

最難関問題集4年下第16回・くわしい解説

目 次

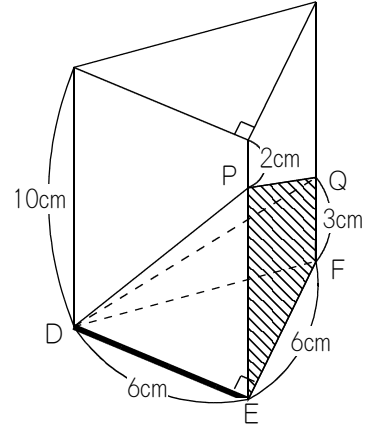
応用問題 A	1	…p.2
応用問題 A	2	…p.3
応用問題 A	3	…p.4
応用問題 A	4	…p.5
応用問題 B	1	…p.6
応用問題 B	2	…p.8

すぐる学習会

<http://www.suguru.jp>

応用問題A 1

- (1) 四角すいD-P E F Qの底面は、右の図のしゃ線をつけた台形です。四角すいの高さは、太線の部分であるD E = 6 cmです。

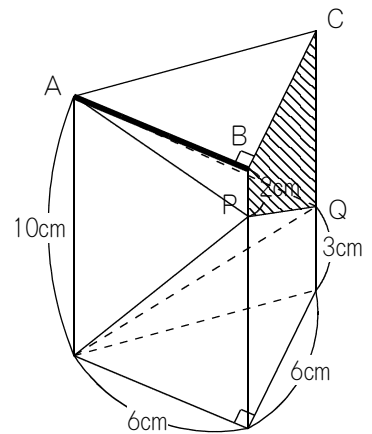


台形の上底は3 cm, 下底は $10 - 2 = 8$ (cm),
台形の高さは6 cmですから, 台形の面積は,
 $(3 + 8) \times 6 \div 2 = 33$ (cm²) です。

四角すいの体積
 $= \text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$
 $= 33 \times 6 \times \frac{1}{3}$
 $= 66$ (cm³) です。

- (2) (1)と同じようにすると, 四角すいA-B P Q Cの体積も求めることができます。

四角すいA-B P Q Cの底面は右の図のしゃ線をつけた台形です。四角すいの高さは、太線の部分であるA B = 6 cmです。

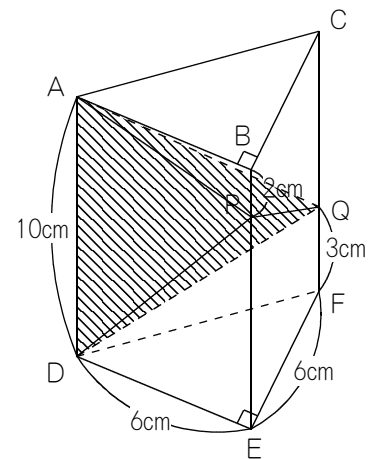


台形の上底は $10 - 3 = 7$ (cm), 下底は2 cm,
台形の高さは6 cmですから, 台形の面積は,
 $(7 + 2) \times 6 \div 2 = 27$ (cm²) です。

四角すいの体積
 $= \text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$
 $= 27 \times 6 \times \frac{1}{3}$
 $= 54$ (cm³)

(2)で求めるのは, 三角すいA-P D Qです。

三角柱A B C - D E Fから, 四角すいD-P E F Qと,
四角すいA-B P Q Cを引けばよいので,

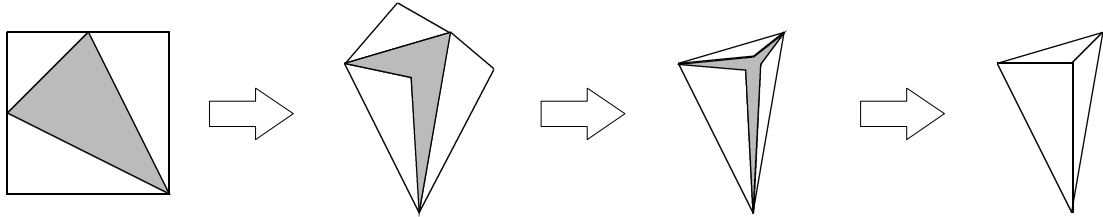


$\frac{6 \times 6 \div 2 \times 10}{\text{三角柱A B C - D E F}} - (66 + 54) = 180 - 120 = 60$ (cm³)

応用問題A 2

(1) 折り紙などを折ってみて、どのような立体ができるのかを体験してみましょう。

この正方形を折っていくと、下のような三角すいができます。



できた三角すいに長さを書きこむと、右の図のようになります。

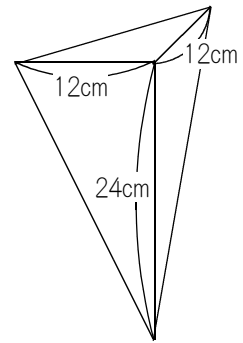
この三角すいの体積は、

$$\frac{12 \times 12 \div 2}{\text{底面積}} \times \frac{24}{\text{高さ}} \div 3$$

「すい」だから

$$= 72 \times 24 \div 3$$

$$= 576 \text{ (cm}^3\text{)}$$



(2) まず、三角形 A E F の面積を求めます。

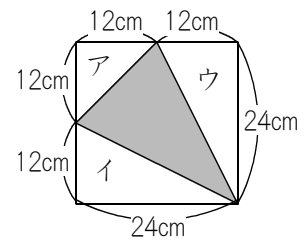
正方形全体から、ア、イ、ウの面積を引けば求められます。

正方形全体の面積は、 $24 \times 24 = 576 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

アの面積は $12 \times 12 \div 2 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

イの面積は $24 \times 12 \div 2 = 144 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

ウの面積も 144 cm^2 ですから、三角形 A E F の面積は、
 $576 - (72 + 144 + 144) = 216 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

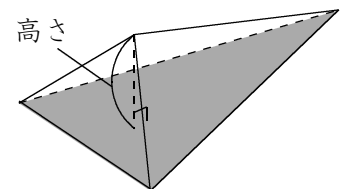


右の図のように倒しても、体積は(2)で求めた 576 cm^3 のままです。

底面積は、三角形 A E F ですから 216 cm^2 です。

三角すいの体積は、「底面積 \times 高さ $\div 3$ 」で求めることができますから、 $216 \times \text{高さ} \div 3 = 576$ となります。

高さ $= 576 \times 3 \div 216 = 8 \text{ (cm)}$ です。



応用問題A 3

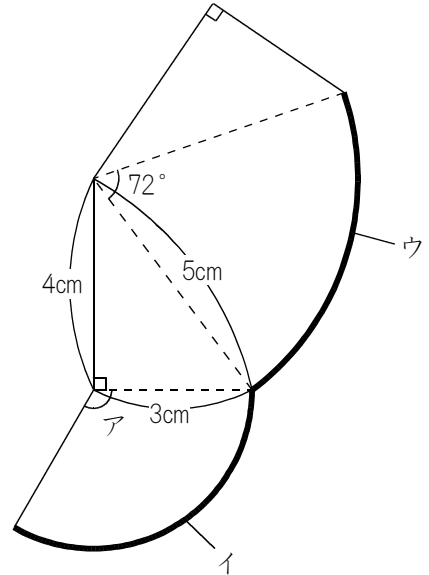
- (1) 右の図の2本の太線どうしがくっつくことを利用して、角アの大きさを求めます。

ウの太線の長さは、
 $5 \times 2 \times 3.14 \times \frac{72}{360} = 2 \times 3.14$ (cm) です。

よってイの長さも、 2×3.14 です。
 $3 \times 2 \times 3.14 \times \frac{\text{ア}}{360} = 2 \times 3.14$ (cm) ですから、

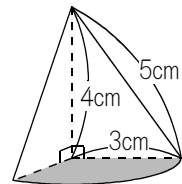
$3 \times 2 \times \frac{\text{ア}}{360} = 2$ となるので、 $\frac{\text{ア}}{360}$ は、
 $2 \div (3 \times 2) = \frac{1}{3}$ です。

よって、 $\text{ア} = 360 \times \frac{1}{3} = 120$ (度) です。



- (2) この展開図を組み立てると、右の図のような、底面がおうぎ形のすい体ができます。

底面のおうぎ形の中心角は、(1)で求めたとおり120度です。



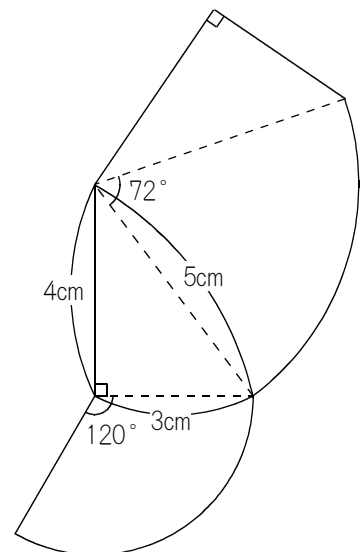
底面のおうぎ形の面積は、 $3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{120}{360} = 3 \times 3.14$ (cm²) です。

この立体の体積は、底面積 \times 高さ $\times \frac{1}{3} = 3 \times 3.14 \times 4 \times \frac{1}{3} = 4 \times 3.14 = 12.56$ (cm³)
 です。

- (3) 展開図には、4つの面があります。
 この4つの面の面積を加えると、表面積になります。

$$\underbrace{3 \times 4 \div 2 \times 2}_{\text{直角三角形2面}} + \underbrace{3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{120}{360}}_{\text{底面}} + \underbrace{5 \times 5 \times 3.14 \times \frac{72}{360}}_{\text{側面のおうぎ形}}$$

$$\begin{aligned} &= 12 + 3 \times 3.14 + 5 \times 3.14 \\ &= 12 + (3 + 5) \times 3.14 \\ &= 12 + 8 \times 3.14 \\ &= 12 + 25.12 \\ &= 37.12 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$



応用問題A 4

- (1) とつぜん「三角形の面積を求める」というテクニックを、おぼえておきましょう。

三角形ABCの面積は、 $20 \times 15 \div 2 = 150$ (cm²) です。

辺ACを底辺にしたとき、高さはBDになりますが、「底辺×高さ÷2」は、やはり150 cm²になります。

辺ACは25 cmですから、 $25 \times BD \div 2 = 150$ となり、逆算をして、

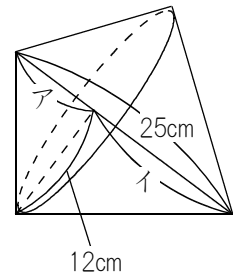
$$150 \times 2 = 300 \quad 300 \div 25 = 12$$

よって、BDの長さは12 cmです。

- (2) 辺ACを軸として1回転させると、右の図のような、円すいを2個くっつけたような立体ができます。

高さがアの方の円すいの体積は、底面積×ア× $\frac{1}{3}$ で、

高さがイの方の円すいの体積は、底面積×イ× $\frac{1}{3}$ です。



合わせると、

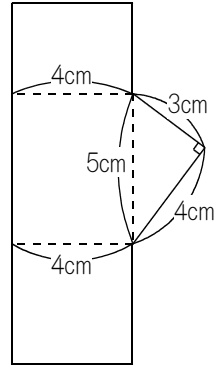
$$\text{底面積} \times \text{ア} \times \frac{1}{3} + \text{底面積} \times \text{イ} \times \frac{1}{3} = \text{底面積} \times (\text{ア} + \text{イ}) \times \frac{1}{3} = \text{底面積} \times 25 \times \frac{1}{3}$$

となります。

$$\text{底面積} \times 25 \times \frac{1}{3} = 12 \times 12 \times 3.14 \times 25 \times \frac{1}{3} = 1200 \times 3.14 = 3768 \text{ (cm}^3\text{) です。}$$

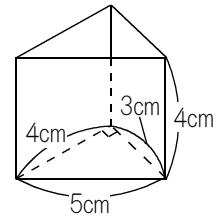
応用問題B 1

もし、右のような展開図だったとしたら、

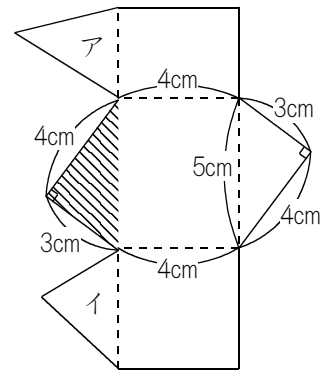


右の図のような、ふたのない三角柱ができます。

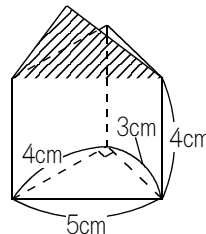
この三角柱の体積は、 $\frac{3 \times 4}{2} \times 4 = 24 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。
底面積 高さ



実際の展開図には右の図のしゃ線をつけた部分と、アとイの面とがよけいにあります。

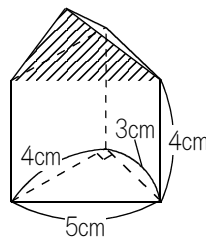


しゃ線をつけた面があるので、立体は



のようになり、さらに

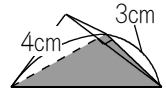
アとイの面をくっつけると、立体は



のようになります。

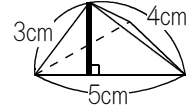
(次のページへ)

この立体の上の部分は三角すいで、底面は、右の図のかげをつけた部分です。

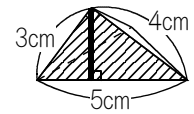


底面積は、 $3 \times 4 \div 2 = 6$ (cm²) です。

この三角すいの高さは、右の図の太線部分です。



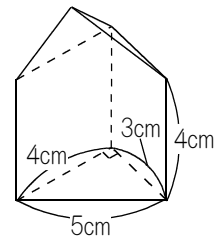
太線の長さを求めるには、右の図のしゃ線部分の三角形の面積を利用します。



しゃ線部分の三角形の面積は、 $3 \times 4 \div 2 = 6$ (cm²) で、底辺を 5 cm とした場合の高さが太線部分なので、 $5 \times \text{太線} \div 2 = 6$ となり、太線 = $6 \times 2 \div 5 = 2.4$ (cm) です。

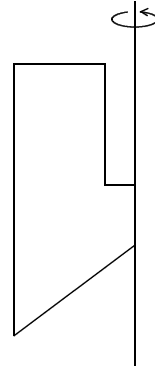
よって、三角すいの体積は、 $6 \times 2.4 \div 3 = 4.8$ (cm³) です。

展開図を組み立ててできる立体の、下の部分は三角柱で、体積は 24 cm³、上の部分は三角すいで、体積は 4.8 cm³ ですから、この立体の体積は、 $24 + 4.8 = 28.8$ (cm³) です。

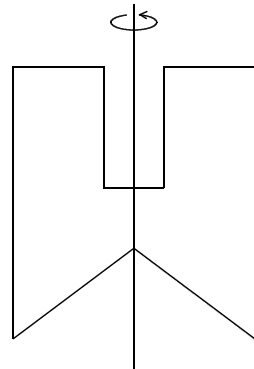


応用問題B 2

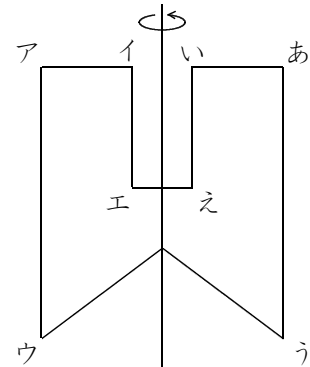
回転させたときの立体の図を書けるようになります。



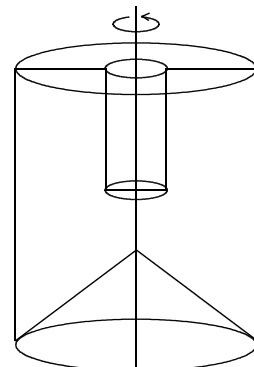
まず、軸よりも右側に、左右対称となるように図を書きます。



図の「ア」と「あ」、「イ」と「い」、「ウ」と「う」、「エ」と「え」は、対応する点です。

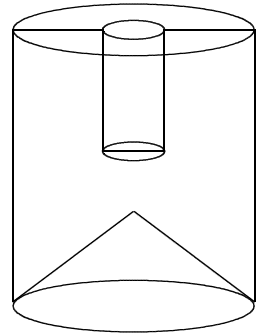


だ円（円をつぶした形）を書きます。
だ円の中心は軸の上であり、対応する点どうしを通るように書いていきます。

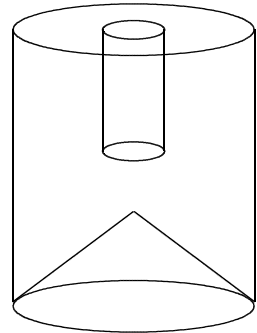


(次のページへ)

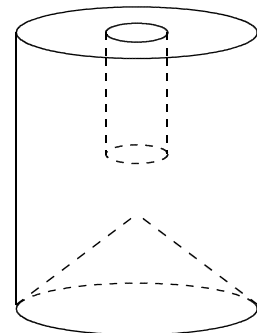
軸を消して，



よけいな横線も消せば，だいたい完成です。

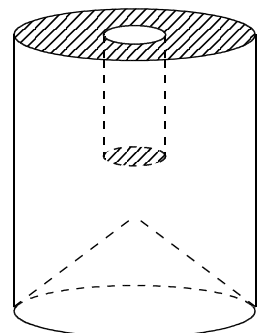


ま正面から見えない線を点線にすれば，パーフェクトです。



上右の図のしゃ線をつけた部分の面積の和は，
円1つぶんになりますから，

$$\begin{aligned} & 8 \times 8 \times 3.14 \\ & = 64 \times 3.14 \cdots (\star) \end{aligned}$$

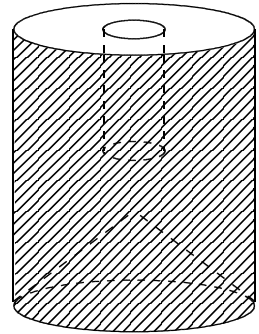


(次のページへ)

外側の側面積は、

$$\frac{18}{\text{たて}} \times \frac{8 \times 2}{\text{横 (円周)}} \times 3.14$$

$$= 288 \times 3.14 \dots (\star)$$



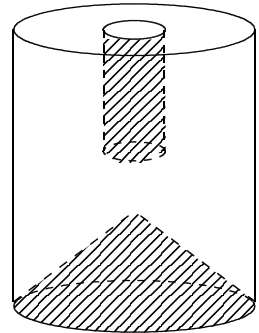
右の図のしゃ線をつけた部分の面積の和は、

$$\frac{8}{\text{たて}} \times \frac{2 \times 2}{\text{横 (円周)}} \times 3.14 + \frac{10}{\text{母線}} \times \frac{8}{\text{半径}} \times 3.14$$

$$= 32 \times 3.14 + 80 \times 3.14$$

$$= (32 + 80) \times 3.14$$

$$= 112 \times 3.14 \dots (\ast)$$



(☆), (★), (※) 合わせて、

$$\frac{64 \times 3.14}{(\star)} + \frac{288 \times 3.14}{(\star)} + \frac{112 \times 3.14}{(\ast)}$$

$$= (64 + 288 + 112) \times 3.14$$

$$= 464 \times 3.14$$

$$= 1456.96 \text{ (cm}^2\text{)}$$