

シリーズ・5年下・第13回

基本問題のくわしい解説

目次

基本1	(1) … p.1
基本1	(2) … p.2
基本1	(3) … p.3
基本1	(4) … p.4
基本1	(5) … p.5
基本1	(6) … p.6
基本2	(1) … p.7
基本2	(2) … p.8
基本3	(1) … p.9
基本3	(2) … p.10
基本4	(1) … p.11
基本4	(2) … p.12

基本1(1)

仕事全体を、3と5の最小公倍数である15にして考える。

Aは3日で15をするのだから、1日あたり、 $15 \div 3 = 5$ ずつ。
Bは5日で15をするのだから、1日あたり、 $15 \div 5 = 3$ ずつ。

仕事全体は15 Aは1日5ずつ Bは1日3ずつ

よって、AとBが1日にする仕事量の比は、**5 : 3**になる。

基本①(2)

仕事全体を、30と18の最小公倍数である90にして考える。

Aは30日で90をするのだから、
1日あたり、 $90 \div 30 = 3$ ずつ。

AとBの2人は18日で90をするのだから、
1日あたり、 $90 \div 18 = 5$ ずつ。

仕事全体は90 Aは1日3ずつ AとBは1日5ずつ

たとえばケーキを作る仕事だと考えると、
Aは1日に3個ずつケーキを作り、AとBは1日に5個ずつケーキを作る。

よってBは、1日に $5 - 3 = 2$ (個) ずつ、ケーキを作ることになる。

Aは1日に3ずつ、Bは1日に2ずつだから、
AとBが1日にする仕事量の比は、**3 : 2** になる。

基本1(3)

仕事全体を、40と60の最小公倍数である120にして考える。

Aは40日で120をするのだから、
1日あたり、 $120 \div 40 = 3$ ずつ。

Bは60日で120をするのだから、
1日あたり、 $120 \div 60 = 2$ ずつ。

仕事全体は120 Aは1日3ずつ Bは1日2ずつ

よって、AとBの2人ですると、1日あたり、 $3 + 2 = 5$ ずつの仕事をするようになる。

仕事全体は120で、1日に5ずつするのだから、 $120 \div 5 = 24$ (日) で、仕事を終えることができる。

基本1(4)

仕事全体を、30と12の最小公倍数である60にして考える。

Aは30日で60をするのだから、
1日あたり、 $60 \div 30 = 2$ ずつ。

AとBの2人は12日で60をするのだから、
1日あたり、 $60 \div 12 = 5$ ずつ。

仕事全体は60 Aは1日2ずつ AとBは1日5ずつ

たとえばケーキを作る仕事だと考えると、
Aは1日に2個ずつケーキを作り、AとBは1日に5個ずつケーキを作る。

よってBは、1日に $5 - 2 = 3$ (個) ずつ、ケーキを作ることになる。

仕事全体は60で、Bは1日に3ずつ仕事をするのだから、 $60 \div 3 = 20$ (日) で、
仕事を終えることができる。

基本①(5)

仕事全体を、12と15の最小公倍数である60にして考える。

太郎は12日で60をするのだから、
1日あたり、 $60 \div 12 = 5$ ずつ。

仕事全体は60 太郎は1日5ずつ 花子は1日4ずつ

花子は15日で60をするのだから、
1日あたり、 $60 \div 15 = 4$ ずつ。

この仕事（60の仕事）を、まず太郎が3日した後、2人で残りの仕事をした。

太郎は1日に5ずつするのだから、3日で、 $5 \times 3 = 15$ の仕事をした。
仕事全体は60だから、残りの仕事は、 $60 - 15 = 45$ 。

残りの仕事である45は、太郎と花子の2人でした。
太郎は1日あたり5ずつ、花子は1日あたり4ずつするのだから、2人ですると、
1日あたり、 $5 + 4 = 9$ ずつ、することになる。
45の仕事を9ずつすると、 $45 \div 9 = 5$ （日）かかる。

結局、太郎だけで3日して、残りの仕事を太郎と花子の2人で5日して、仕事を終えたのだから、花子がしたのは、**5**日になる。

基本1(6)

のべの問題。

1人1日に、1ずつすることにする。

たとえば、4人が1日すると、4の仕事をするができる。

たとえば、1人が3日すると、3の仕事をするができる。

よって、たとえば4人が3日すると、 $4 \times 3 = 12$ の仕事をするができる。

このように考えると、9人が20日すると、 $9 \times 20 = 180$ の仕事をするができる。

この、180の仕事、12人ですると、1日に12ずつすることになるから、 $180 \div 12 = 15$ （日）で、仕事を終えることができる。

基本②(1)

水そう全体を、36と27の最小公倍数である108にして考える。

A管は36分で108を入れるのだから、
1分あたり、 $108 \div 36 = 3$ ずつ、入れることができる。

水そう全体は108
A管は1分3ずつ
A管とB管は1分4ずつ

A管とB管を使うと、27分で108を入れるのだから、
1分あたり、 $108 \div 27 = 4$ ずつ、入れることができる。

A管だけでは、1分に3ずつ、
A管とB管を使うと、1分に4ずつ入れるのだから、
B管だけだと、1分に $4 - 3 = 1$ ずつ、入れることができる。

水そう全体は108
A管は1分3ずつ
B管は1分1ずつ

水そう全体は108で、B管は1分に1ずつ入れるので、B管だけを使うと、
 $108 \div 1 = 108$ (分) → **1時間48分**で、いっぱいにすることができる。

基本 $\boxed{2}$ (2)

(1)で、水そう全体は108、A管は1分に3ずつ、B管は1分に1ずつ入れることができることがわかった。

水そう全体は108
A管は1分3ずつ
B管は1分1ずつ

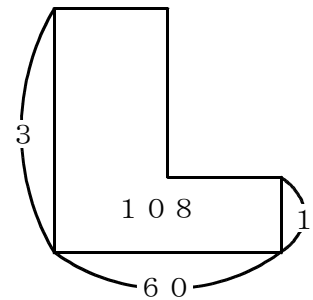
(2)の問題を整理すると、次のようになる。

はじめはA管で1分3ずつ入れ、途中からはB管で1分1ずつ入れ、全部で1時間=60分で、水そう全体である108を入れる。
A管だけで水を入れたのは何分間ですか。

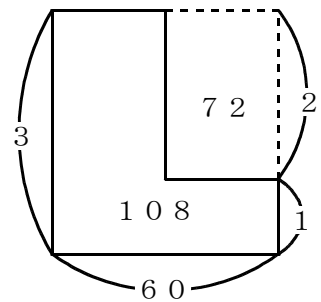
この問題は、**つるかめ算**になる。次のような問題と同じこと。

1個3円のガムAと、1個1円のガムBがある。
合わせて60個で、108円になった。
このとき、Aのガムは何個ありますか。

つるかめ算の面積図は、右図のようになる。

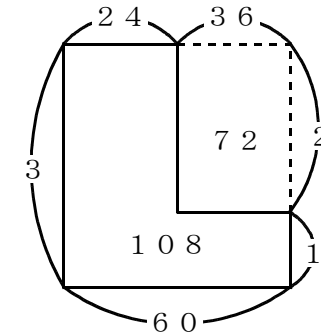


点線部分の長方形の面積は、
 $3 \times 60 - 108 = 72$ 。



点線部分の長方形のたての長さは、
 $3 - 1 = 2$ 。

よって、点線部分の横の長さは、
 $72 \div 2 = 36$ 。



よって、A管だけで水を入れたのは、
 $60 - 36 = 24$ (分)。

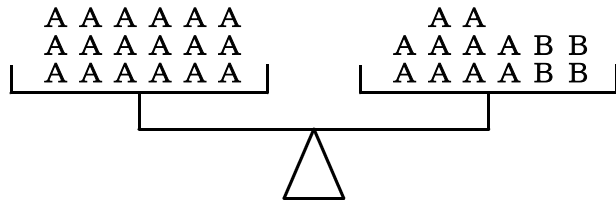
基本3(1)

「てんびん問題」。

ある仕事を、A 1人で18日かかるというのは、「A」が18個で、仕事全体を終えることができるという意味。

また、「A 1人で10日した後、残りをB 1人で4日かかる」というのは、「Aが10個とBが4個」で、仕事全体を終えることができるという意味。

このことを図で表すと、右図において、左のお皿にはAが18個乗っていて、右のお皿にはAが10個と、Bが4個乗っていて、左と右のお皿がちょうどつり合っている、という意味になる。

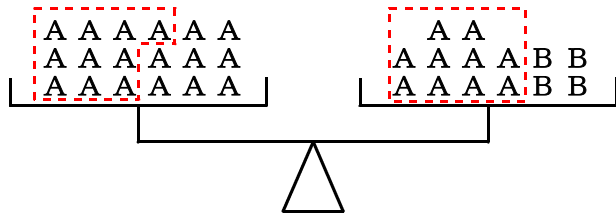


ここで、左のお皿と右のお皿から、同じ重さのものをそーっと取ることにする。

左のお皿と右のお皿から、Aを1個ずつ取っても、つり合っている。

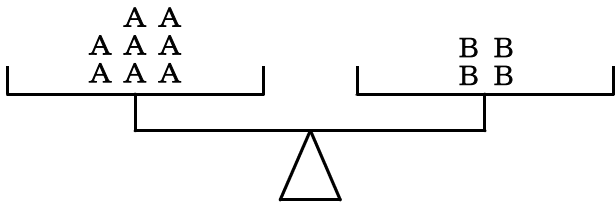
さらに、両方のお皿から、ふたたびAを1個ずつ取っても、まだつり合っている。

このようにすると、両方のお皿から、Aを10個ずつ取ることができる。



Aを10個ずつ取ったあとは、左のお皿にはAが $18 - 10 = 8$ (個)、右のお皿には、Bが4個乗っていることになる。

そして、左のお皿と右のお皿はまだつり合っているから、



Aが8日でする仕事量と、Bが4日でする仕事量は等しい。

ということになる。その、等しい仕事量を、(8と4の最小公倍数である)8にすると、Aは8日で8の仕事をするようになるから、1日あたり、 $8 \div 8 = 1$ ずつ。

Bは4日で8の仕事をするようになるから、1日あたり、 $8 \div 4 = 2$ ずつ。

よって、A、Bが1日にする仕事量の比は、**1 : 2** になる。

基本 $\boxed{3}$ (2)

(1)で、Aは1日に1ずつ、Bは1日に2ずつすることがわかった。

Aは1日1ずつ
Bは1日2ずつ

ところで、仕事全体は、いくらにあたるのだろう。

(1)で、「等しい仕事量を、(8と4の最小公倍数である)8」にしたのだが、これは仕事全体ではない。

仕事全体は、問題文を読むとわかる通り、「A1人ですると18日かかる」仕事であり、または、「A1人で10日した後、残りをB1人ですると4日かかる」仕事でもある。

「A1人ですると18日かかる」仕事量は、Aは1日1ずつするのだから、 $1 \times 18 = 18$ 。これが仕事全体になる。

(「A1人で10日した後、残りをB1人ですると4日かかる」仕事量も計算してみると、 $1 \times 10 + 2 \times 4 = 18$ となり、仕事全体が18であることを確かめることができた。)

仕事全体は18
Aは1日1ずつ
Bは1日2ずつ

(2)の問題では、途中でBが3日休んでいる。
このような問題では、「むりやりBを働かせる」という考え方が、わかりやすい。

仕事全体は18
AA……AAAAA
BB……BBBBB

仕事全体は18だったので、「Bが3日休んでも、結局AとBで18の仕事をした」ことになるが、もし、Bが休まなかったら、そのぶんもっとたくさんの仕事ができただろう。

Bは1日に2ずつ仕事をするので、3日間では、 $2 \times 3 = 6$ の仕事をする。
Bがもし3日休まなかったら、全部で18の仕事ではなく、あと6だけよけいに仕事ができることになる。

つまり、Bがもし3日休まなかったら、AもBも休まず仕事をして、全部で、 $18 + 6 = 24$ の仕事をすることになる。

仕事全体は24
AA……AAAAA
BB……BBBBB

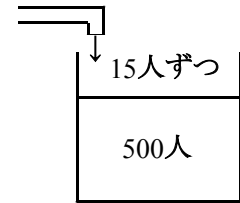
ところでAは1日1ずつ、Bは1日2ずつ仕事をする。
AとBで、1日あたり、 $1 + 2 = 3$ の仕事をする。

24の仕事をするには、 $24 \div 3 = 8$ (日) かかる。

基本4(1)

この問題はニュートン算ではあるが、水そう図で十分解ける問題。

ちょっと残酷ではあるが、右図のように、水そうの中に500人がいて、1分間に15人ずつ、上のじゃ口から人が入ってくることにする。

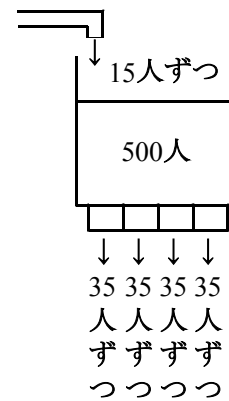


たとえば右の図のように、1か所の入口から、人が1分間に35人ずつ落ちていくと勝手に決めてみる。

すると、4か所では、 $35 \times 4 = 140$ (人) ずつ落ちていくことになる。

上のじゃ口からは15人ずつ入ってきて、下からは140人ずつ出ていくことになるので、1分間に、 $140 - 15 = 125$ (人) ずつ、人が少なくなっていく。

はじめに500人いたが、1分間に125人ずつ少なくなっていくので、 $500 \div 125 = 4$ (分) で、行列はなくなる。



これを1つの式で表すと、 $500 \div (35 \times 4 - 15) = 4$ (分)、ということになる。

この問題では、実際には1か所の入口から35人ずつ出て行ったわけではなくて、それが何人かを求める問題だった。

1か所の入口から何人が出て行くかがわからないかわりに、行列がなくなるのは20分後だということがわかっている。

よって、1か所の入口から出ていく人数を□とすると、

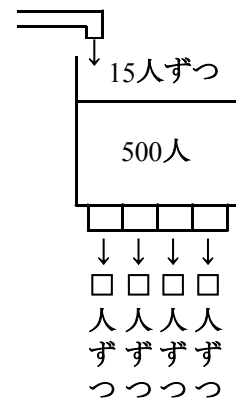
$$500 \div (\square \times 4 - 15) = 20 \quad \text{となる。}$$

あとは逆算で□を求めればよい。

$$500 \div 20 = 25$$

$$25 + 15 = 40$$

$$40 \div 4 = 10 \text{ (人)}.$$



基本4(2)

(1)で、1か所の入口からは10人ずつ出ていくことがわかった。

(2)では、今度は何か所の入口があるかがわからない。

ただ、10分以内に行列をなくさなければならないことがわかっている。

そこで、10分ちょうどで行列をなくすためには、入口を何か所開けばよいかを考える。

(1)で、1か所の入口から出ていく人数を□とすると、

$500 \div (\square \times 4 - 15) = 20$ となって、問題を解くことができた。

この式において、500がはじめの人数、□は1か所から出ていく人数、4は入口の数、15は1分間に行列に加わる人数だった。

そして、20は行列がなくなる時間だった。

(2)では、□が10だとわかっていて、かわりに入口の数がわかっていない。行列がなくなる時間は「10分以内」と書いてあるから、ちょうど10分にする。

よって、入口の数を□とすると、

$$\begin{array}{l} 500 \div (10 \times \square - 15) = 10 \quad \text{となる。} \quad \text{逆算をすると、} \\ 500 \div 10 = 50 \quad \quad 50 + 15 = 65 \quad \quad 65 \div 10 = 6.5 \end{array}$$

よって、入口が6.5か所あれば、ちょうど10分で行列がなくなる。

ところが、入口の数が「6.5か所」などという小数であることはありえない。

この「6.5」という数は、もし10分ちょうどで行列をなくすならば、入口は6.5か所にすべき、ということ。

しかし実際は、10分ちょうどではなく、「10分以内」になくせばよいということだった。

もし入口を、6.5か所ではなく6か所にしたら、入口が少なくなるので、行列をなくすのにもっと時間がかかってしまい、10分では行列をなくすことができない。

入口を6.5か所ではなく7か所にしたら、入口が多くなるので、行列をなくすのに10分はかからない。つまり、10分以内で行列をなくすことができる。

もちろん入口を8か所、9か所、…にしても、行列は10分以内でなくなる。

しかしこの問題は、「最低何か所」の入口を開けばよいかという問題だから、考えられる中で最も少ない、**7か所**が正解になる。

