演習問題集・５年下・第１４回

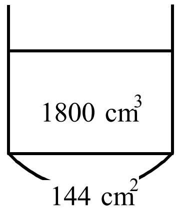
反復問題のくわしい解説

目　次

すぐる学習会

反復基本1(1)

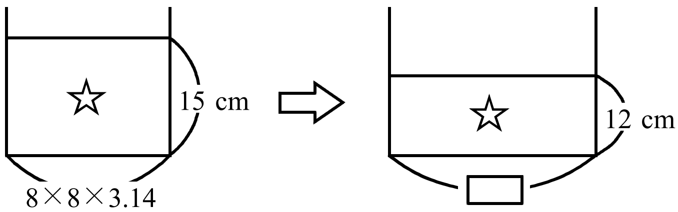
　底面は１辺１２ cm の正方形。
　その正方形の面積は，１２×１２＝１４４（cm^2）。
　水を 1.8 L＝１８００ cm^3 入れると，右の図のようになる。



　水の深さは，１８００÷１４４＝１２.５（cm）。

反復基本1(2)

　半径が８ cm の円柱の底面積は，８×８×3.1４ で求められる。（計算はしない方がよい。）



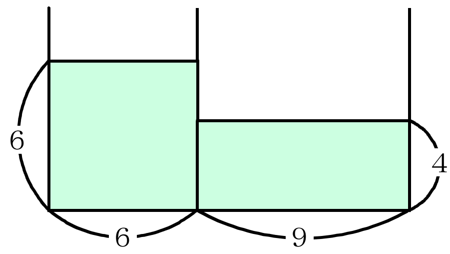
　水の深さは１５ cm だから，
水の量は，
　８×８×3.1４×１５ で
求められる。（計算はしない方がよい。）

　この水を，他の直方体の容器に移しても，水の量は変わらず，水の深さは１２ cm になったのだから，この直方体の底面積は，
　８×８×3.1４×１５÷１２
＝（８×８×１５÷１２）×3.1４
＝８０×3.1４
＝２５１.２（cm^2）。

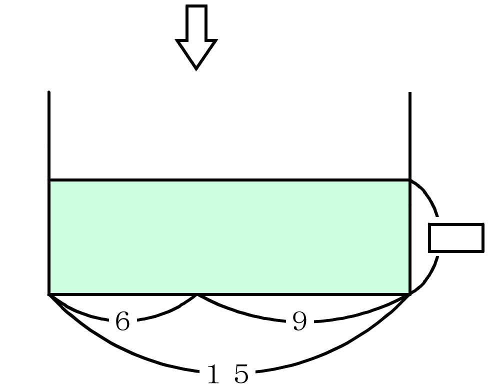
　※3.1４の計算は後回しにした方が，計算が楽になる。

反復基本$\boxed{1}$(3)

右の図のように，水が入っている。
水が入っている部分の面積は，
６×６＋９×４＝７２。

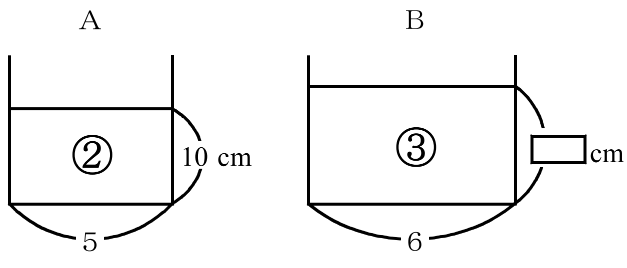


仕切りをはずすと，水が入っている部分は，右の図のようになるが，水が入っている部分の面積は，７２ のまま変わらない。



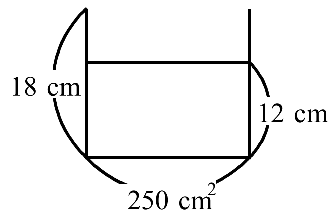
横の長さは，６＋９＝１５ だから，水の深さ（図の$\boxed{}$）は，
７２÷１５＝**4.8**（cm）。

反復基本$\boxed{1}$(4)

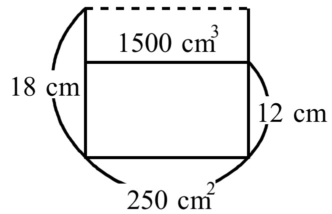


ＡとＢの底面積の比が ５：６ だから，Ａの底面積を５，Ｂの底面積を６とする。
ＡとＢに入れた水の量の比は ２：３ だから，Ａの水の量を②，Ｂの水の量を③とする。
Ａの水の深さは１０ cm だから，Ａの水の体積は ５×１０＝５０。
これが②にあたるから，①あたり，５０÷２＝２５。
Ｂの水の量は③にあたるから，２５×３＝７５。
よってＢは，水の量が７５，底面積は６になるので，Ｂの水の深さは，
７５÷６＝**１２.５**（cm）。

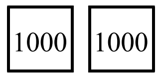
反復基本$\boxed{1}$(5)



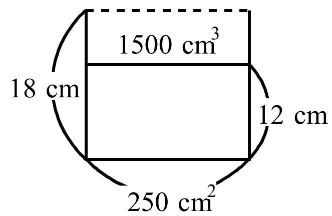
右の図のように水が入っている。



この容器には，あと　１８－１２＝６（cm）ぶん，
さらに水を入れることができる。
６ cm ぶんの体積は，２５０×６＝１５００（cm^3）。



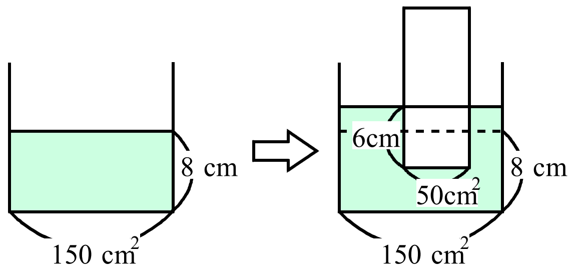
実際には，さらに水を入れるのではなく，
１辺が１０ cm の立方体を２個しずめた。
１個の体積は　１０×１０×１０＝１０００（cm^3）だから，２個ぶんでは，１０００×２＝２０００（cm^3）。



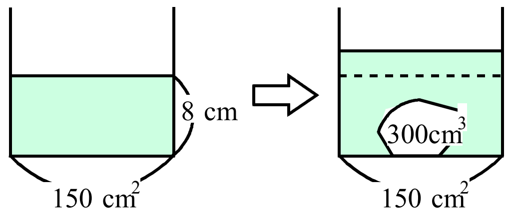
ところがこの容器には，あと　１５００ cm^3 しか
入れられない。

よって，２０００－１５００＝５００ cm^3 だけ，
水がこぼれることになる。

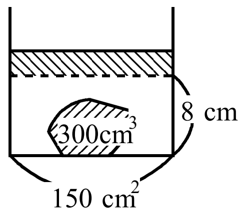
反復基本$\boxed{1}$(6)



　底面積が１５０ cm^2 の直方体の容器に，水が８ cm 入っていた。
　ここに，底面積が５０ cm^2 の直方体のおもりを６ cm しずめると，水の深さは上がる。
　なぜ上がるかというと，直方体のおもりが６ cm ぶん入ったから。
　直方体のおもり６ cm ぶんの体積は，５０×６＝３００（cm^3）。



　つまりこの問題は，３００ cm^3 の石を水の中にしずめると，水の深さは何 cm になるか，という問題と同じ。



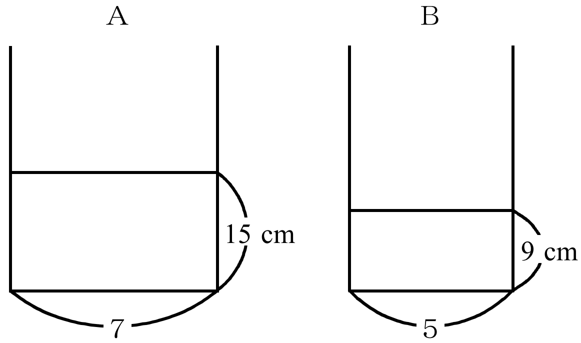
　右の図のように，３００ cm^3 の石を入れると，水の深さも３００ cm^3 ぶん増える。

　この容器の底面積は１５０ cm^2 だったから，水の深さは，３００÷１５０＝２（cm）ぶん上がる。

　もとの水の深さは８ cm だったから，８＋２＝１０（cm）。

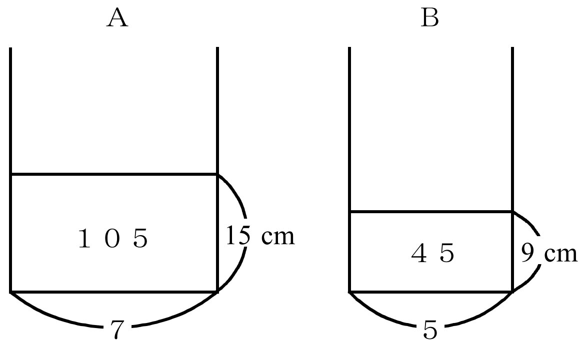
反復基本$\boxed{2}$(1)

　ＡとＢの底面積の比は７：５だから，Ａの底面積を７，Ｂの底面積を５にする。
　また，Ａには１５ cm，Ｂには９ cm の水が入っている。



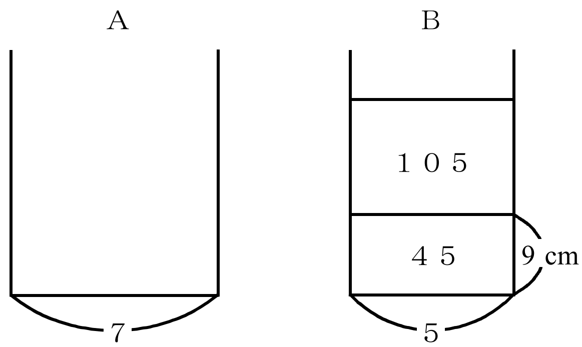
　Ａに入っている水の体積は，
７×１５＝１０５。
　Ｂに入っている水の体積は，
５×９＝４５。

　よって，ＡとＢに入っている水の体積の比は，
　１０５：４５＝**７：３**　になる。

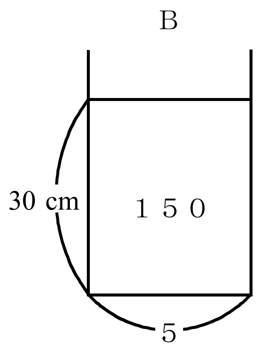


反復基本$\boxed{2}$(2)

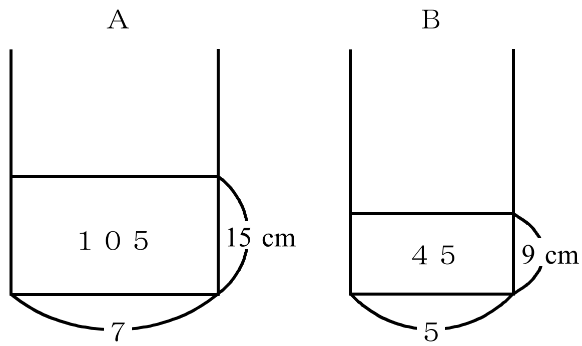
　Ａに入っている水を全部Ｂに移すと，右の図のようになる。
　Ｂに入っている水の体積は，
４５＋１０５＝１５０　になる。



　Ｂの底面積は５だから，Ｂの水の深さは，１５０÷５＝**３０**（cm）になる。



反復基本$\boxed{2}$(3)



水は，右の図のように入っていた。

ここで，Ａに入っている水の一部をＢに移して，ＡとＢに入っている水の体積を等しくしたい，という問題。

水はＡからＢに移しただけで，水をこぼして少なくしたり，他から水を持ってきたわけではない。
つまり，

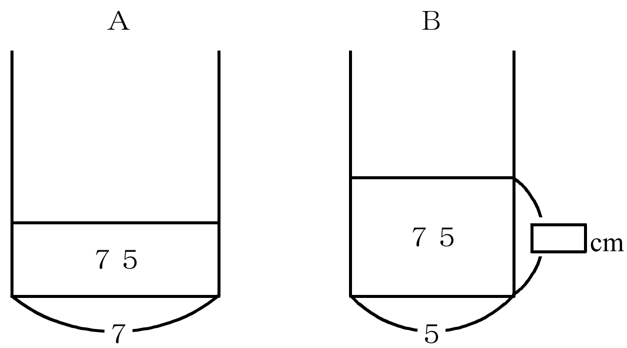
全体の水の体積は変わらない。

このことに注意して，問題を解いていく。

Ａには１０５，Ｂには４５の水が入っていたのだから，全体の水の体積は，
１０５＋４５＝１５０。

ＡからＢに水を移しても，全体の体積は１５０のまま。
しかも，ＡとＢの水の体積が等しくなったのだから，ＡからＢに水を移したあとに，
ＡやＢに入っている水の体積は，１５０÷２＝７５。

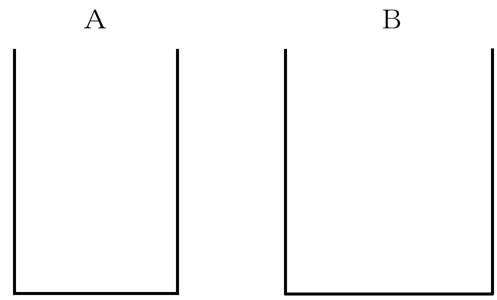
よって，右の図のようになった。



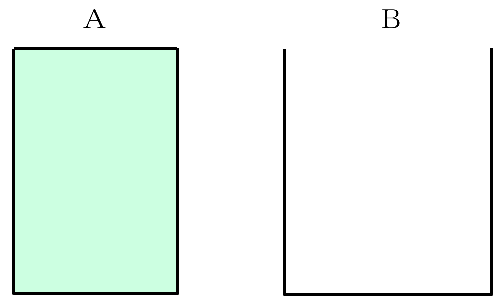
Ｂの水の深さは，
７５÷５＝１５（cm)。

反復基本$\boxed{3}$

高さが等しい円柱の容器Ａ，Ｂがある。

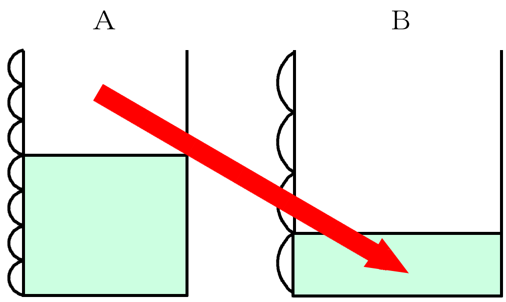


Ａにいっぱいの水を入れた後，



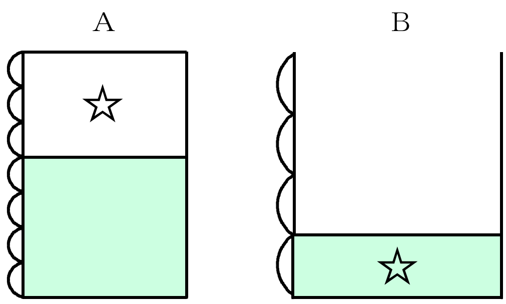
Ａの$\frac{3}{7}$の水をＢに移すと，

Ｂの$\frac{1}{4}$の深さまで水が入った。



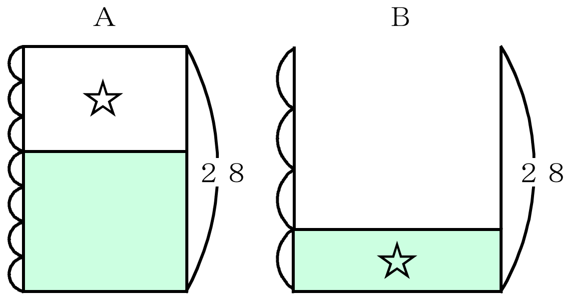
つまり，Ａの$\frac{3}{7}$の水の体積と，

Ｂの$\frac{1}{4}$の水の体積が等しい。

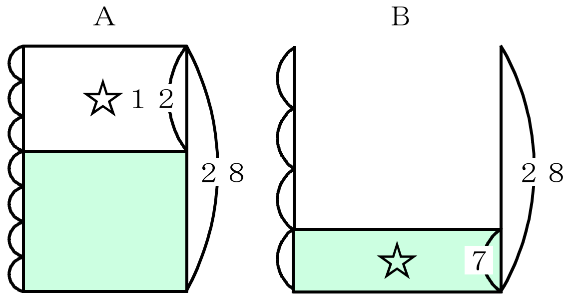


（反復基本$\boxed{3}$の続き）

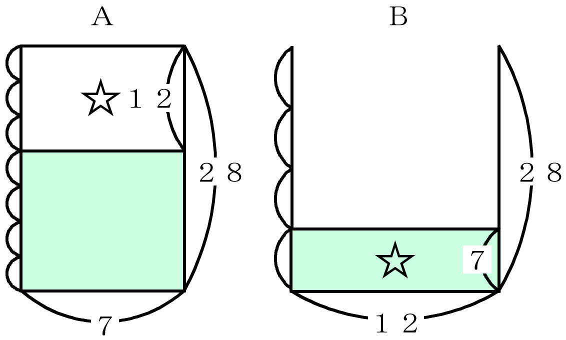
ところで，Ａは容器の高さを７等分，Ｂは容器の高さを４等分しているので，ＡとＢの高さを（７と４の最小公倍数である）２８ cm にする。



すると，Ａの　２８÷７×３＝１２（cm）ぶんの体積と，Ｂの　２８÷４＝７（cm）ぶんの体積が等しいことになる。

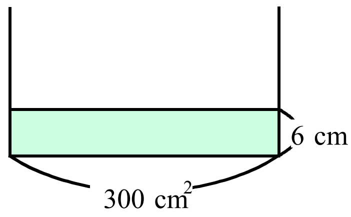


（Ａの底面積）×１２　　と，
（Ｂの底面積）×７　　　が，
等しいことになるので，ＡとＢの底面積の比は逆比になって，７：１２。

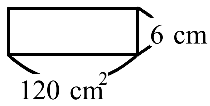


反復基本$\boxed{4}$(1)

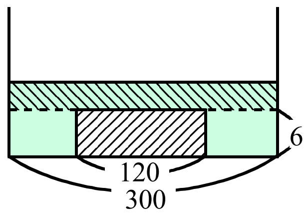
水そうの底面積は，１５×２０＝３００（cm^2)。
入っている水の深さは，６ cm だった。



この水そうに，底面積が １０×１２＝１２０（cm^2）で高さが６ cm の直方体を入れる。

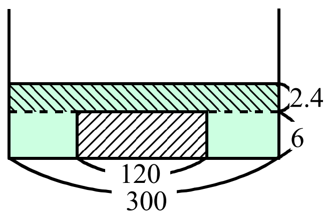


直方体は水そうの水の中に全部入ってしまうので，直方体の体積である，１２０×６＝７２０（cm^3）だけ，水面は上がる。（右図の 部分。）



部分の底面積は３００ cm^2 だから，

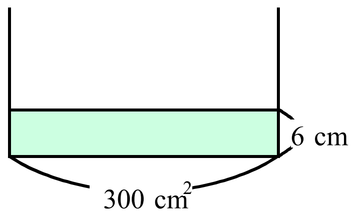
７２０÷３００＝2.4（cm）だけ，水面は上がる。



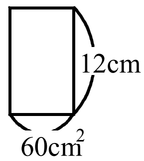
よって，水面の高さは，底から
６＋2.4＝**8.4**（cm）になる。

反復基本$\boxed{4}$(2)

(1)の問題で入っていた直方体を取り出して，

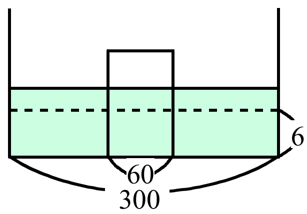


(2)の問題では，底面積が　６×１０＝６０（cm^2）で，
高さが１２ cm の直方体を水そうに入れる。



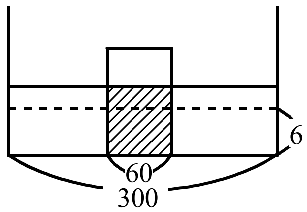
水の深さ（６ cm）よりも，この直方体の高さ（１２ cm）の方がかなり高いので，この直方体を入れても，水そうの水の中に，全部は入り切らないことが予想される。

右の図のように，直方体が，水面より上にちょっと出ているようになるのではということ。

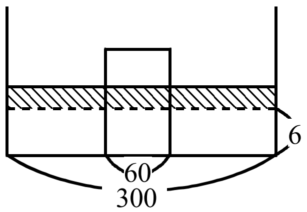


ところで，なぜ水面は上がるのか，わかりますね？
それは，直方体を，水の中に入れたから。

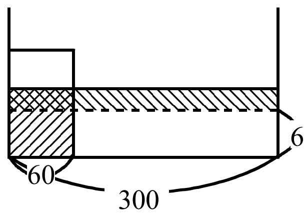
つまり，水の中に入れた直方体の体積ぶん（右図の　），



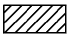
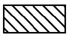
水面は上がることになる（右図の　）。

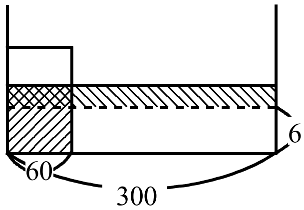


重ねて描くと，右図のようになる。
（直方体は左はしに寄せておいた。）

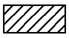
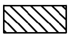


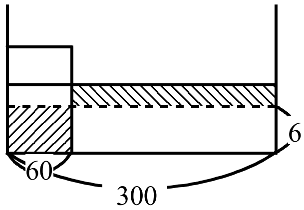
（反復基本4(2)のつづき）

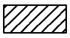
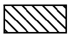
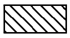
右図において， の体積は求められないし，
 の体積も求められない。



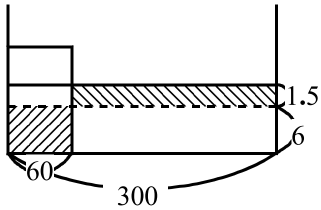
このような場合は，

 と  の重なり部分を取り除く。
すると，右図のようになる。



この図において， の部分の体積は，
６０×６＝３６０（cm³）。
よって， の部分の体積も３６０ cm³ になる。
 の部分の底面積は ３００－６０＝２４０（cm²） だから，
高さは，３６０÷２４０＝１.５（cm）。

よって，水面は１.５ cm 高くなったことがわかった。
底からの水面の高さは，
６＋１.５＝７.５（cm）。



反復練習$\boxed{1}$(1)

この問題には，いろいろ押さえておきたいポイントがある。
・底面積の比を求めるとき，円周率は使わないこと。
・水の量が等しいとき，底面積の比と水の深さの比は逆比になること。
・逆比を求めるときは，ただ単に逆から書けばよいわけではないこと。。
・きちんと図を書いて，①あたりを求めること。

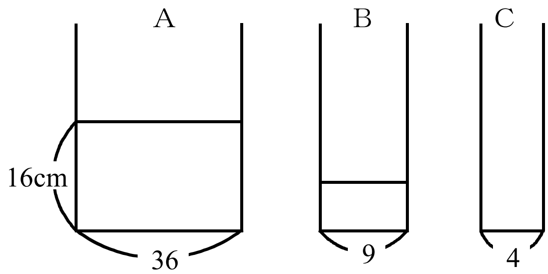
このようなことに注意して，問題を解いていこう。

Ａ・Ｂ・Ｃの半径が６ cm，３ cm，２ cm とわかっているので，Ａ・Ｂ・Ｃの底面積もわかる。ただ，３.１４の計算をすると，底面積が面倒な数になってしまう。
（それどころか，実は問題文には，「円周率を３.１４とします」なんて書いてないし。）

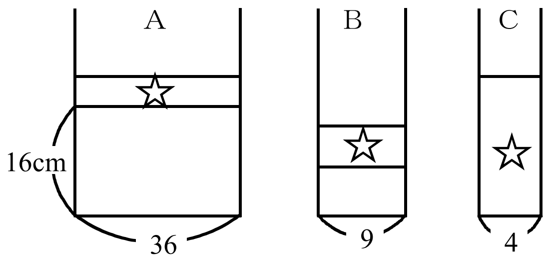
そこで，Ａ・Ｂ・Ｃの底面積ではなく，Ａ・Ｂ・Ｃの，底面積の比を求めることにする。
比を求めるときは，３.１４の計算はしないように！

Ａの底面積　：　Ｂの底面積　：　Ｃの底面積
＝（６×６×３.１４）:（３×３×３.１４）:（２×２×３.１４）
＝３６：９：４

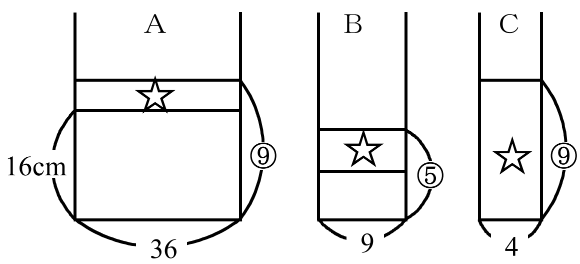
右の図のようになる。



３つの容器に等しい量の水を入れると，



水の深さは　９：５：９　になった。



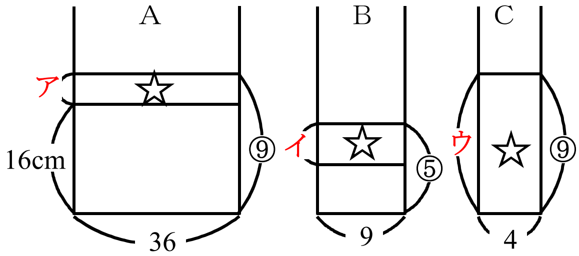
（反復練習$\boxed{1}$(1)のつづき）

ところで，等しい量の水を入れたとき，水の深さの比は底面積の逆比になる。

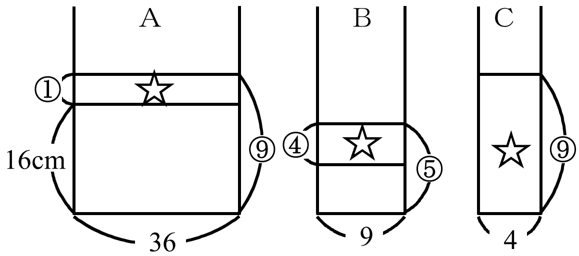
注意!!　底面積の比が３６：９：４ だからといって，その逆比はただ逆に書いて，４：９：３６ と**やってはいけない。**

きちんと逆数にして，$\frac{1}{36}:\frac{1}{9}:\frac{1}{4}=\frac{1}{36}:\frac{4}{36}:\frac{9}{36}=1:4:9$ としよう。

よって，右図の ア：イ：ウ の部分が１：４：９ になるが，ウの部分は⑨なのだから，そのまま ア＝①，イ＝④，ウ＝⑨ としてよいことになる。



右図のようになるが，Ａの図に注目!!
Ａは，もとの水の深さが１６ cm だとわかっていて，その１６ cm が，⑨－①＝⑧ にあたる。



⑧あたり１６ cm だから，
①あたり，１６÷８＝２（cm）。

Ｃの水の深さは⑨にあたるので，２×９＝**１８**（cm）。

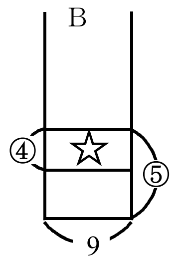
反復練習$\boxed{1}$(2)

---

(1)の問題がわかったら，(2)はとても簡単。

(1)で，①あたり，２ cm であることがわかった。

はじめのＢの水の深さは，右図を見るとわかる通り，⑤－④＝①。よって答えは**２** cm になる。

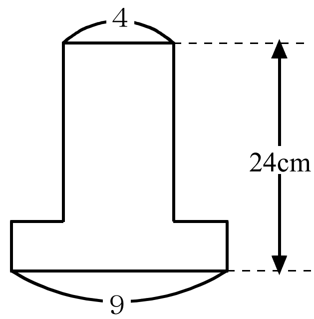


反復練習2

底面の半径が９ cm と６ cm だから，底面積の比は，
（９×９×３.１４）:（６×６×３.１４）
＝（９×９）:（６×６）
＝８１ : ３６
＝９ : ４。

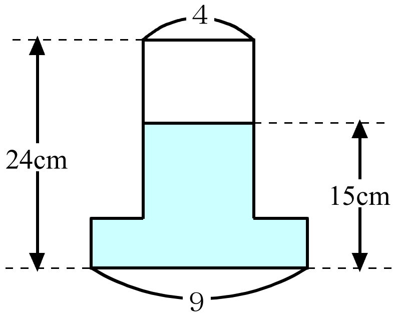
よってこの容器は，（図１）のようになる。

（図１）

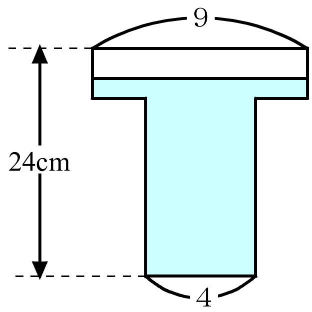


この容器に，（図２）のように水を入れたあと，ひっくり返して（図３）のようにしたときの，水の深さを求める問題。

（図２）

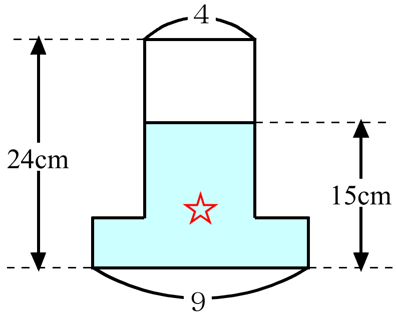


（図３）

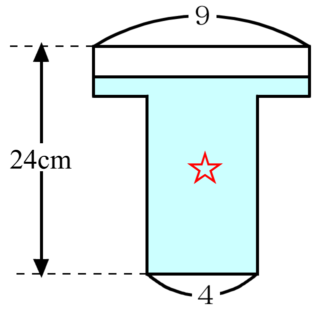


（図２）をひっくり返したのが（図３）だが，ひっくり返しただけで，水をこぼしたり入れたりしたわけではないので，（図２）と（図３）では，入っている水の体積は同じ。
（図の☆の部分が同じ体積ということ。）

（図２）



（図３）

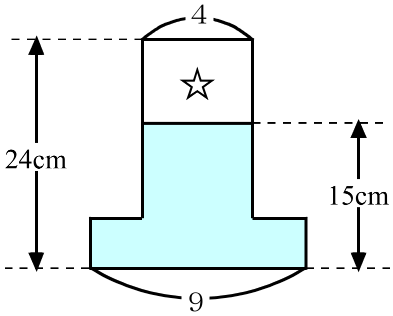


（反復練習$\boxed{2}$のつづき）

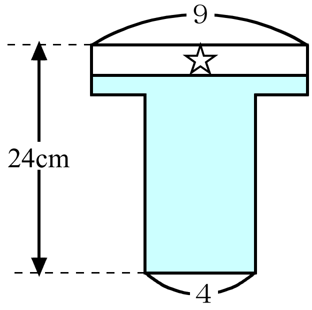
　ここで，大変大切な
考え方がある。

入っている水の体積が同じなら，水が入っていない部分も，同じ体積である！！

（図２）



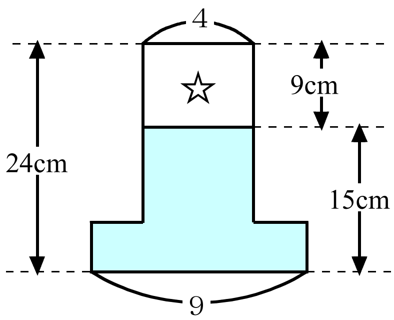
（図３）



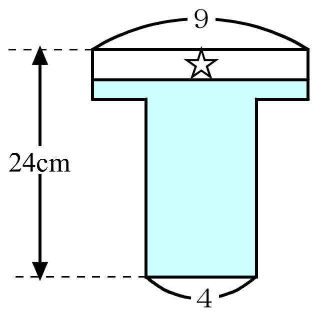
　しかも，水が入ってい
る部分は変な形をしてい
るが，水が入っていない部分はシンプルな形をしているので，考えやすい。

（図２）の，水が入って
いない部分の高さは，
２４－１５＝９（cm）だ
から，

（図２）



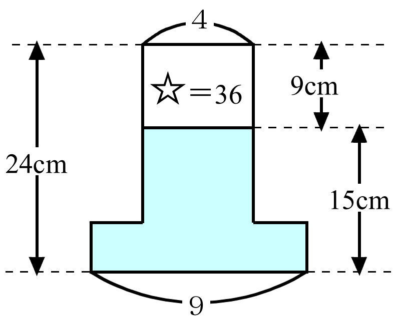
（図３）



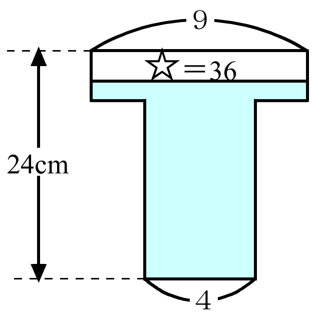
（図２）の☆の体積は，
４×９＝３６。

（図３）の☆の体積も
３６になるので，

（図２）

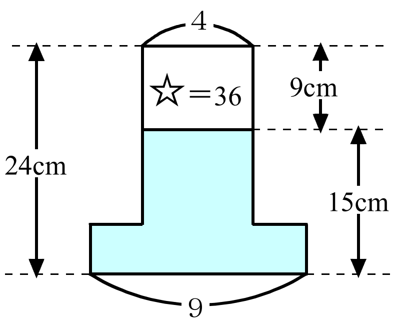


（図３）

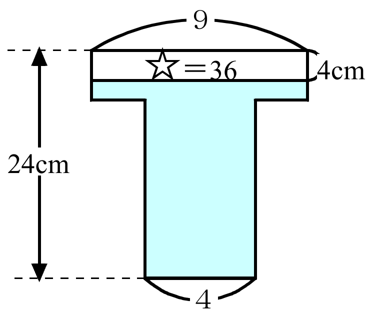


（図３）の☆の部分
の高さは，
　３６÷９＝４（cm）。
　よって，（図３）の
水の深さは，
　２４－４＝**２０**（cm）。

（図２）



（図３）

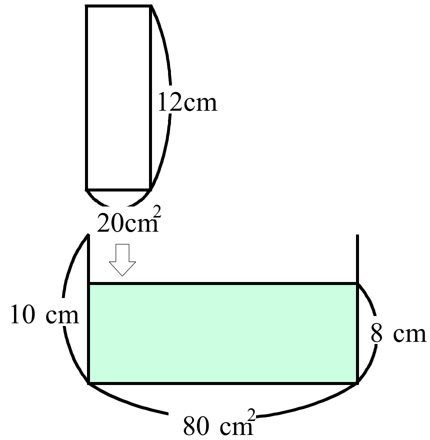


反復練習$\boxed{3}$(1)

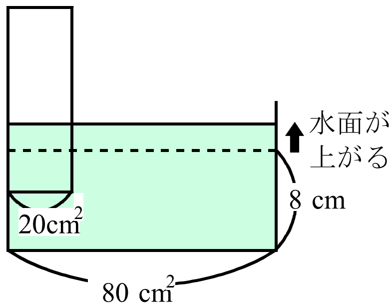
直方体の容器の底面積は，８×１０＝８０（cm^2)。
この容器に，８ cm の深さまで水が入っている。

この容器の中に，底面積が２０ cm^2 で高さが１２ cm の棒を，まっすぐ沈めていく。

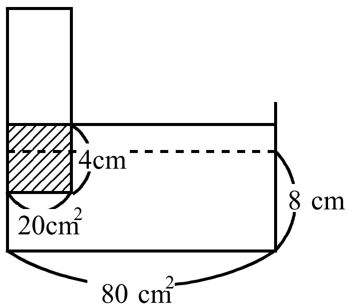
右図のように，棒をはじにずらしてから沈めることにする。この方が，図が書きやすい。



棒を水中に入れると，棒が水中に入った体積ぶんだけ水面が上がる。

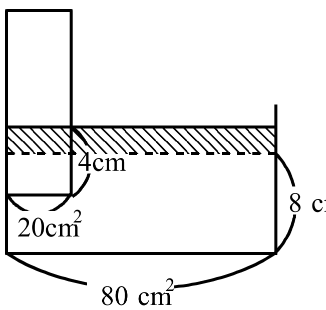


棒は水中に４ cm 入った。
棒の水中の体積（右図の ）は，
２０×４＝８０（cm^3)。



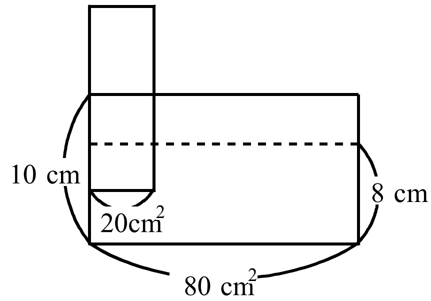
８０ cm^3 ぶん，水面は上がった。(右図の)
 の体積は８０ cm^3 で，底面積は８０ cm^2 だから， の部分の高さは，
８０÷８０＝１（cm)。

よって，水の深さは１ cm ぶん高くなった。
もとの水の深さは８ cm だったから，
８＋１＝9（cm)。

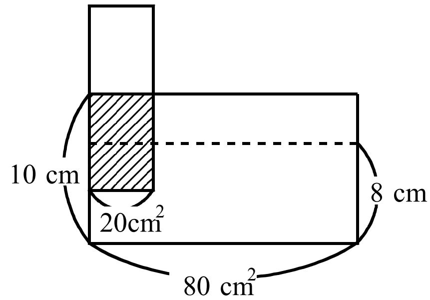


反復練習$\boxed{3}$(2)

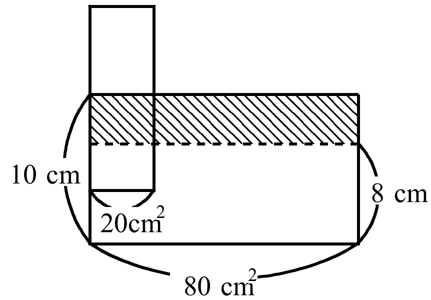
右図のような，こぼれるギリギリの状態を書く。



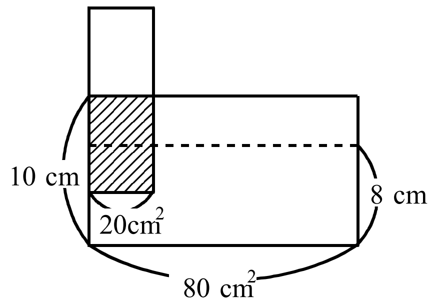
棒が水中に入ったぶんだけ，



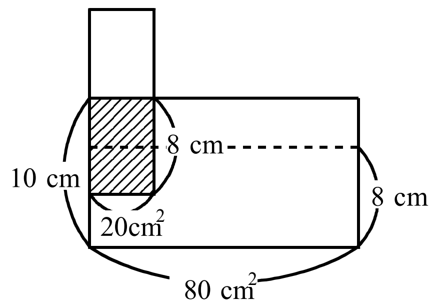
水面が上がった。
水面は，１０－８＝２（cm）上がったのだから，右図の の部分の体積は，
８０×（１０－８）＝１６０（cm^3）。



よって，右図の の部分の体積も，１６０ cm^3。
の部分の底面積は２０ cm^2 だから，

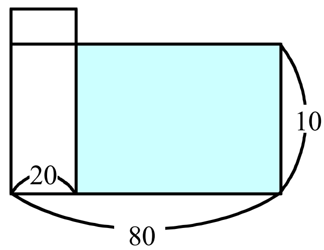


の部分の高さは，１６０÷２０＝８（cm）。
よって，この棒は水中に 8 cm 入っている。

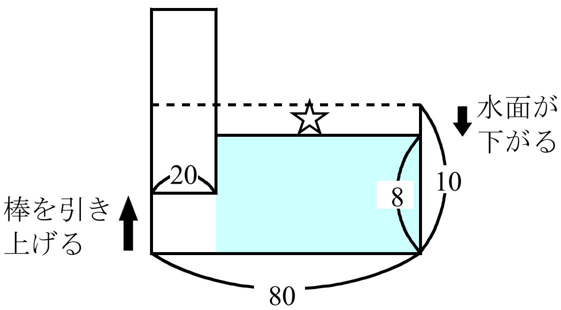


反復練習$\boxed{3}$(3)

右図のように，棒を容器の底まで沈めてから，

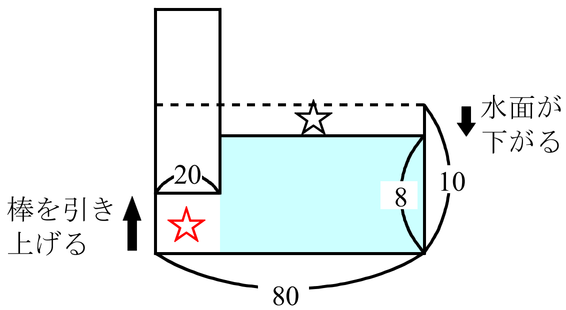


棒を引き上げると，水面が下がる。
☆の部分の水はなくなったのではなくて，

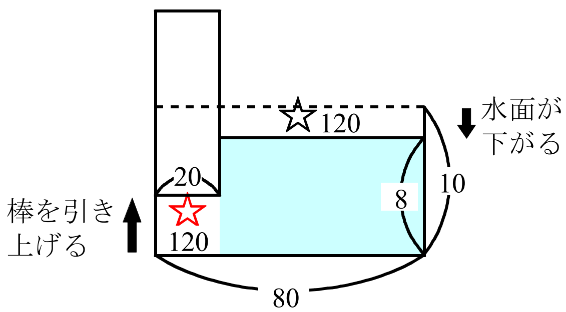


☆の部分に移動した。

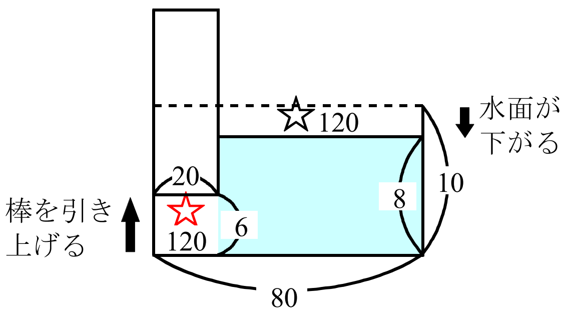
☆の部分は，
底面積が　８０－２０＝６０（cm²）で，
高さが　１０－８＝２（cm）だから，
体積は，６０×２＝１２０（cm³)。



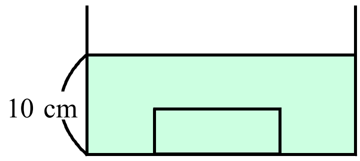
☆の部分の体積も１２０ cm³。
☆の部分の底面積は２０ cm² だから，
高さは，１２０÷２０＝６（cm)。



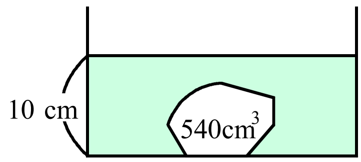
よって，棒を，６ cm 引き上げたことになる。



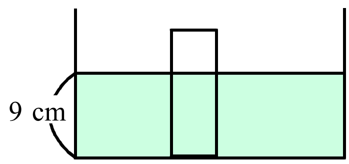
反復練習$\boxed{4}$(1)



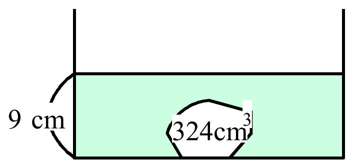
右図の場合，直方体のおもりはすべて水の中に入っている。
直方体のおもりの体積は，
６×６×１５＝５４０（cm^3）だから，



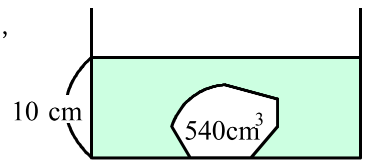
体積が５４０ cm^3 の大きい石を入れたときに，水の深さが１０ cm になったことと同じ。

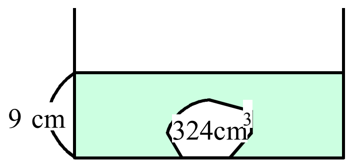


右図のようにいれた場合，直方体のおもりは全部が水の中に入ったわけではない。
水の中に入っている部分の体積は，底面が１辺６ cm の正方形だから，
６×６×９＝３２４（cm^3）。



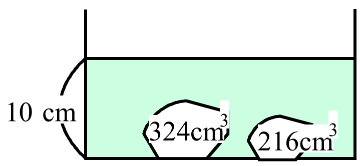
体積が３２４ cm^3 の小さい石を入れたときに，水の深さが９ cm になったことと同じ。

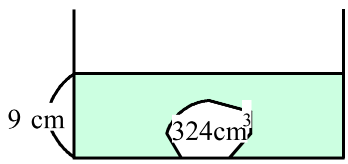




大きい石を入れた場合と，小さい石を入れた場合をくらべてみると，大きい石を入れた方が，水の深さが深くなっていることがわかる。

大きい石は小さい石よりも，５４０－３２４＝２１６（cm^3）だけ，体積が大きい。

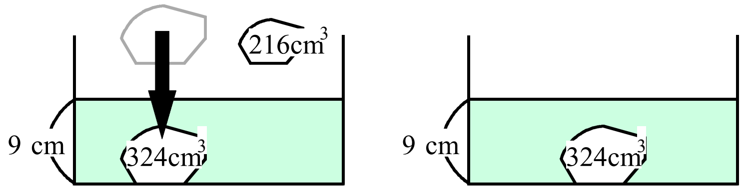




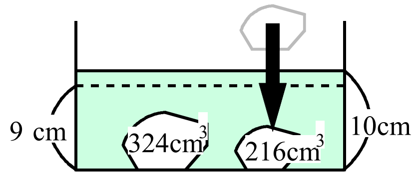
よって，大きい石を入れた方は，３２４ cm^3 の石と，２１６ cm^3 の石の，２つの石を入れたのと同じこと。

（反復練習4(1)のつづき）

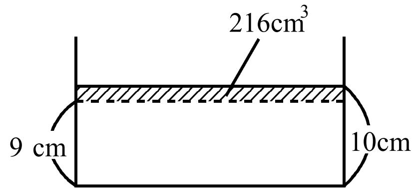
２つの石のうち，まず３２４ cm^3 の方の石だけ入れた場合は，水の深さは９ cm になる。なぜなら，小さい石を入れた場合と同じだから。



さらに２１６ cm^3 の石を入れると，２つの石を合わせて大きい石を入れた場合と同じになるから，水の深さは１０ cm になる。



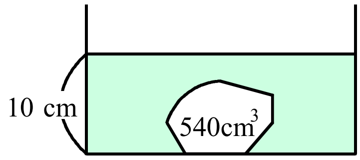
２１６ cm^3 が，右図の斜線部分になる。



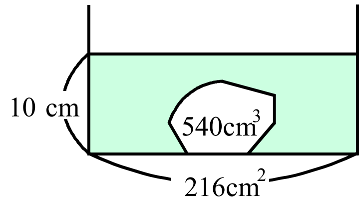
斜線部分の高さは １０－９＝１（cm）だから，底面積は，２１６÷１＝２１６（cm^2）。

反復練習$\boxed{4}$(2)

この問題の場合，おもりを１個入れた状態から考えるのではなく，おもりをまったく入れていない状態から，一気に２個入れることにする。

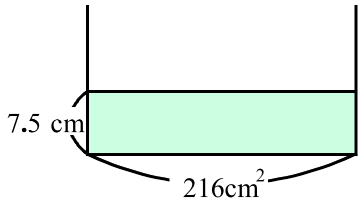


(1)の問題で，５４０ cm³ の大きい石（本当はおもりだった）を入れたとき，水の深さは１０ cm になっていた。



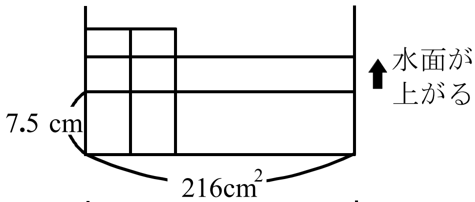
ところで(1)の問題で，この容器の底面積は２１６ cm² であることがわかった。

このの５４０ cm³ の大きい石を水から出すと，そのぶん水の深さは低くなるはず。

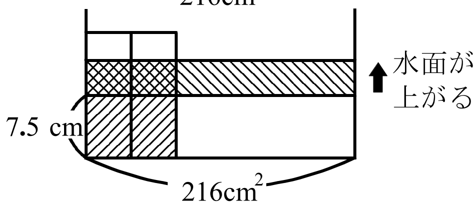


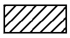
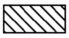
底面積は２１６ cm² だから，大きい石を水から出すと，
５４０÷２１６＝2.5（cm）だけ水面は低くなって，
１０－2.5＝7.5（cm）になる。

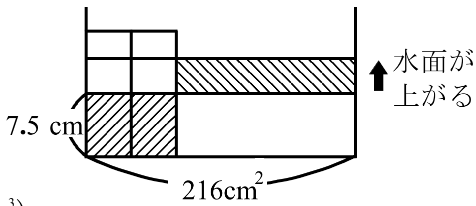
よって，おもりを入れていない状態のときの水の深さは，7.5 cm であることがわかった。

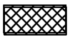
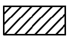
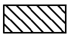


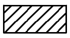
ここに，おもりを２本入れると，水の中におもりが入ったぶんだけ，水面は上がる。



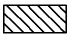
よって，右図の  と  の体積は等しい。



重なっている  の部分を取り除いても，
 と  の体積は等しい。

 の部分の底面積は，１辺６ cm の正方形２つぶんだから，６×６×２＝７２（cm²）。

高さは7.5 cm だから，７２×7.5＝５４０（cm³）。

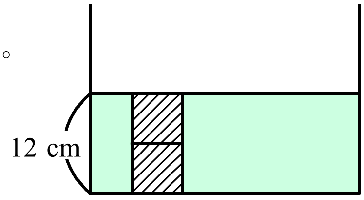
よって  の体積も５４０ cm³。底面積は，
２１６－７２＝１４４（cm²）だから，高さは，５４０÷１４４＝3.75（cm）。

水の深さは7.5 cm の状態から3.75 cm 上がったのだから，

7.5＋3.75＝**11.25**（cm）。　　　　（$11\frac{1}{4}$cm でも正解）

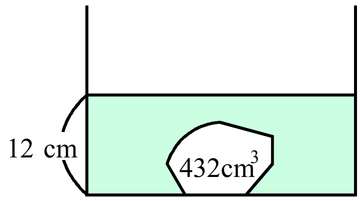
反復練習$\boxed{5}$

　１辺６ cmの立方体の体積は，６×６×６＝２１６（cm^3）。

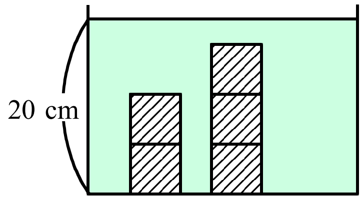


　それを２個入れたということは，
２１６×２＝４３２（cm^3）だけ入れた。
　すると，水面の高さは，おもり２個ぶんになったのだから，６×２＝１２（cm）になった。

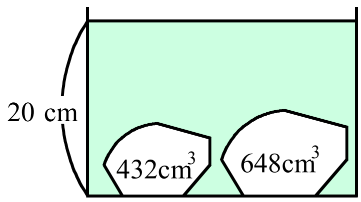
　これは，４３２ cm^3 の石を入れると，水面の高さが１２ cmになったことと同じ。



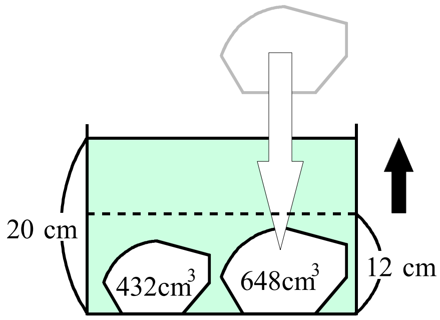
　次に，右の図のように，おもり２個ぶんの他に，おもり３個を入れた。
　おもり１個の体積は２１６ cm^3 だったから，
おもり３個は，２１６×３＝６４８（cm^3）。
　すると，水面の高さは，おもり３個ぶんと，あと２ cmになったのだから，６×３＋２＝２０（cm）。



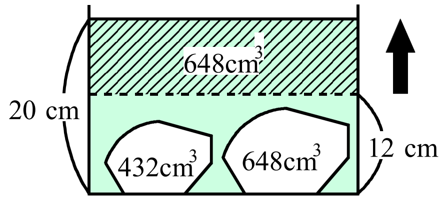
　これは，４３２ cm^3 と６４８ cm^3 の石を入れると，水面の高さが２０ cmになったことと同じ。



　４３２ cm^3 の石だけだったら，水の深さは１２ cmだったのが，さらに６４８ cm^3 の石を入れることによって，水の深さは２０ cmになった。

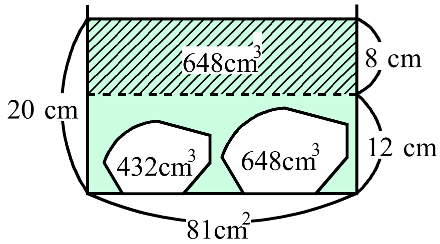


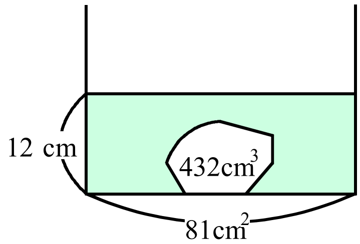
　右図の斜線部分の体積が，６４８ cm^3 になる。
　斜線部分の高さは，２０－１２＝８（cm）なので，



（反復練習$\boxed{5}$のつづき）

水そうの底面積は，６４８÷８＝８１（cm^2）。



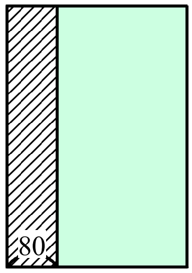


４３２ cm^3 の石が入っているときの，
水の深さは１２ cm だった。

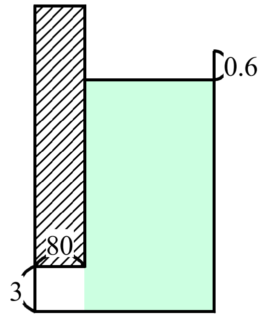
よって，８１×１２＝９７２（cm^3）が，
水の体積と，４３２ cm^3 の石の体積の合計。

水の体積は，９７２－４３２＝５４０（cm^3）。

チャレンジ(1)

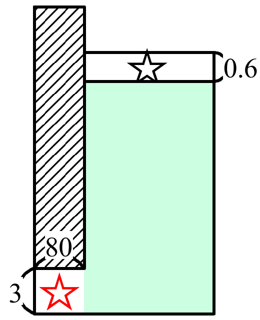


右の図のように，底面積が８０ cm² の四角柱をまっすぐに立てたら，水面の高さは四角柱の高さと等しくなった。
（四角柱は，はじに立てた方がわかりやすい。）



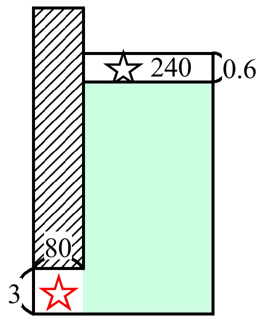
四角柱を３ cm 引き上げると，水面は０.６ cm 下がった。

はじめはいっぱいまで水が入っていたのが，０.６ぶん水がなくなったように見えるが，実際は水がなくなったわけではなくて，



☆の部分の水が，☆の部分に移動しただけ。

☆の部分の体積は，８０×３＝２４０（cm³）なので，
☆の部分の体積も，２４０ cm³。

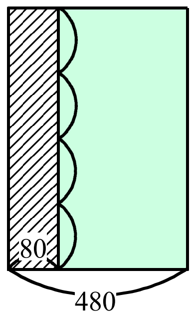


☆の部分の高さは０.６ cm だから，底面積は，
２４０÷０.６＝４００（cm²）。

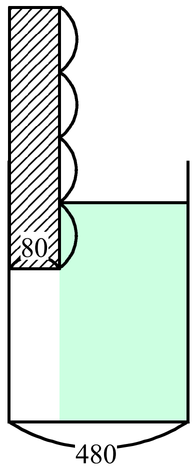
四角柱の底面積は８０ cm² だったから，
水そうの底面積は，４００＋８０＝４８０（cm²）。

チャレンジ(2)

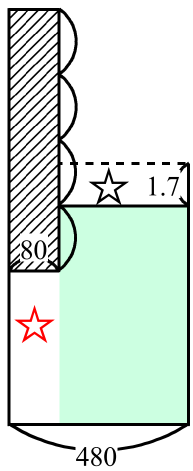
この問題の場合，四角柱を３ cm 引き上げた状態からさらに引き上げるのではなく，四角柱を完全に下まで入れた状態から，一気に四角柱の$\frac{3}{4}$が水面上に出るまで，引き上げることにする。



四角柱を完全に下まで入れた状態から，



一気に四角柱の$\frac{3}{4}$が水面上に出るまで，引き上げる。



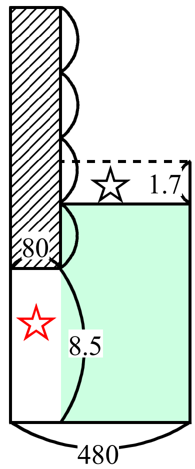
水そうの底面積は(1)で求めたように，４８０ cm²。

水面は，(1)で０.６ cm 下がり，さらに１.１ cm 下がったので，全部で ０.６＋１.１＝１.７ (cm) 下がった。

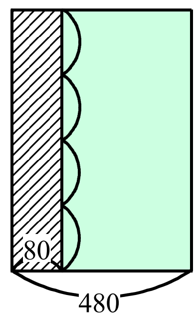
右図の☆の体積は，(４８０－８０)×１.７＝６８０ (cm³)。

よって，☆の体積も６８０ cm³。底面積は８０ cm² だから，

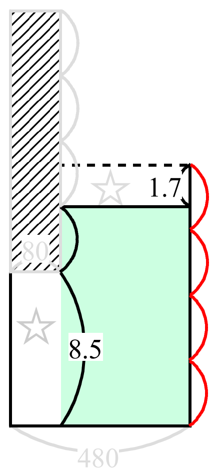
（チャレンジ(2)のつづき）



☆の部分の高さは，６８０÷８０＝8.5（cm）。



ところで，四角柱の高さを４山ぶんとしたから，
水そうの高さも４山ぶん。



右図を見るとわかる通り，
赤い４山が，1.7＋１山＋8.5＝１０.２＋１山 にあたる。
よって，１０.２ cm が，４－１＝３（山）にあたるので，１山あたり，１０.２÷３＝3.4（cm）。

求めたいのは四角柱の高さだが，これは４山ぶんにあたるので，3.4×4＝１３.６（cm）。