

演習問題集・5年下・第13回

反復問題のくわしい解説

目次

反復基本 $\boxed{1}$ (1) …	p.1
反復基本 $\boxed{1}$ (2) …	p.2
反復基本 $\boxed{1}$ (3) …	p.3
反復基本 $\boxed{1}$ (4) …	p.4
反復基本 $\boxed{1}$ (5) …	p.5
反復基本 $\boxed{1}$ (6) …	p.6
反復基本 $\boxed{2}$ (1) …	p.7
反復基本 $\boxed{2}$ (2) …	p.8
反復基本 $\boxed{3}$ (1) …	p.9
反復基本 $\boxed{3}$ (2) …	p.10
反復基本 $\boxed{4}$ (1) …	p.11
反復基本 $\boxed{4}$ (2) …	p.12
反復練習 $\boxed{1}$ (1) …	p.13
反復練習 $\boxed{1}$ (2) …	p.14
反復練習 $\boxed{2}$ (1) …	p.15
反復練習 $\boxed{2}$ (2) …	p.16
反復練習 $\boxed{3}$ (1) …	p.17
反復練習 $\boxed{3}$ (2) …	p.18
反復練習 $\boxed{4}$ (1) …	p.19
反復練習 $\boxed{4}$ (2) …	p.20
反復練習 $\boxed{5}$ (1) …	p.21
反復練習 $\boxed{5}$ (2) …	p.22
チャレンジ(1) …	p.23
チャレンジ(2) …	p.24

反復基本①(1)

仕事全体を、6と8の最小公倍数である24にして考える。

Aは6日で24をするのだから、1日あたり、 $24 \div 6 = 4$ ずつ。

Bは8日で24をするのだから、1日あたり、 $24 \div 8 = 3$ ずつ。

よって、AとBが1日にする仕事量の比は、**4 : 3**になる。

仕事全体は24

Aは1日4ずつ

Bは1日3ずつ

反復基本①(2)

仕事全体を、21と12の最小公倍数である84にして考える。

Aは21日で84をするのだから、
1日あたり、 $84 \div 21 = 4$ ずつ。

AとBの2人は12日で84をするのだから、
1日あたり、 $84 \div 12 = 7$ ずつ。

仕事全体は84 Aは1日4ずつ AとBは1日7ずつ

たとえばケーキを作る仕事だと考えると、
Aは1日に4個ずつケーキを作り、AとBは1日に7個ずつケーキを作る。

よってBは、1日に $7 - 4 = 3$ (個) ずつ、ケーキを作ることになる。

Aは1日に4ずつ、Bは1日に3ずつだから、
AとBが1日にする仕事量の比は、**4 : 3** になる。

反復基本①(3)

仕事全体を、48と80の最小公倍数である240にして考える。

Aは48日で240をするのだから、
1日あたり、 $240 \div 48 = 5$ ずつ。

Bは80日で240をするのだから、
1日あたり、 $240 \div 80 = 3$ ずつ。

仕事全体は240 Aは1日5ずつ Bは1日3ずつ

よって、AとBの2人ですると、1日あたり、 $5 + 3 = 8$ ずつの仕事をするようになる。

仕事全体は240で、1日に8ずつするのだから、 $240 \div 8 = 30$ (日) で、仕事を終えることができる。

反復基本①(4)

仕事全体を、18と12の最小公倍数である36にして考える。

Aは18日で36をするのだから、
1日あたり、 $36 \div 18 = 2$ ずつ。

AとBの2人は12日で36をするのだから、
1日あたり、 $36 \div 12 = 3$ ずつ。

仕事全体は36 Aは1日2ずつ AとBは1日3ずつ

たとえばケーキを作る仕事だと考えると、
Aは1日に2個ずつケーキを作り、AとBは1日に3個ずつケーキを作る。

よってBは、1日に $3 - 2 = 1$ (個) ずつ、ケーキを作ることになる。

仕事全体は36で、Bは1日に1ずつ仕事をするのだから、 $36 \div 1 = 36$ (日) で、
仕事を終えることができる。

反復基本①(5)

仕事全体を、20と8の最小公倍数である40にして考える。

太郎は20日で40をするのだから、
1日あたり、 $40 \div 20 = 2$ ずつ。

花子は8日で40をするのだから、
1日あたり、 $40 \div 8 = 5$ ずつ。

仕事全体は40 太郎は1日2ずつ 花子は1日5ずつ

この仕事（40の仕事）を、まず太郎が6日した後、2人で残りの仕事をした。

太郎は1日に2ずつするのだから、6日で、 $2 \times 6 = 12$ の仕事をした。
仕事全体は40だから、残りの仕事は、 $40 - 12 = 28$ 。

残りの仕事である28は、太郎と花子の2人でした。
太郎は1日あたり2ずつ、花子は1日あたり5ずつするのだから、2人ですると、
1日あたり、 $2 + 5 = 7$ ずつ、することになる。
28の仕事を7ずつすると、 $28 \div 7 = 4$ （日）かかる。

結局、太郎だけで6日して、残りの仕事を太郎と花子の2人で4日して、仕事を終えたのだから、花子がしたのは、**4**日になる。

反復基本1(6)

のべの問題。

1人1日に、1ずつすることにする。

たとえば、4人が1日すると、4の仕事をするができる。

たとえば、1人が3日すると、3の仕事をするができる。

よって、たとえば4人が3日すると、 $4 \times 3 = 12$ の仕事をするができる。

このように考えると、6人が12日すると、 $6 \times 12 = 72$ の仕事をするができる。

この、72の仕事、8人ですと、1日に8ずつすることになるから、 $72 \div 8 = 9$ (日)で、仕事を終えることができる。

反復基本②(1)

水そう全体を、45と20の最小公倍数である180にして考える。

A管は45分で180を入れるのだから、
1分あたり、 $180 \div 45 = 4$ ずつ、入れることができる。

水そう全体は180
A管は1分4ずつ
A管とB管は1分9ずつ

A管とB管を使うと、20分で180を入れるのだから、
1分あたり、 $180 \div 20 = 9$ ずつ、入れることができる。

A管だけでは、1分に4ずつ、
A管とB管を使うと、1分に9ずつ入れるのだから、
B管だけだと、1分に $9 - 4 = 5$ ずつ、入れることができる。

水そう全体は180
A管は1分4ずつ
B管は1分5ずつ

水そう全体は180で、B管は1分に5ずつ入れるので、
B管だけを使うと、 $180 \div 5 = 36$ (分) で、いっぱいにする事ができる。

反復基本②(2)

(1)で、水そう全体は180、A管は1分に4ずつ、B管は1分に5ずつ入れることができることがわかった。

水そう全体は180
A管は1分4ずつ
B管は1分5ずつ

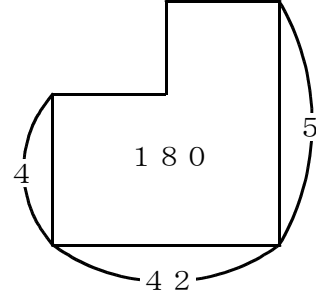
(2)の問題を整理すると、次のようになる。

はじめはA管で1分4ずつ入れ、途中からはB管で1分5ずつ入れ、全部で42分で、水そう全体である180を入れる。
A管だけで水を入れたのは何分間ですか。

この問題は、**つるかめ算**になる。
次のような問題と同じ。

1個4円のガムAと、1個5円のガムBがある。
合わせて42個で、180円になった。
このとき、Aのガムは何個ありますか。

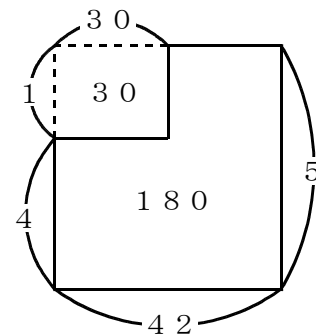
つるかめ算の面積図は、右図のようになる。



点線部分の長方形の面積は、
 $5 \times 42 - 180 = 30$ 。

点線部分の長方形のたての長さは、
 $5 - 4 = 1$ 。

よって、点線部分の長方形の横の長さは、
 $30 \div 1 = 30$ 。



よって、A管だけで水を入れたのは、**30**分になる。

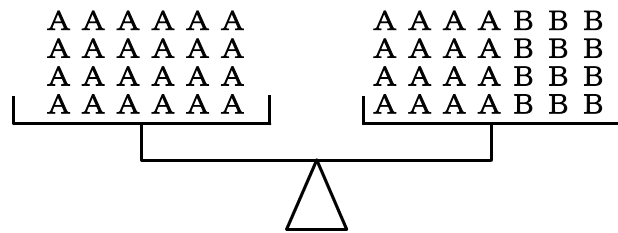
反復基本③(1)

「てんびん問題」。

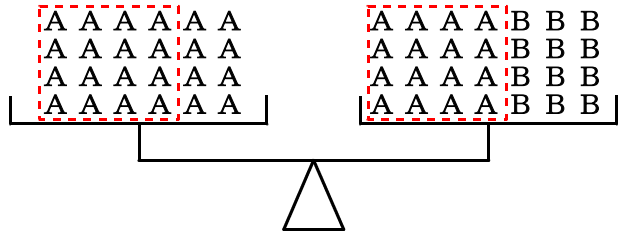
ある仕事を、A 1人で24日かかるというのは、「A」が24個で、仕事全体を終えることができるという意味。

また、「A 1人で16日した後、残りをB 1人で12日かかる」というのは、「Aが16個とBが12個」で、仕事全体を終えることができるという意味。

このことを図で表すと、右図において、左のお皿にはAが24個乗っていて、右のお皿にはAが16個と、Bが12個乗っていて、左と右のお皿がちょうどつり合っている、という意味になる。

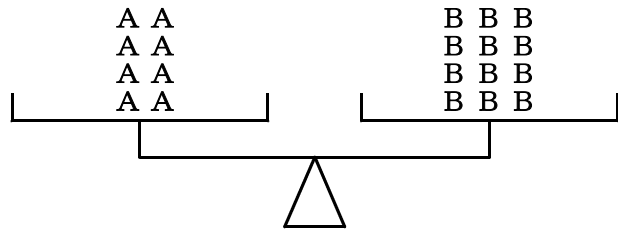


ここで、左のお皿と右のお皿から、同じ重さのものをそーと取ることにする。



左のお皿と右のお皿から、Aを1個ずつ取っても、つり合っている。

さらに、両方のお皿から、ふたたびAを1個ずつ取っても、まだつり合っている。



このようにすると、両方のお皿から、Aを16個ずつ取ることができる。

Aを16個取ったあとは、左のお皿にはAが $24 - 16 = 8$ (個)、右のお皿には、Bが12個乗っていることになる。

そして、左のお皿と右のお皿はまだつり合っているのだから、

Aが8日でする仕事量と、Bが12日でする仕事量は等しい。

ということになる。その、等しい仕事量を、(8と12の最小公倍数である) 24にすると、Aは8日で24の仕事をすることになるから、1日あたり、 $24 \div 8 = 3$ ずつ。

Bは12日で24の仕事をするようになるから、1日あたり、 $24 \div 12 = 2$ ずつ。

よって、A、Bが1日にする仕事量の比は、**3 : 2** になる。

反復基本③(2)

(1)で、Aは1日に3ずつ、Bは1日に2ずつすることがわかった。

Aは1日3ずつ
Bは1日2ずつ

ところで、仕事全体は、いくらにあたるのだろう。

(1)で、「等しい仕事量を、(8と12の最小公倍数である)24」にしたのだが、これは仕事全体ではない。

仕事全体は、問題文を読むとわかる通り、「A1人ですると24日かかる」仕事であり、または、「A1人で16日した後、残りをB1人ですると12日かかる」仕事でもある。

「A1人ですると24日かかる」仕事量は、Aは1日3ずつするのだから、 $3 \times 24 = 72$ 。これが仕事全体になる。

(「A1人で16日した後、残りをB1人ですると12日かかる」仕事量も計算してみると、 $3 \times 16 + 2 \times 12 = 72$ となり、仕事全体が72であることを確かめることもできた。)

仕事全体は72
Aは1日3ずつ
Bは1日2ずつ

(2)の問題では、途中でBが4日休んでいる。このような問題では、「むりやりBを働かせる」という考え方が、わかりやすい。

仕事全体は72
AA……AAAAA
BB……BBBBB

仕事全体は72だったので、「Bが4日休んでも、結局AとBで72の仕事をした」ことになるが、もし、Bが休まなかったら、そのぶんもっとたくさんの仕事ができただろう。

Bは1日に2ずつ仕事をするので、4日間では、 $2 \times 4 = 8$ の仕事をする。Bがもし4日休まなかったら、全部で72の仕事ではなく、あと8だけよけいに仕事ができることになる。

つまり、Bがもし4日休まなかったら、AもBも休まず仕事をして、全部で、 $72 + 8 = 80$ の仕事をすることになる。

仕事全体は80
AA……AAAAA
BB……BBBBB

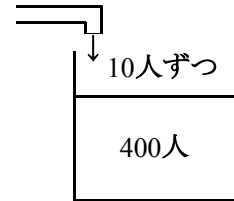
ところでAは1日3ずつ、Bは1日2ずつ仕事をする。AとBで、1日あたり、 $3 + 2 = 5$ の仕事をする。

80の仕事をするには、 $80 \div 5 = 16$ (日) かかる。

反復基本④(1)

この問題はニュートン算ではあるが、水そう図で十分解ける問題。

ちょっと残酷ではあるが、右図のように、水そうの中に400人がいて、1分間に10人ずつ、上のじゃ口から人が入ってくることにする。

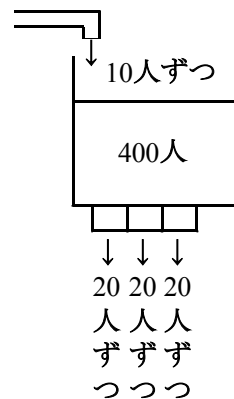


たとえば右の図のように、1か所の入口から、人が1分間に20人ずつ落ちていくと勝手に決めてみる。

すると、3か所では、 $20 \times 3 = 60$ (人) ずつ落ちていくことになる。

上のじゃ口からは10人ずつ入ってきて、下からは60人ずつ出ていくことになるので、1分間に、 $60 - 10 = 50$ (人) ずつ、人が少なくなっていく。

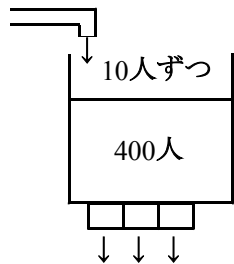
はじめに400人いたが、1分間に50人ずつ少なくなっていくので、 $400 \div 50 = 8$ (分) で、行列はなくなる。



これを1つの式で表すと、 $400 \div (20 \times 3 - 10) = 8$ (分)、ということになる。

この問題では、実際には1か所の入口から20人ずつ出て行ったわけではなくて、それが何人かを求める問題だった。

1か所の入口から何人が出て行くかがわからないかわりに、行列がなくなるのは80分後だということがわかっている。



よって、1か所の入口から出ていく人数を□とすると、

$$400 \div (\square \times 3 - 10) = 80 \quad \text{となる。}$$

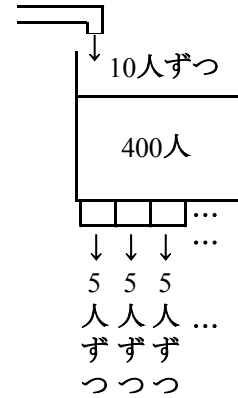
あとは逆算で□を求めればよい。

$$\begin{aligned} 400 \div 80 &= 5 \\ 5 + 10 &= 15 \\ 15 \div 3 &= \mathbf{5} \text{ (人)}. \end{aligned}$$



反復基本④(2)

(1)で、1か所の入口からは5人ずつ出ていくことがわかった。
 (2)では、今度は何か所の入口があるかがわからない。
 ただ、20分以内に行列をなくさなければならないことがわかっている。



そこで、20分ちょうどで行列をなくすためには、入口を何か所開けばよいかを考える。

(1)で、1か所の入口から出ていく人数を□とすると、
 $400 \div (\square \times 3 - 10) = 80$ となって、問題を解くことができた。

この式において、400がはじめの人数、□は1か所から出ていく人数、3は入口の数、10は1分間に行列に加わる人数だった。
 そして、80は行列がなくなる時間だった。

(2)では、□が5だとわかっている、かわりに入口の数がわかっていない。行列がなくなる時間は「20分以内」と書いてあるから、ちょうど20分にする。

よって、入口の数を□とすると、

$$400 \div (5 \times \square - 10) = 20 \quad \text{となる。}$$

逆算をすると、

$$400 \div 20 = 20$$

$$20 + 10 = 30$$

$$30 \div 5 = 6$$

よって、入口が6か所あれば、ちょうど20分で行列がなくなる。

つまり、最低**6**か所の入口を開ければ、20分以内に行列をなくすことができる。

(「以内」ということばは、その数をふくむ。たとえば「100円以内」といえば、100円もふくむ。「以上」「以下」「以内」など、「以」ということばが使われていれば、その数をふくむのだと覚えておこう。)

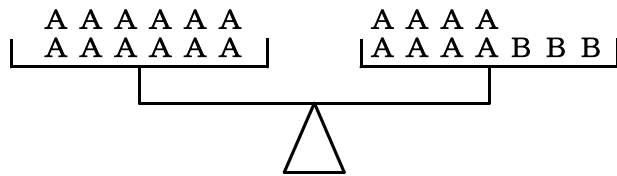
反復練習①(1)

「てんびん問題」。

ある仕事を、A 1人で12日かかるというのは、「A」が12個で、仕事全体を終えることができるという意味。

また、「A 1人で5日した後、残りをAとBの2人で3日かかる」というのは、「Aが5個と、ABが3個」で、仕事全体を終えることができるという意味。つまり、「AAAAAと、AB・AB・AB」。よって、「Aが8個と、Bが3個」ということになる。

このことを図で表すと、右図において、左のお皿にはAが12個乗っていて、右のお皿にはAが8個と、Bが3個乗っていて、左のお皿と右のお皿がちょうどつり合っている、という意味になる。

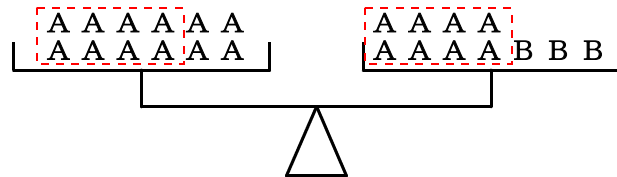


ここで、左のお皿と右のお皿から、同じ重さのものをそーと取ることにする。

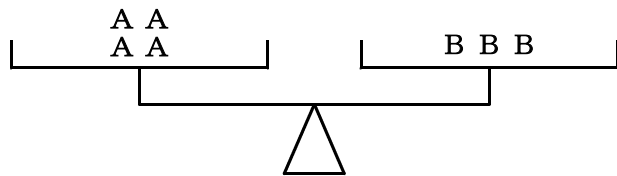
左お皿と右のお皿から、Aを1個ずつ取っても、つり合っている。

さらに、両方のお皿から、A 1個ずつ取っても、まだつり合っている。

このようにすると、両方のお皿から、Aを8個ずつ取ることができる。



Aを8個ずつ取ったあとは、左のお皿にはAが $12 - 8 = 4$ (個)、右のお皿には、Bが3個乗っていることになる。



そして、左のお皿と右のお皿はつり合っているのだから、**Aが4日でする仕事量と、Bが3日でする仕事量は等しい**ことになる。その等しい仕事量を、(4と3の最小公倍数である)12にすると、Aは4日で12の仕事をすることになるから、1日あたり、 $12 \div 4 = 3$ ずつ、Bは3日で12の仕事をするようになるから、1日あたり、 $12 \div 3 = 4$ ずつ。

全体の仕事量は、問題文に書いてある通り、「Aが12日かかる仕事」であった。

Aは1日あたり3ずつ仕事をするので、全体の仕事量は、 $3 \times 12 = 36$ 。

この、36の仕事量をB 1人ですると、4ずつすることになるから、 $36 \div 4 = 9$ (日)。

反復基本①(2)

(1)で、Aは1日に3ずつ、Bは1日に4ずつすることに
した。

また、仕事全体は、36になった。

仕事全体は36 Aは1日3ずつ Bは1日4ずつ

(2)では、この仕事を、最初に仕事全体の $\frac{7}{9}$ をAとBの
2人でする。

Aは1日3ずつ、Bは1日4ずつするのだから、2人ですると、1日に $3 + 4 = 7$
ずつすることになる。

仕事全体は36だから、仕事全体の $\frac{7}{9}$ は、 $36 \times \frac{7}{9} = 28$ になる。

よって、28の仕事を、7ずつすることになるから、 $28 \div 7 = 4$ (日) かかる。

また、仕事全体は36で、今までにやった仕事は28だから、残っている仕事は、
 $36 - 28 = 8$ 。この仕事をBがするのだが、Bは1日に4ずつする。

よって、 $8 \div 4 = 2$ (日) かかる。

ここで注意! 「2日」というのは、答えではない。なぜなら、問題文に「**全部で**何日
かかりますか」と書いてあった。「2日」というのは、AとBがはじめからやったあとの
残りをBが2日でやるという、「残りの仕事をBがする日数」。つまり、はじめにAとB
が4日して、残りをBが2日でしたのだから、全部で、 $4 + 2 = 6$ (日)。

 反復練習②(1)

水そう全体を、40と24と30の最小公倍数である120にする。

AとBでは40分で120を入れるので、1分あたり、 $120 \div 40 = 3$ ずつ。

BとCでは24分で120を入れるので、1分あたり、 $120 \div 24 = 5$ ずつ。

CとAでは30分で120を入れるので、1分あたり、 $120 \div 30 = 4$ ずつ。

わかったことを整理すると、右の表のようになる。

全体は120
ABは1分3ずつ
BCは1分5ずつ
CAは1分4ずつ

この表のように、「AB」、「BC」、「CA」がわかっているときは、**それらをすべて足す**のが問題を解くテクニックである。

「AB」「BC」「CA」を足すと、AもBもCも2回ずつ登場しているから、「AABBCC」である。順番を入れ替えて、「ABC」「ABC」とすると、「ABC」「ABC」が、 $3 + 5 + 4 = 12$ 。

つまり、「ABC」というセットが2セットで12なのだから、「ABC」は、 $12 \div 2 = 6$ 。

よって、「ABC 3本の水道管を同時に使うと、1分間に6ずつ入る」ということがわかった。

水そう全体は120だったから、ABCの3本の水道管を同時に使うと、 $120 \div 6 = 20$ (分) で、水そうはいっぱいになる。

反復練習②(2)

(1)でわかったことを整理すると、右の表のようになる。

ところで(2)の問題は、はじめはBC 2本の水道管を使い、途中からはAだけを使う。

BC 2本を使った場合は、表のイを見るとわかる通り、1分間に5ずつ水を入れる。

全体は120
ABは1分3ずつ……ア
BCは1分5ずつ……イ
CAは1分4ずつ……ウ
ABCは1分6ずつ……エ

ところが、Aだけを使った場合については、1分にくらずつ入るかを求めていない。Aだけを使った場合を求めるには、表のイとエを利用する。

イは1分5ずつで、エは1分6ずつになっている。

なぜ、イよりもエの方が1分に入れる量が多いのか。

その理由は、イはBとCしか使っていないが、エはABC全部を使っているから。

つまり、イよりもエは、Aをよけいに使っているだけ水がたくさん入る。

つまり、Aは1分あたり、 $6 - 5 = 1$ ずつ水を入れることがわかった。

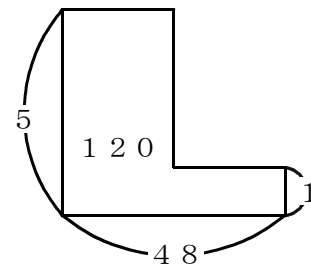
以上整理すると、

はじめはBC 2本を使い、1分間に5ずつ水を入れる。
途中からは、Aだけを使い、1分間に1ずつ水を入れる。
 全部で48分で、水そう全体の量である120を入れる。

ということで、この問題はつるかめ算になる。

※**途中**ということばがあったらつるかめ算の可能性が高いことを、覚えておこう。

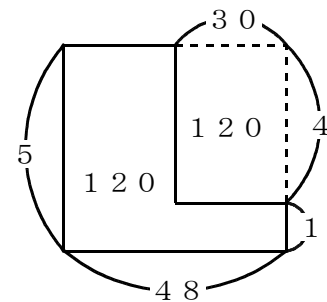
面積図は、右図のようになる。



点線部分の長方形の面積は、 $5 \times 48 - 120 = 120$

点線部分の長方形のたての長さは、 $5 - 1 = 4$

よって横の長さは、 $120 \div 4 = 30$



よって、Aだけを使ったのは、**30**分であることがわかった。

反復練習③(1)

仕事全体を、24と30と20の最小公倍数である120にする。

A 1人では24日かかるので、1日あたり、 $120 \div 24 = 5$ ずつする。

B 1人では30日かかるので、1日あたり、 $120 \div 30 = 4$ ずつする。

BとC 1人では20日かかるので、1日あたり、 $120 \div 20 = 6$ ずつする。

Bは1日4ずつ、BCは1日6ずつするので、Cは1日あたり、 $6 - 4 = 2$ ずつする。

わかったことを整理すると、右の表のようになる。

全体の仕事は120で、Cは1日2ずつするのだから、
 $120 \div 2 = 60$ (日) で、全体の仕事をすることができる。

全体は120
Aは1日5ずつ
Bは1日4ずつ
Cは1日2ずつ

。

 反復練習③(2)

わかったことを整理すると、右の表のようになるのだった。

1日目はA, 2日目はB, 3日目はC, …のくり返しだから、「ABC」が1セット。

全体は120
Aは1日5ずつ
Bは1日4ずつ
Cは1日2ずつ

Aは1日5ずつ, Bは1日4ずつ, Cは1日2ずつだから, 1セットあたり, $5 + 4 + 2 = 11$ の仕事をする。

全体の仕事は120だから, 1セットあたり11の仕事が, 何セットぶん入っているかを求める。これはわり算になる。

$120 \div 11 = 10$ あまり 10 だから, 10セットと, あと10の仕事があまる。

1セットは「ABC」の3日ぶんだから, 10セットで, $3 \times 10 = 30$ (日)。

のこり10の仕事は, まずAが1日で5の仕事をして, 残りは $10 - 5 = 5$ 。

次に, Bが1日で4の仕事をして, 残りは $5 - 4 = 1$ 。

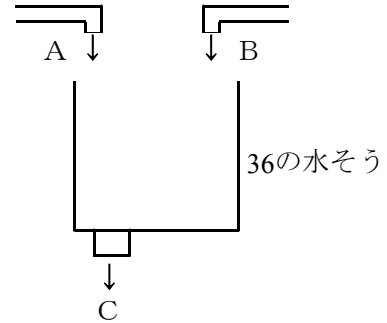
残った1の仕事は, Cは1日で2の仕事をするので, 1の仕事なら楽にこなしてしまう。

結局, 10セットぶんを30日ですべて, 残りの仕事はA・B・Cが1日ずつ, 合計3日ですることになるから, 全部で, $30 + 3 = 33$ (日)。

反復練習④(1)

この問題ではまず、水そういっぱいを、12と36と9の最小公倍数である、36にする。

この問題には、Cを開いてAを使って給水すると12分間でいっぱいになると書いてあったが、この場合はAとCの両方が開いているのだから、少し考にくいので、あとまわし。



次に、Cを開いてBを使って給水すると36分間でいっぱいになるとも書いてあったが、これもBとCの両方が開いているのだから、あとまわし。

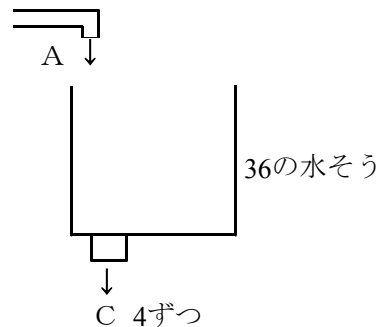
最後に、AとBを閉じてCで排水すると、いっぱいになっている水が9分で空になると書いてあった。これは、9分で36の水が排水されたということだから、1分あたり、 $36 \div 9 = 4$ ずつ排水される。

全体 = 36 Cは1分4ずつ排水

つまり、Cは1分に、4ずつ排水することがわかった。

では、さっきあとまわしにした、「Cを開いてAを使って給水すると、12分間でいっぱいになる」という文を考えてみよう。

Aからは□ずつ水を入れる管だったとして、Cからは4ずつ出るから、 $(\square - 4)$ ずつ水は増えていく。36の水を入れるのに、



$36 \div (\square - 4)$ の時間がかかる。これが12分間なのだから、

$36 \div (\square - 4) = 12$ となる。逆算をすると、

$\square = 7$ となるから、A管は1分間に7ずつ水を入れることになる。

同様に、「Cを開いてBを使って給水すると、36分間でいっぱいになる」という文の場合も、Bからは□ずつ水を入れる管だったとすると、

$36 \div (\square - 4) = 36$ となる。逆算をして、 $\square = 5$ となる。

よって、B管は1分間に5ずつ水を入れることになる。

以上、整理すると右の表のようになる。

全体 = 36 Aは1分7ずつ給水 Bは1分5ずつ給水 Cは1分4ずつ排水
--

Aは1分間に7ずつ、Bは1分間に5ずつ給水するのだから、AとBの1分間の給水量の比は、**7 : 5** になる。

反復練習④(2)

(1)で、右の表のようにきちんと整理できていたら、
(2)は簡単な問題。

いま、Cを閉じてA、Bの両方だけを使って水を入れていくのだから、1分あたり、
 $7 + 5 = 12$ ずつ、水を入れることができる。

全体は36だから、1分間に12ずつ水を入れていくと、
 $36 \div 12 = 3$ (分) で、水そうはいっぱいになる。

全体 = 36
Aは1分7ずつ給水
Bは1分5ずつ給水
Cは1分4ずつ排水

反復練習⑤

ニュートン算。結構考え方がむずかしいので、がんばってついてきてください。

1つの窓口が1分になくす人の量を①とする。

すると、たとえば1つの窓口が3分になくす人の量は③になり、
たとえば4つの窓口が1分になくす人の量は④になる。

さらに、4つの窓口が3分になくす人の量なら、 $4 \times 3 = ①②$ になる。

この問題では、2つの窓口では20分で行列がなくなったと書いてあるから、 $2 \times 20 = ④①$ の人をなくしたことになる。

この④①というのは、はじめにいた行列の人数だけを表しているのではない。
窓口を20分間開いていたのだから、その20分間に行列に並んだ人も、いなくなった。

つまり、「はじめの人数 + 20分間で増えた人数」を、窓口2つが、20分間でなくしたことになる。それが、④①にあたる。よって、

$$\text{はじめの人数} + 20\text{分間で増えた人数} = ④① \quad \dots \text{ア}$$

また、3つの窓口では12分で行列がなくなったのだから、 $3 \times 12 = ③⑥$ の人をなくしたことになる。

この③⑥というのは、「はじめの人数 + 12分間で増えた人数」を表している。

$$\text{はじめの人数} + 12\text{分間で増えた人数} = ③⑥ \quad \dots \text{イ}$$

アとイをくらべると、アの方が $20 - 12 = 8$ (分) 多い。これが、 $④① - ③⑥ = ④$ にあたるから、1分あたり、 $④ \div 8 = ①.⑤$ ずつ増える。

1分間に①.⑤ずつ増えるのだから、アにおいて、20分間で増えた人数は、 $①.⑤ \times 20 = ①①$ 。

よって、はじめの人数は、 $④① - ①① = ③①$ にあたる。

(次のページへ)

わかったことを整理すると、右の図のようになる。

窓口を □ 個開けたとして、ちょうど4分で行列をなくすためには、

$$30 \div (1 \times \square - 0.5) = 4$$

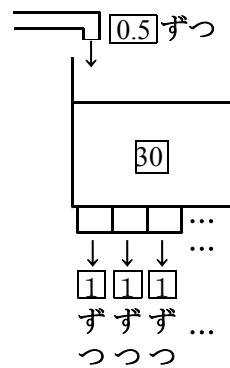
逆算をして、

$$30 \div 4 = 7.5$$

$$7.5 + 0.5 = 8$$

$$8 \div 1 = 8$$

よって、窓口を **8** 個開けばよいことがわかった。



チャレンジ(1)

問題文には2つのことが書いてあった。

Aだけを使うと15時間かかる。……………ア
 A3時間+B2時間でできる仕事量は、A1時間+B3時間の仕事量の2倍。…イ

この2つのうち、面倒そうなイについて、考えてみよう。

イでは、「A3時間+B2時間」の仕事量が、「A1時間+B3時間」の仕事量の2倍だと書いてあった。

ようするに、「A3時間+B2時間」の方が、たくさんの仕事をやっている。その半分しか、「A1時間+B3時間」の方は仕事をしていない。

半分しか仕事をしていないならば、2倍すれば、まったく同じ仕事量になるだろう。

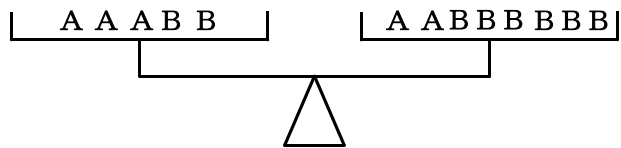
つまり、「A1時間+B3時間」の時間を2倍にして、「A2時間+B6時間」にすれば、まったく同じ仕事量になる。

よって、イの文を変更して、次のようにしてもよいことになった。

A3時間+B2時間でできる仕事量は、A2時間+B6時間の仕事量と同じ。

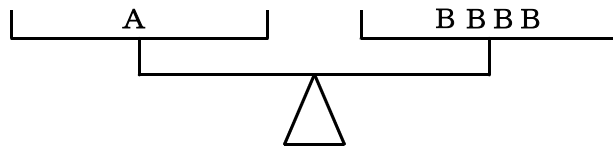
この文を見て、「てんびん問題だあ!」と気づきますか?

A1時間ぶん、B1時間ぶんをそれぞれA、Bとして、右図のようにする。



両方のお皿から、そーっとAを2個、Bを2個取ると、

右の図のように、A1個が、B4個とつり合う。



つまり、Aが1時間でする仕事をBがすると、4時間もかかる。つまり、BはAの4倍の時間がかかることがわかった。

ところで、仕事全体、Aだけがすると15時間かかるのだった。(ア)

この仕事をBがすると、 $15 \times 4 = 60$ (時間) かかることになる。

チャレンジ(2)

(1)で、次のことがわかった。

Aだけでこの仕事をする、15時間かかる。
Bだけでこの仕事をする、60時間かかる。

ここで、全体の仕事を(15と60の最小公倍数である)60にする。
Aは15時間で60の仕事をするようになるから、1時間あたり、 $60 \div 15 = 4$ ずつ。
Bは60時間で60の仕事をするようになるから、1時間あたり、 $60 \div 60 = 1$ ずつ。

整理すると、右の表のようになる。

仕事全体 = 60
Aは1時間4ずつ
Bは1時間1ずつ

(2)の問題では、途中まではAとBで順調に仕事をやっていったのだから、1時間に $4 + 1 = 5$ ずつ、仕事をしていった。

ところが**途中**からは、Bの仕事のスピードが、調子が悪くなる前の半分になってしまった。

調子が悪くなる前は、Bは1時間に1ずつやれていたのだから、調子が悪くなってからは、1時間あたり、 $1 \div 2 = 0.5$ ずつしか、仕事をできなくなってしまった。

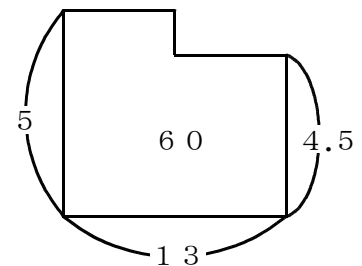
Aはいつも、1時間に4ずつ仕事をするのだから、Bの調子が悪くなってからは、AとBで、1時間に $4 + 0.5 = 4.5$ ずつ、仕事をするようになった。

以上のことを整理すると、次のようになる。

はじめは1時間に5ずつ、仕事をしていった。
途中からは、1時間に4.5ずつ、仕事をしていく。
全部で13時間で、60の仕事をした。

どうですか？**つるかめ算**であることがわかりましたか？

面積図を書くと、右図のようになる。



点線部分の長方形の面積は、 $5 \times 13 - 60 = 5$ 。
点線部分の長方形のたての長さは、 $5 - 4.5 = 0.5$ 。
よって、点線部分の長方形の横の長さは、 $5 \div 0.5 = 10$ 。

Bの調子が悪かったのは、**10**時間。

