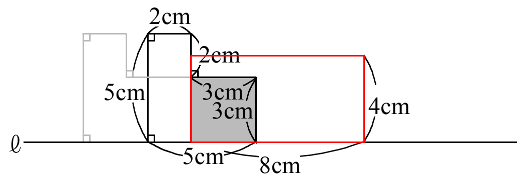


このようになるのが，ア秒のとき。

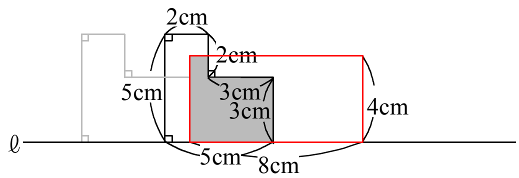
重なり部分の面積は，３×３＝９（cm^2）。

この図のようになるのは，重なり始めから，Ａが ５－２＝３（cm）動いたときである。Ａは秒速１ cm だから，

３÷１＝３（秒後）。…ア



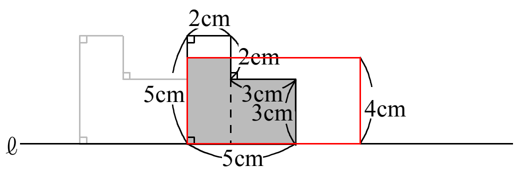
途中で右図のようになってから，



このようになるのが，５秒後。

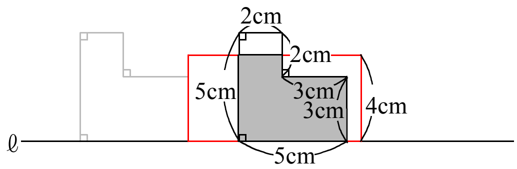
グラフに書いてある通り，Ａは５ cm 動いたので，５÷１＝５（秒）かかっている。このときの重なり部分の面積は，右図のように左右に分けて，

$\underbrace{4\times2}_{左}+\underbrace{3\times3}_{右}=8+9=17$（$cm^2$）…オ

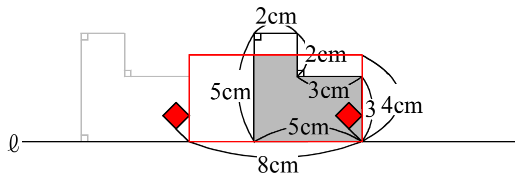


（次のページへ）

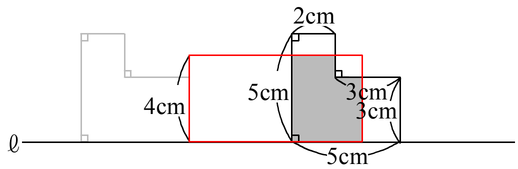
さらに途中で右図のようになるが，
重なり部分の面積は変わらない。



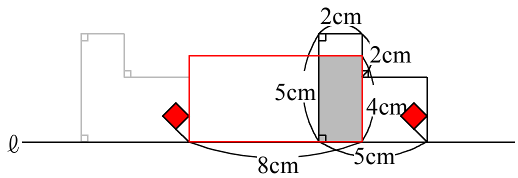
そして，右図のようになる。
この状態からほんの少しでも動くと，
図形Ａは長方形Ｂから飛び出す。
この状態になるのは，旗から旗まで
８ cm 動いたとき。
８÷１＝８（秒後）。 …イ



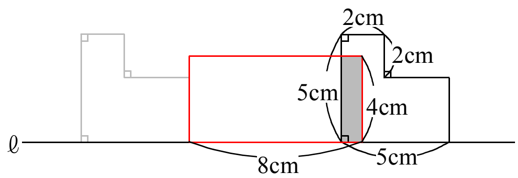
さらに途中で右図のようになり，



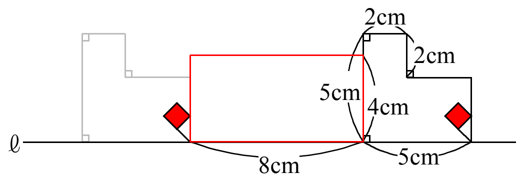
そして，右図のようになる。
この状態になるのは，動き始めてから
８＋（５－２）＝１１（cm）動いたので，
１１÷１＝１１（秒後）。
確かにグラフを見ても，１１秒後になっている。
重なり部分の面積は，２×４＝８（cm^2）。…エ



そして途中で右図のようになり，



最後に，右図のようになって重なり終わり。
旗から旗まで，８＋５＝１３（cm）動いた
のだから，１３÷１＝１３（秒後）。…ウ



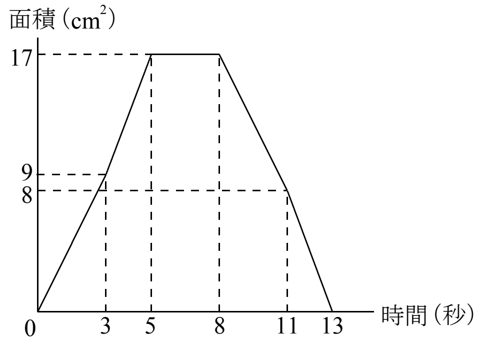
反復練習$\boxed{2}$(2)

このような問題では，解き方が２つある。

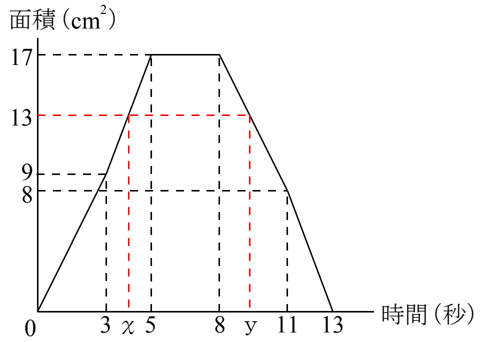
１．グラフを使って解く
２．図を使って解く

普通は，グラフを使って解く方がカンタン。

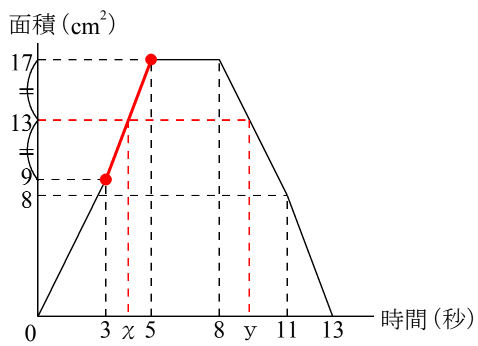
(1)でわかった数値を書き込むと，右のグラフになる。



重なり部分の面積が１３ cm² になるのは右のグラフのように２回ある。

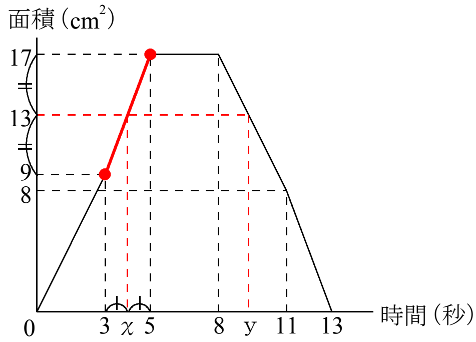


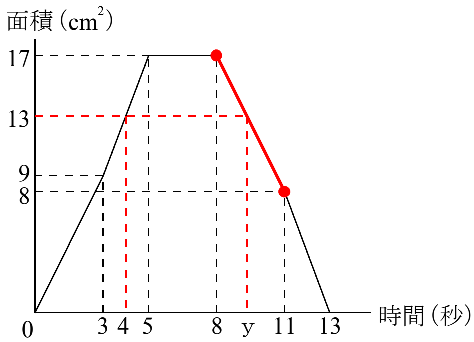
１回目は，右のグラフのχ秒のときだが，実はχを求めるのはとてもカンタン。
というのは，グラフの赤い太線は，３秒のとき９ cm²，５秒のとき１７ cm² になっている。
今，求めたい１３ cm² というのは，偶然にも９ cm² と１７ cm² の，ちょうど真ん中になっている。なぜなら，９と１７の平均は，
（９＋１７）÷２＝１３　となるから。



(次のページへ)

よって，χも３秒と５秒のまん中になるので，（３＋５）÷２＝4（秒後）。





次にｙを求める。

こちらは，χとちがって，ちょうどまん中にあるわけではないので，簡単な求め方はない。

右のグラフの赤い線のところを見ると，１１－８＝３（秒）で，１７－８＝９（cm²）だけ，面積が減っている。

３秒で９ cm² 減っているのだから，１秒あたり，９÷３＝３（cm²）ずつ減っている。

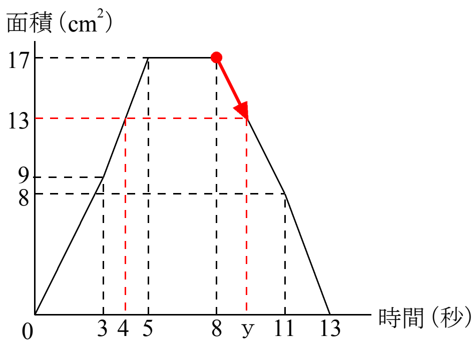
８秒のときの面積は１７ cm² で，今は１３ cm² にしたいのだから，１７－１３＝４（cm²）だけ減らしたい。

１秒あたり，３ cm² ずつ減るのだから，４ cm² 減らすには，

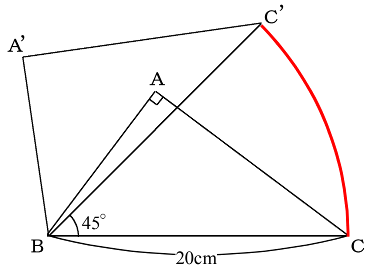
$4 \div 3 = 1\frac{1}{3}$（秒）かかる。

８秒のときから$1\frac{1}{3}$秒かかるのだから，

$8 + 1\frac{1}{3} = 9\frac{1}{3}$（秒後）。



反復練習$\boxed{3}$(1)



回転させても，ＢＣの長さは変わらない。

三角形を４５度回転させたのだから，
辺ＢＣも４５度回転する。

点Ｃは右図のように，点Ｂを中心として
半径が２０ cm で，中心角が４５度の弧を描く。

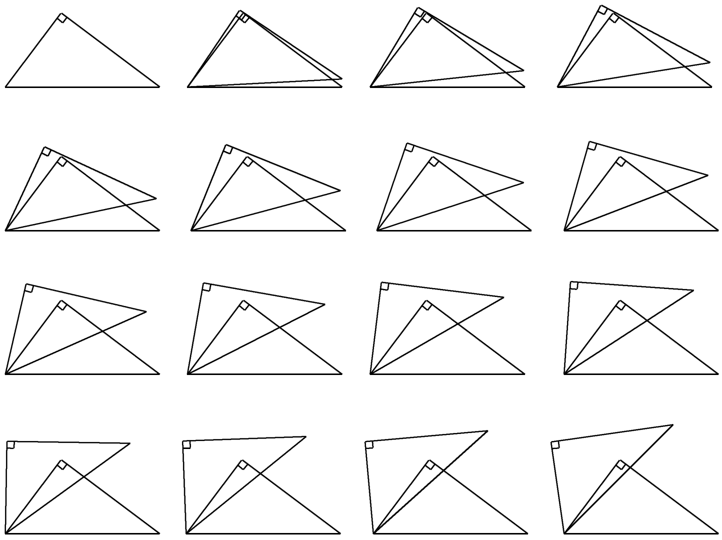
$$20 \times 2 \times 3.14 \times \frac{45}{360}$$

＝５×３.１４

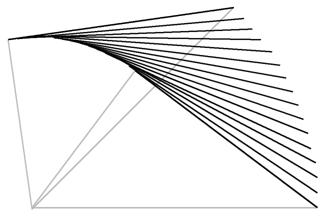
＝１５.７（cm）

反復練習$\boxed{3}$(2)

三角形ＡＢＣは，下の図のように回転していく。



辺ＡＣは，右図のように動いていく。

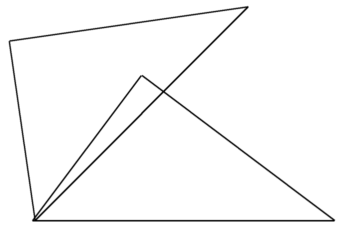


このような問題は，次のようにして作図するとよい。

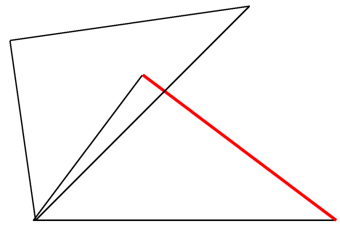
１．動き始めの図形と動き終わりの図形を書く。
２．動き始めの辺を太線にして書く。
３．動き終わりの辺を太線にして書く。
４．中心（動かない点）からいちばん遠い点が動いたあとの弧を太線にして書く。
５．中心（動かない点）からいちばん近い点が動いたあとの弧を太線にして書く。
６．太線で囲まれた部分が，求めるべき部分である。

（次のページへ）

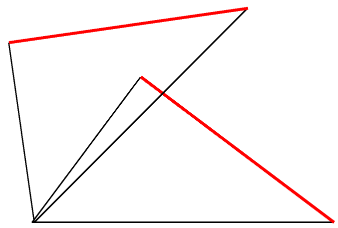
１．動き始めの図形と動き終わりの図形を書く。



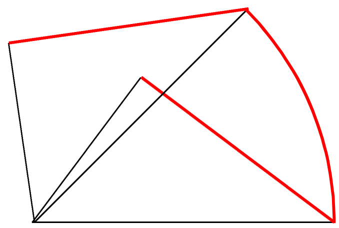
２．動きはじめの辺を太線にして書く。



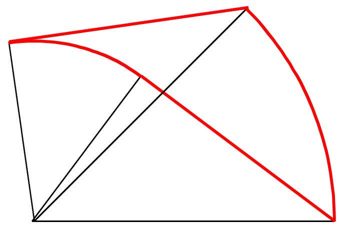
３．動き終わりの辺を太線にして書く。



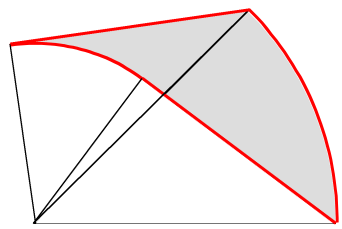
４．中心（動かない点）からいちばん遠い点が
動いたあとの弧を太線にして書く。



５．中心（動かない点）からいちばん近い点が
動いたあとの弧を太線にして書く。

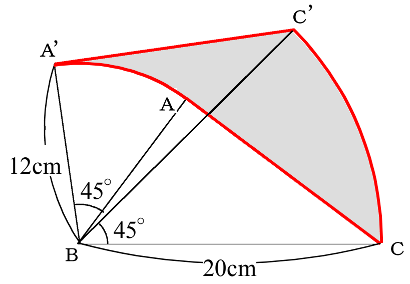


６．太線で囲まれた部分が，求めるべき部分である。



（次のページへ）

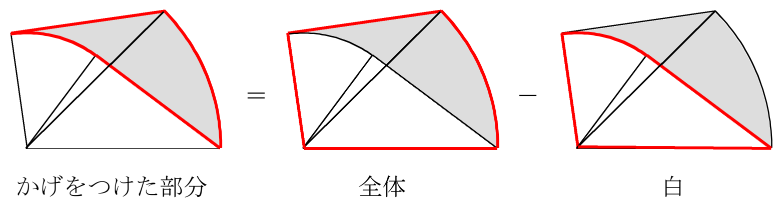
右図の，かげをつけた部分の面積を求めればよいことになった。
ところで，右図の赤い太線をよく見ると，直線が２本と，弧が２本でできている。



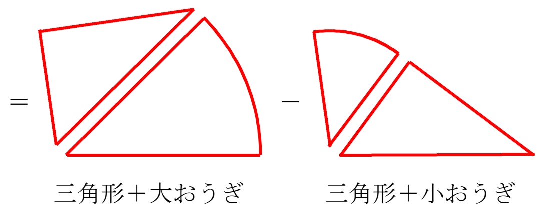
弧が２本ある図形の面積は， 「大おうぎ形－小おうぎ形」で 求められる場合がほとんどである。

ということを，覚えておくと役に立つ。
この問題の場合も確かにあてはまる。その理由を以下に書く。

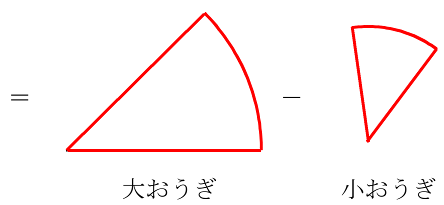
かげをつけた部分の面積は，全体の面積から，白い部分の面積を引いたものになる。



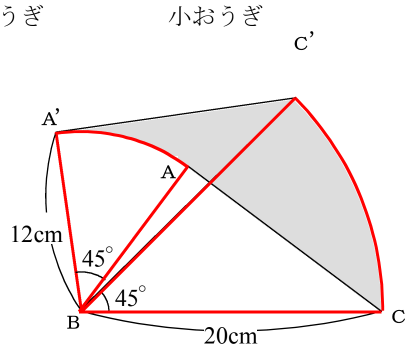
ところが，全体は「三角形＋大おうぎ」であり，白い部分は「三角形＋小おうぎ」である。



よって，「三角形＋大おうぎ」と「三角形＋小おうぎ」の差を求めることになるが，両方に同じ「三角形」がふくまれているので，結局，「大おうぎ」と「小おうぎ」の差を求めればよいことになった。



この問題では，三角形ＡＢＣを４５度回転させたので，辺ＢＣも４５度，辺ＢＡも４５度回転する。よって，「大おうぎ」も「小おうぎ」も，中心角は４５度。（八分円ということ。）



「大おうぎ」の半径は２０ cm，「小おうぎ」の半径は１２ cm だから，
「大おうぎ」－「小おうぎ」
＝２０×２０×３.１４÷８－１２×１２×３.１４÷８
＝（２０×２０－１２×１２）×３.１４÷８
＝３２×３.１４
＝１００.４８（cm^2）

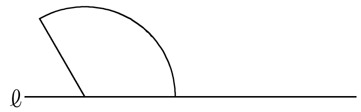
反復練習$\boxed{4}$(1)

おうぎ形の回転のしかたを，

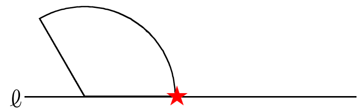
「おうぎ形の回転運動アニメ」http://www.suguru.jp/seminar/SectorRotation.html

で確認しておくこと。なお，中心角を 120 度にすると，この問題と同じおうぎ形になる。

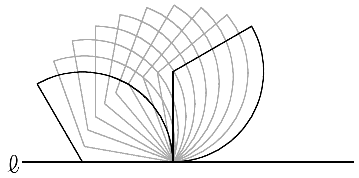
動き始めは，右図の状態。



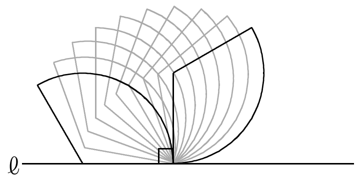
しばらくは，右図の★の点が動かないようにして，



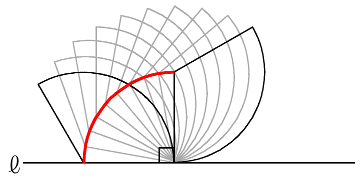
このように，起き上がっていく。



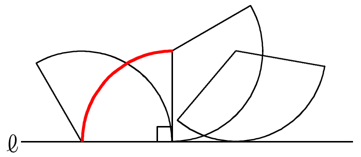
完全に起き上がったとき，半径はℓと垂直になっていることに注意。



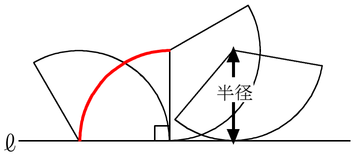
よって，おうぎ形の中心Oは，右図のように四分円を描くように動く。



さらに，右図のようにおうぎ形がころがっていく。

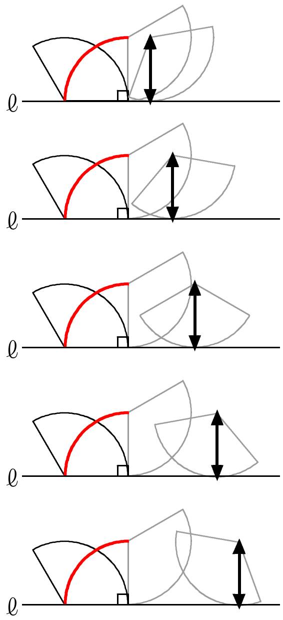


このとき，おうぎ形の中心Oからℓまで，真下に線を引くと，その長さは「半径」になっている。

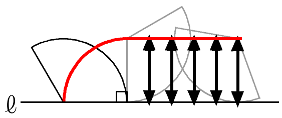


(次のページへ)

右図のように，おうぎ形がころがっている間は，おうぎ形の中心Oからℓまで真下に引いた長さは，必ず「半径」になっている。

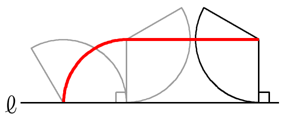


半径は必ず等しいので，おうぎ形がころがっている間は，

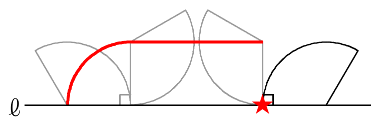
おうぎ形の中心Oは， 

のように直線を描く。

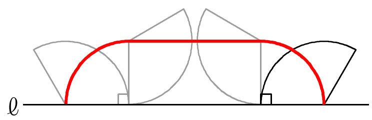
おうぎ形の中心Oが直線を描くのは，右図のように半径がℓと垂直になったときまで。



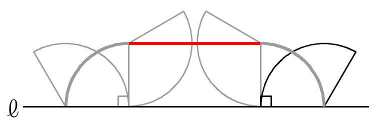
そのあとは，動き始めのときと同じように，★の点が動かないようにして，回転していく。



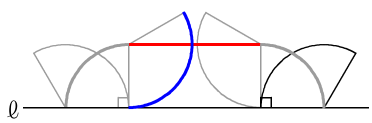
よって，おうぎ形の中心Oは，右図の赤い線のように動くことになる。この赤い線のうち，四分円の弧の部分は簡単だが，



右図の赤い線の部分の長さを求めることがむずかしい。この部分の長さは，



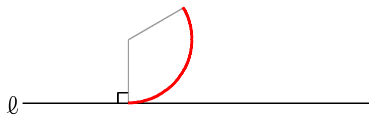
おうぎ形の弧の長さ（右図の青い線）と同じになる。なぜなら，



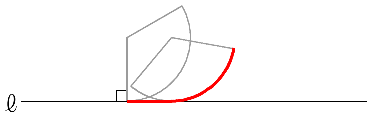
（次のページへ）

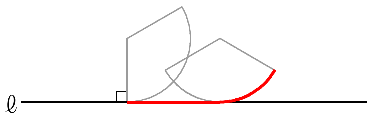
おうぎ形の弧の部分に，右図のように赤いインクをつけたとする。

おうぎ形をころがしていくと，この赤いインクが，地面ℓになすりつけられる，というイメージを持つ。



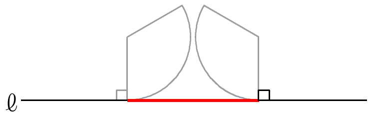
右の図のようになすりつけられていって，





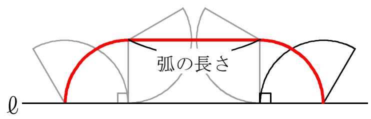
結局，右の図のように，弧の部分がすべて地面ℓになすりつけられてしまった。

つまり，右図の赤い線の長さは，弧の長さと同じになる。



よって，点Ｏが動いた長さは，

四分円（中心角９０度のおうぎ形）の弧が２つぶんと，おうぎ形（中心角１２０度のおうぎ形）の弧の長さの和になる。



整理すると，右の表のようになる。

半径はどれも６ cm で，中心角の和は，

９０＋１２０＋９０＝３００（度）。

半径	中心角
６ cm	９０度
６ cm	１２０度
６ cm	９０度

点Ｏが動いた長さは，

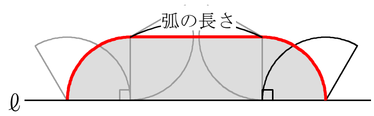
$$6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{300}{360}$$

$= 10 \times 3.14$

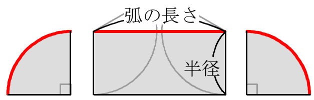
$= 31.4$（cm）

反復練習$\boxed{4}$(2)

求めるのは，右図のかげをつけた部分の面積。



この部分を，右図のように，四分円と，長方形と，四分円に分ける。



四分円の面積は，６×６×３.１４÷４＝９×３.１４ で求められる。

長方形の横の長さは弧の長さで，おうぎ形の中心角は１２０度（円の$\frac{1}{3}$）だったから，

長方形の面積は，$\underbrace{6}_{\text{半径}} \times \underbrace{6 \times 2 \times 3.14 \div 3}_{\text{弧の長さ}} = 24 \times 3.14$

よって，かげをつけた部分の面積は，

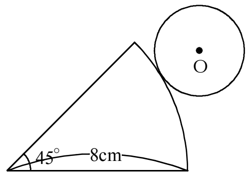
$\underbrace{9 \times 3.14}_{\text{四分円}} \times 2 + \underbrace{24 \times 3.14}_{\text{長方形}}$

＝４２×３.１４

＝１３１.８８（cm^2）

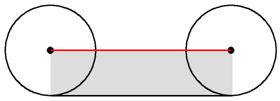
反復練習$\boxed{5}$(1)

このような問題を解くときは，まず点Ｏが動いたあとの線を描くことが大切である。

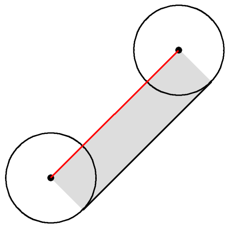


線を描くときに，次のことに注意すること。
（理由はともかく，何となくわかることが大切）

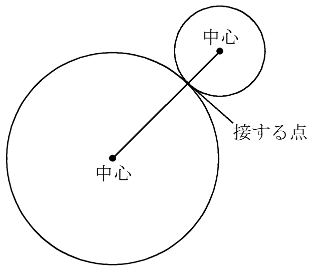
１．直線上を円が動くとき，点Ｏが動いた部分を使って長方形ができる。



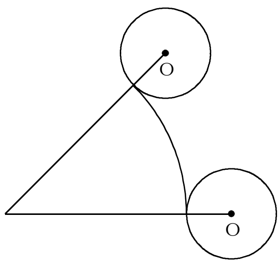
たとえ直線がななめになっていても，長方形ができる。



２．他の円の円周上を円が動くとき，他の円の中心と動く円の中心と，接する点の３つの点は一直線になる。

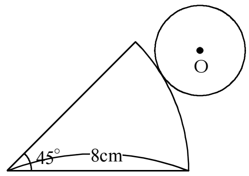


ということは，おうぎ形の弧の上を円が動くときも，円がおうぎ形のはじにきたときは，右の図のようにおうぎ形の中心・接する点・円の中心が，一直線になる。



（次のページへ）

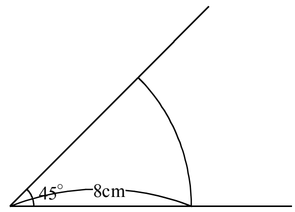
これらのことから，右図のようなおうぎ形のまわりを円が動くときは，



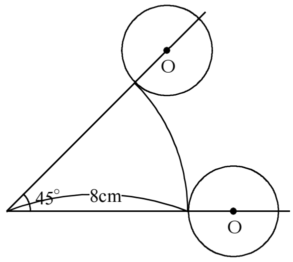
直線上を動いているとき … 長方形を作る 弧の上を動いているとき … 半径の線をのばす

このようにして，作図していく。

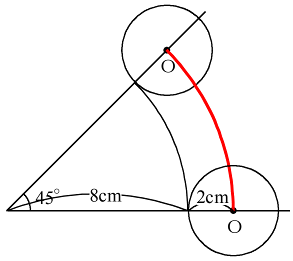
まず，弧の上を動いているときは，右図のように半径をのばし，



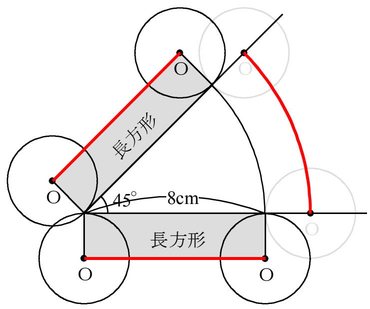
のばした線上に円の中心がくるように，ぴったりくっつけて円を描く。



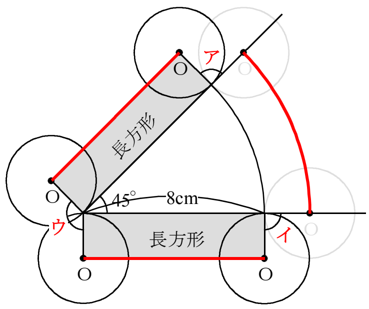
点Oは，右図のように，半径が ８＋２＝１０（cm）で，中心角が４５度のおうぎ形の弧を描く。



直線上には長方形を作るように，円を描いていく。

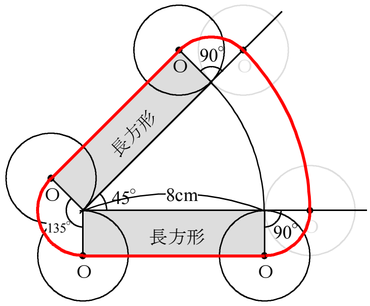


また，右図のアの角度は一直線の１８０度から長方形の１つの角度である９０度を引いた残りなので，１８０－９０＝９０（度）。
イも同様に９０度。
ウは３６０度から，９０度と９０度と４５度を引いた残りなので，３６０－（９０×２＋４５）＝１３５（度）。



（次のページへ）

以上のことから，円の中心Oが動いたあとの線は，右図のようになる。



線の長さは，以下のように整理できる。

ア．直線部分…８ cm が２本
イ．曲線部分…半径が１０ cm で中心角が４５度のおうぎ形の弧
ウ．曲線部分…半径が２ cm で中心角が９０度のおうぎ形の弧が２つ
エ．曲線部分…半径が２ cm で中心角が１３５度のおうぎ形の弧

このうち，ウとエはどちらも半径が２ cm だから，合わせて考えると，中心角は９０×２＋１３５＝３１５（度）。

よって，

$$8\times 2 + 10\times 2\times 3.14\times\frac{45}{360} + 2\times 2\times 3.14\times\frac{315}{360}$$

$=16 + 2.5\times 3.14 + 3.5\times 3.14$

$=16 + (2.5+3.5)\times 3.14$

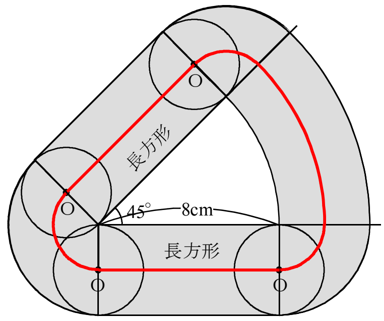
$=16 + 6\times 3.14$

$=16 + 18.84$

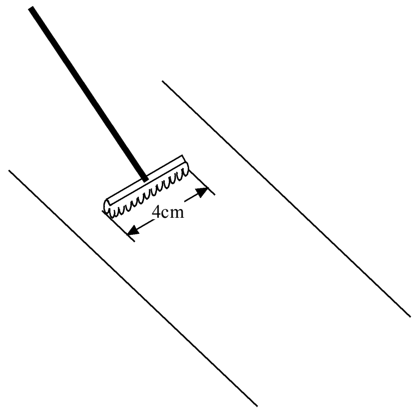
$=34.84$（cm）

反復練習$\boxed{5}$(2)

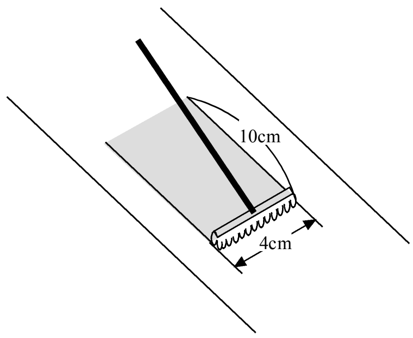
円が動いたあとは，右図のかげをつけた部分のようになる。



ところで，右図のようなモップ（床をそうじするための道具）があったとする。
モップのはばを４ cm であるとする。
そしてモップに，グレーのインクをつけて，ゆかを進んでいくことにする。



右図のように，１０ cm だけゆかを進むと，ゆかに１０ cm の長さぶんだけ，グレーのインクがつく。
インクがついた部分の面積は，
４×１０＝４０（cm^2）になる。



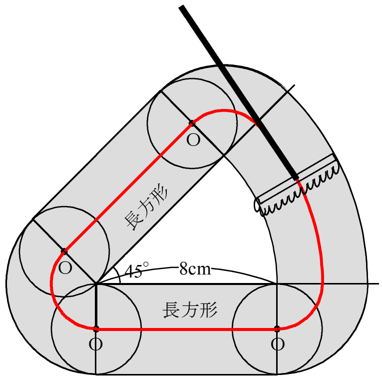
このように，モップでゆかにインクをつけるとき，

インクがついた部分の面積 ＝ モップの幅（はば） × モップの柄（え）が動いた長さ

で求めることができる。

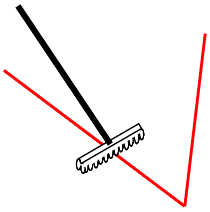
（次のページへ）

　この問題の場合も，右図のように，幅が４ cm のモップ（円の半径が２ cm なので，直径は４ cm だから）を，赤い線にしたがって，ぐるっと１周したときの，インクがついた部分の面積を求めればよい。

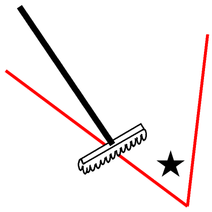


　モップの柄が動いた長さは，右図の赤い線の長さと同じだから，(1)で求めたように３４.８４（cm)。

　かげのついた部分の面積（インクがついた部分の面積）
＝モップの幅 × モップの柄が動いた長さ
＝４ × ３４.８４
＝１３９.３６（cm^2）

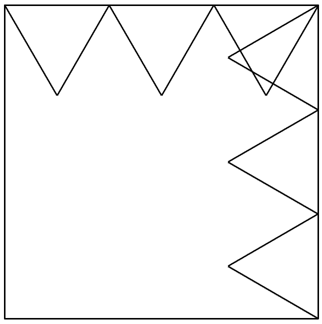
注意：　この解き方は，のような，モップがくぼんでいるところを

通っていく場合は，使うことができない。
　なぜなら，内側の部分（右図の★）を，モップは２度ぬりしてしまうので，正確な面積を求められないからである。

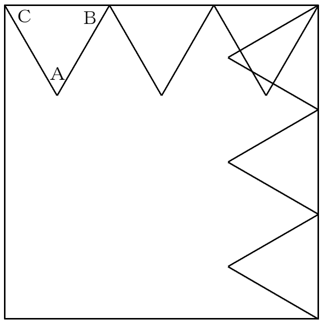


チャレンジ(1)

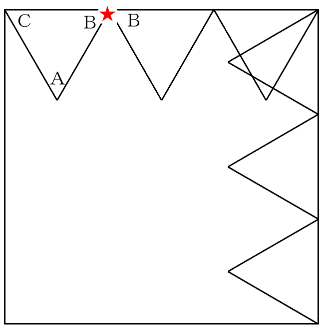
まず，正三角形を右図のように書く。
調子に乗って，１まわりぶん書いてしまうことのないように注意。



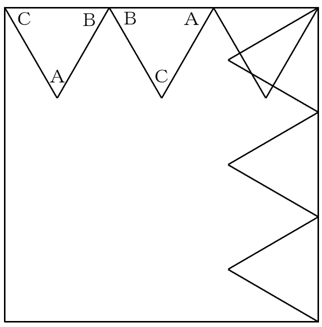
次に，スタートするときの正三角形の頂点を書く。
正三角形の内側に書いた方がよい。
また，Ａ，Ｂ，Ｃの記号が，反時計回りに書いてあることにも注意する。



ころがるときに，右図の★の点Ｂは動かない。
よって，ころがったあとの正三角形でも，点Ｂは同じところにいる。

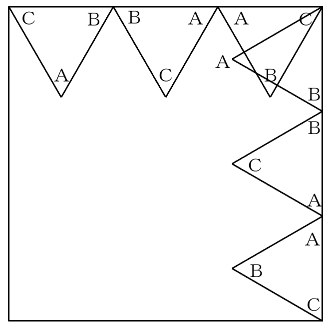


反時計回りにＢから，Ｂ・Ｃ・Ａ と，記号を書きこんでいく。

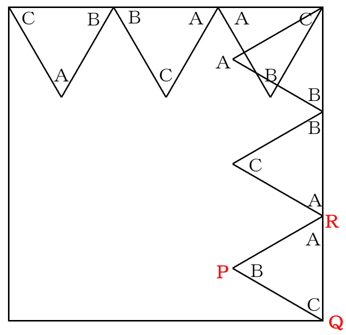


（次のページへ）

どんどん書き込むと，右図のようになる。

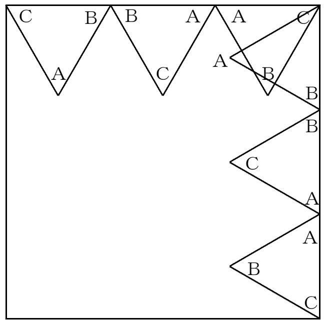


問題には，右図のように記号が書いてあったから，頂点Aに重なるのは，頂点Rになる。

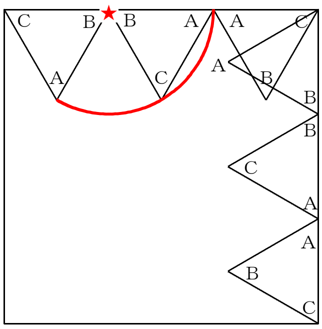


チャレンジ(2)

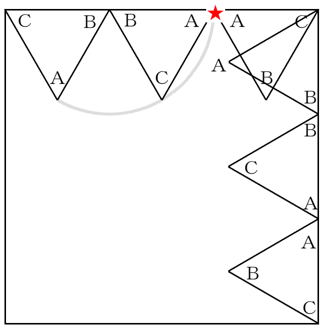
(1)で，右図のように頂点を書きこむことができた。
あとは少しずつ，頂点Ａの動いたあとの線を書きこんでいくだけ。



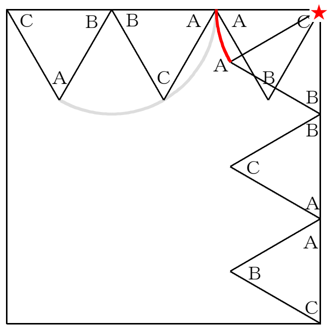
頂点Ａは，以下のように書きこむことになる。



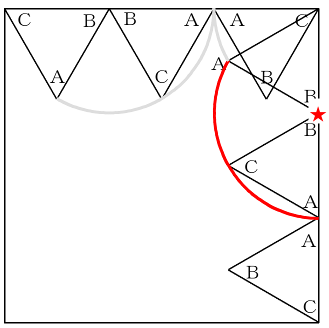
半径６ cm，中心角は
１８０－６０＝１２０（度）



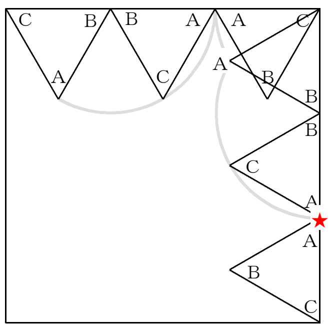
頂点Ａは動かない



半径６ cm，中心角は
９０－６０＝３０（度）



半径６ cm，中心角は
１８０－６０＝１２０（度）



頂点Ａは動かない

以上のことから，頂点Ａは，半径が６ cm で，中心角の合計が，
１２０＋３０＋１２０＝２７０（度）の弧を描く。その長さは，

$$6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{270}{360} = 9 \times 3.14 = 28.26 \text{ (cm)}$$