

算数時事問題2016

社会科では、最近起こった重大ニュース（時事問題）が、入試問題としてよく出題されます。理科でも、社会科よりは少ないですが、天文現象※1とか、日本人のノーベル賞受賞※2などの時事問題を出題する中学校があります。

算数では時事問題が出題されないように思いますが、実は算数でもされるのです。

算数では、その年の西暦年号を使った問題が出題されるのです。これを、「算数の時事問題」と考えても良いでしょう。

たとえば灘中では、第1日目の□1で、西暦を使った計算問題が、毎年のように出題されています。

そこで、今年の西暦である「2016」を使った問題を予想してみました。

(※1) 2015年4月4日にかいき月食

(※2) 2015年の日本人ノーベル賞受賞者は以下の通り。

物理学賞 梶田隆章さん

生理・医学賞 大村智さん

出題される可能性大

※ 2016 の約数は 36 個もある。

※ 1 から 63 までの整数の和は 2016 になる。

目 次

※のついた第3課・第5課は，とくに入試に出題されやすいので，しっかり学習しておきましょう。

	ページ
第1課 計算問題	4
第2課 毎年おなじみの問題	5
※第3課 今年は「約数」がたくさんある！	6
第4課 ふくめん算	7
※第5課 今年は「三角数」だ！	8
第6課 今年は「西暦」が「平成」で割り切れる！	9
第7課 今年は平成が「完全数」，西暦は惜しくも「完全数」ではない！ ...	10
第8課 2016は，5通りの連続した整数の和で表すことができる。	12
解答・解説	15

第 1 課 計算問題

$$\boxed{1} \quad 1 \div \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} - \frac{1}{3 \cdot 2} \right) = \boxed{}$$

$$\boxed{2} \quad 8 \div \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{4 \cdot 2} \right) = \boxed{}$$

$$\boxed{3} \quad 8 \div \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right) = \boxed{}$$

$$\boxed{4} \quad (1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \cdots + 6 \times 7 \times 8) \times 2\frac{2}{3}$$
$$= \boxed{}$$

$$\boxed{5} \quad 2016 \times 2016 - 2015 \times 2017 = \boxed{}$$

第2課 毎年おなじみの問題

1 数字 0, 1, 2, 6 を使って

0, 1, 2, 6, 10, 11, 12, 16, 20, 21, 22, 26, 60, ……

というように小さい整数から順に並べて作られる数の列があります。

このとき, 2016 という数は何番目にありますか。

答え _____ 番目

2 1から2016までの整数をすべてかけた数 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2015 \times 2016$ は, おわりに0がいくつ並びますか。

答え _____ 個

3 1から2016までの整数の各位の数字を次のように順に並べます。

1, 2, 3, …, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 3, …… , 2, 0, 1, 5, 2, 0, 1, 6

これについて, 次の問いに答えなさい。

(1) 全部で何個の数字が並んでいますか。

答え _____ 個

(2) 2016番目の数字は何ですか。

答え _____

(3) 数字の「1」は何個ありますか。

答え _____ 個

4 2016を2016回かけたときの, 十の位は何ですか。

答え _____

第3課 今年は約数がたくさんある！

1 28の約数は、何個ありますか。

答え _____ 個

2 2016の約数は、何個ありますか。

答え _____ 個

3 28の約数の和を求めなさい。

答え _____

4 2016の約数の和を求めなさい。

答え _____

5 28の約数の逆数の和を求めなさい。

答え _____

6 2016の約数の逆数の和を求めなさい。

答え _____

第4課 ふくめん算

- 1 右の計算は、3けたと2けたのかけ算を示したものです。
A, B, C, D, E, F, Gは、0から9までの数字のいずれかで、すべて違う数字を表しています。
このとき、かけ算の答えである4けたの整数(FGAE)を求めなさい。

$$\begin{array}{r} \text{A B B} \\ \times \text{A B} \\ \hline \text{C D E} \\ \text{A B B} \\ \hline \text{F G A E} \end{array}$$

答え _____

- 2 右の計算は、2けたと2けたのかけ算を示したものです。
A, B, C, D, E, Fは、0から9までの数字のいずれかで、すべて違う数字を表しています。
このとき、かけ算の答えである4けたの整数(ABCD)を求めなさい。

$$\begin{array}{r} \text{E A} \\ \times \text{D E} \\ \hline \text{F D} \\ \text{C F A} \\ \hline \text{A B C D} \end{array}$$

答え _____

第5課 今年は「三角数」だ！

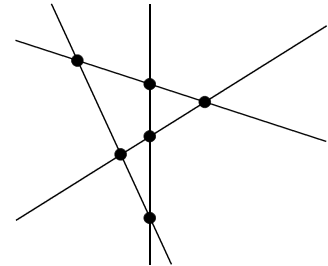
- 1 1 から N までの整数の和を、「 N 番目の三角数」といいます。
たとえば、4 番目の三角数は、 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ です。
これについて、次の問いに答えなさい。
- (1) 28 番目の三角数を求めなさい。

答え _____

- (2) 2016 は、何番目の三角数ですか。

答え _____ 番目

- 2 どの 2 本の直線もかならず交わり、どの 3 本の直線も同じ点で交わらないようにかきます。
たとえば、右の図のように直線を 4 本かいたときは、交わった点は 6 個になります。
これについて、次の問いに答えなさい。



- (1) 直線を 5 本かいたとき、交わった点は何個ですか。

答え _____ 個

- (2) 直線を 10 本かいたとき、交わった点は何個ですか。

答え _____ 個

- (2) 交わった点が 2016 個になるのは、直線を何本かいたときですか。

答え _____ 本

第6課 今年は「西暦」が「平成」で 割り切れる！

問題

今年は、西暦 2016 年で、平成 28 年です。

今年の西暦の年号を平成の年号で割ると、 $2016 \div 28 = 72$ となって、あまりなく割り切ることができます。

今年よりも前にも、西暦が平成で割り切れた年がありましたが、その平成の年号をすべて答えなさい。

答え

※答えるときは、「平成」や「年」などを書かずに、年号の数字のみ書きなさい。

第7課 今年も平成が「完全数」， 西暦は惜しくも「完全数」ではない！

解説 「完全数」とは、その数自身をのぞく約数の和が、その数自身と等しい整数のことです。

たとえば6の約数は1, 2, 3, 6ですが、6自身をのぞいた約数は、1, 2, 3で、その和は $1+2+3=6$ で、6自身と等しいのですから、6は完全数です。

今年も、平成28年ですが、28も完全数です。

なぜなら、28の約数は1, 2, 4, 7, 14, 28ですが、28自身をのぞいた約数は、1, 2, 4, 7, 14で、その和は $1+2+4+7+14=28$ になるので、28も完全数です。次のような数が完全数であることが、知られています。

2の累乗るいじょうの数をAとし、 $B=A \times 2 - 1$ とします。
このとき、Bが素数なら、 $A \times B$ は完全数となります。
ただし、2の累乗とは、2, 2×2 , $2 \times 2 \times 2$, ……のように、2を何回かくり返しかけた数のことです。

たとえば、 $A=2$ なら、 $B=2 \times 2 - 1 = 3$ で、3は素数ですからOKです。
このとき、 $A \times B = 2 \times 3 = 6$ が、完全数になります。

次に、 $A=2 \times 2 = 4$ なら、 $B=4 \times 2 - 1 = 7$ で、7は素数ですからOKです。
このとき、 $A \times B = 4 \times 7 = 28$ が、完全数になります。

問題 1 28の次の完全数は何ですか。

答え _____

この課のタイトルである「今年が平成が完全数」という意味はわかりましたね。

では、「西暦は惜しくも完全数ではない」という意味も説明しましょう。

$A=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2=32$ とします。 $B=32 \times 2 - 1=63$ で、 $A \times B=32 \times 63=2016$ となり、今年の西暦になるのですが、残念ながら、63 は素数ではないので、2016は完全数ではないのです。

問題 2 28 の次の次の完全数は何ですか。

答え _____

完全数については、2000年以上も前から考えられているにもかかわらず、未解決の問題が多いです。

1. 奇数の完全数は、まだ1個も見つかっていません。
2. 偶数の完全数が無数に存在するかどうかは、まだわかっていません。
3. 一の位が6か8以外の完全数が存在するかどうかは、まだわかっていません。

第8課 2016は，5通りの連続した整数 の和で表すことができる。

定理

ある整数を，連続した整数の和で表すしかたは，1以外の奇数の約数の個数と等しい。

たとえば，60の場合。

60の約数は，1，2，3，4，5，6，10，12，15，20，30，60の12個ですが，1以外の奇数の約数は，3，5，15の3個です。

このとき，60を連続した整数の和で表すしかたも，3通りあるというのが，定理の意味です。

確かに， $60=19+20+21$ ， $60=10+11+12+13+14$ ， $60=4+5+6+7+8+9+10+11$ ですから，60は，3通りの連続した整数の和で表すことができます。

では，60を連続した整数の和で表すしかたが，なぜ3通りになるかを，考えてみましょう。

60の，1以外の奇数の約数は，3，5，15の3個でしたね。

そのうちの，「3」という約数の場合，60は3個の連続した整数の和で表すことができるのです。

$$60 = (\quad) + (\quad) + (\quad)$$

3個のうち，まん中の数は， $60 \div 3 = 20$ です。

$$60 = (\quad) + (20) + (\quad)$$

ということは，右の()は20より1大きい21，左の()は20より1小さい19です。

$$60 = (19) + (20) + (21)$$

次に，「5」という約数の場合を考えてみます。

60は5個の連続した整数の和で表すことができるのです。

$$60 = (\quad) + (\quad) + (\quad) + (\quad) + (\quad)$$

5個のうち，まん中の数は， $60 \div 5 = 12$ です。

$$60 = (\quad) + (\quad) + (12) + (\quad) + (\quad)$$

ということは，一番右の()は，12より2大きい14，一番左の()は12より2小さい10です。よって，次の式ようになります。

$$60 = (10) + (11) + (12) + (13) + (14)$$

最後に，「15」という約数の場合を考えてみます。

60を，15個の連続した整数の和で表そうとしてみます。

$$60 = (\quad) + (\quad) + \cdots + (\quad) + \cdots + (\quad) + (\quad)$$

↑
一番左

↑
まん中

↑
一番右

15 個のうち、まん中の数は、 $60 \div 15 = 4$ です。

$$60 = (\quad) + (\quad) + \cdots + (4) + \cdots + (\quad) + (\quad)$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 一番左 まん 中 一番右

15 個のうち、まん中の 1 個を取ると、残りは 14 個。

左右に同じ個数ありますから、右にも左にも 7 個ずつあります。

ということは、一番右の () は、4 より 7 大きい 11、一番左の () は 4 より 7 小さい -3 です (プラス 4 °よりも 7 °低くなったら、 -3 °になりますね)。

よって、次の式ようになります。

$$60 = (-3) + (-2) + \cdots + (4) + \cdots + (10) + (11)$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 一番左 まん 中 一番右

途中省略せず、全部書くと、次の式ようになります。

$$60 = (-3) + (-2) + (-1) + (0) + (1) + (2) + (3) + (4) + (5) + (6) + (7) + (8) + (9) + (10) + (11)$$

この式のうち、 -3 は 3 と、 -2 は 2 と、 -1 は 1 と打ち消しあい、0 も取ってしまうと、次の式ようになります。

$$60 = (4) + (5) + (6) + (7) + (8) + (9) + (10) + (11)$$

このようにして、60 は、3 通りの連続した整数の和で表すことができることがわかりました。

ではなぜ、「ある整数を、連続した整数の和で表すしかたは、1 以外の奇数の約数の個数と等しい」のか、理由がわかりましたか？

なぜなら、奇数個の場合は、「まん中の数が存在する」からです。また、「1 以外」の条件になっているのは、「1 個だけ」の場合は、「連続した整数の和」とはいえないからです。

問題 1 70 を、連続した整数の和で表す方法は 3 通りあります。

その 3 通りを、すべて書きなさい。

答え① _____

答え② _____

答え③ _____

問題 2

2016 を，連続した整数の和で表す方法は 5 通りあります。

その5通りのそれぞれの，最小の数・最大の数を求めなさい。

たとえば，「 $10+11+12+13+14$ 」の場合なら，最小の数は10，最大の数は14です。

答え①最小の数： _____ ， 最大の数： _____

答え②最小の数： _____ ， 最大の数： _____

答え③最小の数： _____ ， 最大の数： _____

答え④最小の数： _____ ， 最大の数： _____

答え⑤最小の数： _____ ， 最大の数： _____

解答・解説

解答

- 第1課 [1] 2016 [2] 2016 [3] 2016 [4] 2016 [5] 1
- 第2課 [1] 136 [2] 502 [3] (1) 6957 (2) 708 (3) 1609 [4] 1
- 第3課 [1] 6 [2] 36 [3] 56 [4] 6552 [5] 2 [6] $3\frac{1}{4}$
- 第4課 [1] 2016 [2] 2016
- 第5課 [1] (1) 406 (2) 63 [2] (1) 10 (2) 45 (3) 64
- 第6課 [問題] 1, 2, 7, 14
- 第7課 [問題1] 496 [問題2] 8128
- 第8課 [問題1] $12+13+14+15+16, 7+8+9+10+11+12+13, 16+17+18+19$
 [問題2] ① 671, 673 ② 285, 291 ③ 220, 228 ④ 86, 106 ⑤ 1, 63

解説

$$\begin{aligned} \text{第1課 [1]} \quad 1 \div \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} - \frac{1}{32} \right) &= 1 \div \left(\frac{288}{2016} - \frac{224}{2016} - \frac{63}{2016} \right) \\ &= 1 \div \frac{1}{2016} \\ &= 2016 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[2]} \quad 8 \div \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{12} - \frac{1}{42} \right) &= 8 \div \left(\frac{28}{252} - \frac{21}{252} - \frac{6}{252} \right) \\ &= 8 \div \frac{1}{252} \\ &= 2016 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[3]} \quad 8 \div \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right) &= 8 \div \left(\frac{36}{252} + \frac{28}{252} - \frac{63}{252} \right) \\ &= 8 \div \frac{1}{252} \\ &= 2016 \end{aligned}$$

第2課 ① 0, 1, 2, 6の4種類の数字を使っているので, 4進数です。

通常の4進数は, 0, 1, 2, 3の4種類の数字を使っているので, 数の列の「6」を「3」に変更すると, 通常の4進数の列になります。

0, 1, 2, 6, 10, 11, 12, 16, 20, 21, 22, 26, 60, ……

↓

0, 1, 2, 3, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 30, ……

2016の「6」を「3」に変更すると, 2013になります。

2013が何番目に並んでいるかを求めるのは, 「2013を十進数にすると何になるか」を求めることと同じです。

2013の1の位は3, 4の位は1, 4×4の位は0, 4×4×4の位は2ですから, 2013を十進数にすると, $1 \times 3 + 4 \times 1 + 4 \times 4 \times 0 + 4 \times 4 \times 4 \times 2 = 135$ になります。

この数の列は0から始まっているので, 答えは $135 + 1 = 136$ (番目) になります。

② おわりに0がいくつ並ぶか

||

10で何回わり切れるか

||

2と5で何回わり切れるか

||

5で何回わり切れるか

$2016 \div 5 = 403$ あまり 1

$403 \div 5 = 80$ あまり 3

$80 \div 5 = 16$

$16 \div 5 = 3$ あまり 1

$403 + 80 + 16 + 3 = 502$ (個)。

③(1)

けた	範囲	数	数字
1 けた	1~9	$9 - 1 + 1 = 9$	$1 \times 9 = 9$ 個
2 けた	10~99	$99 - 10 + 1 = 90$	$2 \times 90 = 180$ 個
3 けた	100~999	$999 - 100 + 1 = 900$	$3 \times 900 = 2700$ 個
4 けた	1000~2016	$2016 - 1000 + 1 = 1017$	$4 \times 1017 = 4068$ 個

$9 + 180 + 2700 + 4068 = 6957$ (個)。

(2) (1)から, 2けたまでで数字は $9 + 180 = 189$ (個), 3けたまでで数字は $9 + 180 + 2700 = 2889$ (個) あるとわかるので, 2016番目の数字は, 3けたの数のうちのどれかであることがわかります。

その3けたの数を とすると,

けた	範囲	数	数字
1 けた	1~9	$9-1+1=9$	$1 \times 9=9$ 個
2 けた	10~99	$99-10+1=90$	$2 \times 90=180$ 個
3 けた	100~□	□-100+1	$3 \times (\square - 100 + 1)$ 個

$$9 + 180 + 3 \times (\square - 100 + 1) = 2016 \text{ ですから,}$$

$$2016 - (9 + 180) = 1827$$

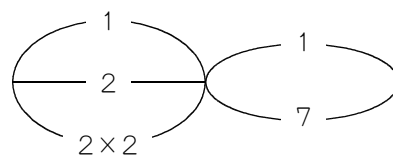
$$1827 \div 3 = 609$$

$$609 - 1 + 100 = 708$$

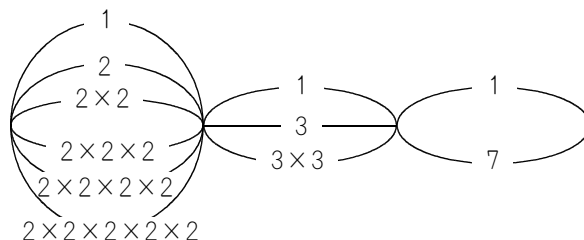
- (3) 一の位, 十の位, 百の位, 千の位に, 1 が何個あるかを考えます。
- 一の位が 1 である整数は, □□□1 という形をしていて, □□□が 000 ならば, 1 という整数です。□□□が 001 ならば, 11 という整数です。
- このように考えていくと, □□□1 のときの □□□ には, 000 から 201 までがあてはまりますから, 一の位が 1 である整数は, 202 個あることがわかり, 一の位の 1 は 202 個あることになります。
- 同様にして, 十の位の 1 は, □□1□ という形をしている整数が何個あるかを数えるのですが, □□ □には, 00 0 から 20 6 まで十の位の 1 は 207 個あることになります。
- 百の位の 1 は, □1□□ という形をしていて, □ □□には, 0 00 から 1 99 までの 200 個があります。
- 千の位の 1 は, 1□□□ という形をしていて, □□□には, 000 から 999 までの 1000 個があります。
- 全部で, $202 + 207 + 200 + 1000 = 1609$ (個) になります。

- ④ 十の位と一の位だけ考えればよいのですから, 16 を 2016 回かけたときの 下 2 けたをを考えます。
- 16 が 1 個だけだと 16 のままです。
- 16 を 2 個かけると, $16 \times 16 = 256$ ですから, 下 2 けたは 56 です。
- 16 を 3 個かけると, 2 回かけたときの 56 に 16 をかければよいのですから, $56 \times 16 = 896$ となって, 下 2 けたは 96 です。
- 16 を 4 個かけると, $96 \times 16 = 1536$ ですから, 下 2 けたは 36 です。
- 16 を 5 個かけると, $36 \times 16 = 576$ ですから, 下 2 けたは 76 です。
- 16 を 6 個かけると, $76 \times 16 = 1216$ ですから, 下 2 けたは 16 になり, 16 が 1 個だの場合と同じになりました。
- よって, 16 を 1 回, 2 回, 3 回, ……とかけていくと, 下 2 けたは, 16, 56, 96, 36, 76, 16, 56, 96, 36, 76, ……となっていきます。
- 「16, 56, 96, 36, 76」の 5 個が何回もくり返されるので, 2016 回かけたときは, $2016 \div 5 = 403$ あまり 1 により, 下 2 けたは, 16 になるので, 十の位は 1 になります。

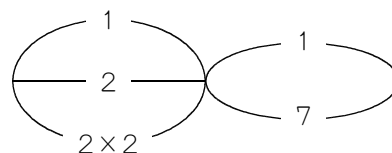
- 第3課 [1] 28 を素因数分解すると、 $2 \times 2 \times 7$ ですから、右の図のような道順の問題と同じになります。
よって約数は、 $3 \times 2 = 6$ (個) あります。



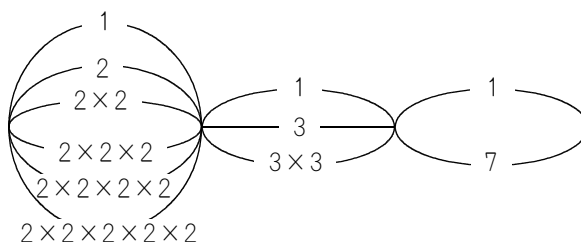
- [2] 2016 を素因数分解すると、右の図のような道順の問題と同じになります。
よって約数は、 $6 \times 3 \times 2 = 36$ (個) あります。



- [3] 約数を全部書いて和を求めてもできますが、道順の図を利用する方法もあります。
右の図において、2 に関係した道の方を、たてに足して、 $1 + 2 + 2 \times 2 = 7$ 、7 に関係した道の方も、たてに足して、 $1 + 7 = 8$ 。
それらの積を求めると、 $7 \times 8 = 56$ 。



- [4] 約数は 36 個もあるのですが、すべての足し算をするのは大変です。
[3] と同じように、道順の図を利用するのが良いでしょう。



- 右の図において、2 に関係した道の方を、たてに足して、 $1 + 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 63$
3 に関係した道もたてに足して、 $1 + 3 + 3 \times 3 = 13$
7 に関係した道もたてに足して、 $1 + 7 = 8$ 。
それらの積を求めると、 $63 \times 13 \times 8 = 6552$ 。

- [5] 28 の約数は、1, 2, 4, 7, 14, 28 ですから、約数の逆数の和は、 $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = \frac{28 + 14 + 7 + 4 + 2 + 1}{28}$ となりますが、分子は約数の和ですから、[3] で求めた 56 を利用して、 $\frac{56}{28} = 2$ となります。

- [6] [5] と同様に、分子は 2016 の約数の和ですから、[4] を利用して 6552。
分母は 2016 ですから、 $\frac{6552}{2016} = 3\frac{1}{4}$

第4課 ① 右の筆算において、 $ABB \times A$ が、 $ABBB$ のまま
 ですから、 $A = 1$ です。

$$\begin{array}{r} \text{A B B} \\ \times \text{A B} \\ \hline \text{C D E} \\ \text{A B B} \\ \hline \text{F G A E} \end{array}$$

また、 $1BB \times B$ が、 CDE となるためには、
 $122 \times 2 = 244 \dots \times$ ($D = E$ となっている)
 $133 \times 3 = 399 \dots \times$ ($D = E$ となっている)
 $144 \times 4 = 576 \dots \circ$
 $155 \times 5 = 775 \dots \times$ ($C = D$ となっている)
 $166 \times 6 = 996 \dots \times$ ($C = D$ となっている)
 $177 \times 7 = 1239 \dots \times$ (4けたになっている)
 よって、 $B = 4$ 、 $C = 5$ 、 $D = 7$ 、 $E = 6$ であることがわかりました。

$$\begin{array}{r} \text{1 B B} \\ \times \text{1 B} \\ \hline \text{C D E} \\ \text{1 B B} \\ \hline \text{F G 1 E} \end{array}$$

したがって、右のような筆算になり、 $FGAE$ は
 2016 になることがわかりました。

$$\begin{array}{r} \text{1 4 4} \\ \times \text{1 4} \\ \hline \text{5 7 6} \\ \text{1 4 4} \\ \hline \text{2 0 1 6} \end{array}$$

② 右の筆算において、 $E A \times E$ が、2けたのまま
 になっています。

$$\begin{array}{r} \text{E A} \\ \times \text{D E} \\ \hline \text{F D} \\ \text{C F A} \\ \hline \text{A B C D} \end{array}$$

もし $E = 4$ なら、 $4A \times 4$ は、3けたの数に
 なってしまいます。

よって、 E は3以下の数であり、しかも $E = 1$
 ならば、 $E A \times E = F D$ の式において、 $A = D$ と
 なるので、 $E = 1$ ではありません。

E は、2か3のいずれか、ということになります。

ところで、右の筆算において、 F が B になってい
 ます。ということは、くり上がりがあって、 F は1
 だけプラスになって B になり、さらにその左にある
 C もくり上がりがあって A になっているのですから、
 F は9でなければなりません。

$$\begin{array}{r} \text{E A} \\ \times \text{D E} \\ \hline \text{F D} \\ \text{C F A} \\ \hline \text{A B C D} \end{array}$$

E は2か3のいずれかでしたが、 E が2なら、 $E A \times E = F D$ の計算
 で、 F が9になることはありません。

よって、 E は3になります。

E は3ですから、 $3A \times 3 = F D$ となり、
 $A = 2$ となって、 $32 \times 3 = 96$ ですから、
 $F = 9$ 、 $D = 6$ です。

$$\begin{array}{r} \text{3 A} \\ \times \text{D 3} \\ \hline \text{F D} \\ \text{C F A} \\ \hline \text{A B C D} \end{array}$$

よって、右のような筆算になり、
 $ABCD$ は、 2016 になります。

$$\begin{array}{r} \text{3 2} \\ \times \text{6 3} \\ \hline \text{9 6} \\ \text{1 9 2} \\ \hline \text{2 0 1 6} \end{array}$$

第5課 ① (1) 等差数列の和の公式である、(はじめ+おわり) × 個数 ÷ 2 を利用して求めます。

$$1+2+\dots+28 = (1+28) \times 28 \div 2 = 406$$

(2) 今年の西暦である「2016」は、63番目の三角数であることを、おぼえておきましょう。

$$\text{たしかに、} 1+2+\dots+63 = (1+63) \times 63 \div 2 = 2106 \text{ となります。}$$

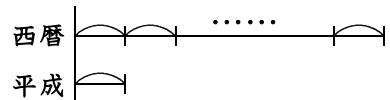
② (1) 直線を1本引いたとき、交わった点は0個です。
 直線を2本引いたとき、交わった点は1個です。
 直線を3本引いたとき、交わった点は $1+2=3$ (個) です。
 直線を4本引いたとき、交わった点は $1+2+3=6$ (個) です。
 直線を5本引いたとき、交わった点は $1+2+3+4=10$ (個) です。

(2) (1)でわかった通り、直線をN本引いたとき、交わった点は、(N-1)番目の三角数になります。

$$\text{直線を10本引いたときは、9番目の三角数になるので、} \\ 1+2+\dots+9 = (1+9) \times 9 \div 2 = 45 \text{ (個)}$$

(2) ① (2)でわかった通り、2016は63番目の三角数です。
 でも答えは63本ではありません。
 なぜなら、(2)でわかった通り、直線をN本引いたときは、交わった点は、(N-1)番目の三角数になるからです。
 いま、63番目の三角数になったということは、直線を $63+1=64$ (本) 引いたこととなります。

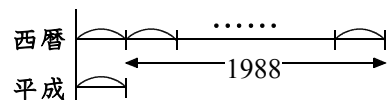
第6課 問題 西暦が平成で割り切れるということは、右の図のように、西暦のなかに平成があまりなく入っている、ということです。



ところで、来年になると、西暦は1年増えて、平成も1年増えます。つまり、西暦も平成も同じずつ増えていくので、いつまでたっても差はい変わらないこととなります。

今年は西暦2016年で、平成28年です。西暦と平成の差は、 $2016-28=1988$ ですから、いつでも西暦と平成の差は1988年あります。

右の図の矢印部分が1988ですから、平成の年号は、1988の約数になります。



1988の約数で、28未満のものは、1, 2, 4, 7, 14 です。

第7課 問題1

$A = 2 \times 2 \times 2 = 8$ とすると, $B = A \times 2 - 1 = 15$ です。

15は素数ではないので, NGです。

$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ とすると, $B = A \times 2 - 1 = 31$ です。

31は素数なので, OKです。

$A \times B = 16 \times 31 = 496$ が完全数です。

問題2

$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ とすると, $B = A \times 2 - 1 = 63$ です。

63は素数ではないので, NGです。

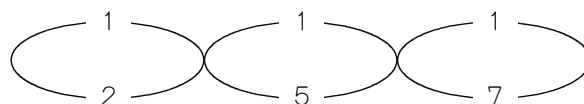
$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$ とすると, $B = A \times 2 - 1 = 127$ です。

127は素数なので, OKです。

$A \times B = 64 \times 127 = 8128$ が完全数です。

第8課 問題1

$70 = 2 \times 5 \times 7$ ですから, 約数は, 右のような道順の問題になります。



2の道を通ると, 偶数の約数になってしまいますから, 2の道を通らないことにすると, 奇数の約数は, 1, 5, 7, 35になり, 1をのぞくと, 5, 7, 35の3個になります。

では, まず「5」という約数の場合を考えてみます。

5個のうち, まん中の数は, $70 \div 5 = 14$ です。

まん中以外の4個は, 左右に $4 \div 2 = 2$ (個) ずつあります。

ということは, 最小の数は, 14より2小さい12, 最大の数は, 14より2大きい16なので, $12 + 13 + 14 + 15 + 16$ になります。

次に, 「7」という約数の場合を考えてみます。

7個のうち, まん中の数は, $70 \div 7 = 10$ です。

まん中以外の6個は, 左右に $6 \div 2 = 3$ (個) ずつあります。

ということは, 最小の数は, 10より3小さい7, 最大の数は, 10より3大きい13なので, $7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13$ になります。

次に, 「35」という約数の場合を考えてみます。

35個のうち, まん中の数は, $70 \div 35 = 2$ です。

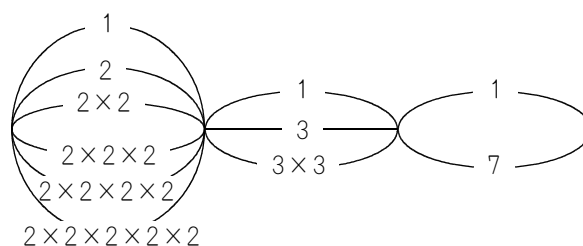
まん中以外の34個は, 左右に $34 \div 2 = 17$ (個) ずつあります。

ということは, 最小の数は, 2より17小さい-15, 最大の数は, 2より17大きい19です。

このとき, 数は -15 から 19まで並んでいますが, -15 から 15までは打ち消し合うので, 16から19までが残ります。

よって, $16 + 17 + 18 + 19$ になります。

第8課 問題2 2016 = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$ ですから、2016 の約数は、下のよ
うな道順の問題になります。



2 の道を通ると、偶数の約数になってしまいますから、2 の道を通らないことにすると、奇数の約数は、1, 3, 7, 9, 21, 63 になり、1 をのぞくと、3, 7, 9, 21, 63 の 5 個になります。

では、まず「3」という約数の場合を考えてみます。

3 個のうち、まん中の数は、 $2016 \div 3 = 672$ です。

まん中以外の 2 個は、左右に $2 \div 2 = 1$ (個) ずつあります。

ということは、最小の数は、672 より 1 小さい 671, 最大の数は、672 より 1 大きい 673 になります。

次に、「7」という約数の場合を考えてみます。

7 個のうち、まん中の数は、 $2016 \div 7 = 288$ です。

まん中以外の 6 個は、左右に $6 \div 2 = 3$ (個) ずつあります。

ということは、最小の数は、288 より 3 小さい 285, 最大の数は、288 より 3 大きい 291 です。

次に、「9」という約数の場合を考えてみます。

9 個のうち、まん中の数は、 $2016 \div 9 = 224$ です。

まん中以外の 8 個は、左右に $8 \div 2 = 4$ (個) ずつあります。

ということは、最小の数は、224 より 4 小さい 220, 最大の数は、224 より 4 大きい 228 です。

次に、「21」という約数の場合を考えてみます。

21 個のうち、まん中の数は、 $2016 \div 21 = 96$ です。

まん中以外の 20 個は、左右に $20 \div 2 = 10$ (個) ずつあります。

ということは、最小の数は、96 より 10 小さい 86, 最大の数は、96 より 10 大きい 106 です。

次に、「63」という約数の場合を考えてみます。

63 個のうち、まん中の数は、 $2016 \div 63 = 32$ です。

まん中以外の 62 個は、左右に $62 \div 2 = 31$ (個) ずつあります。

ということは、最小の数は、32 より 31 小さい 1, 最大の数は、32 より 31 大きい 63 です。