

「分数の計算のくふう」徹底攻略

このプリントでは、

$$\frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \frac{1}{12 \times 13} + \frac{1}{13 \times 14} + \frac{1}{14 \times 15}$$

というような複雑な計算を、くふうして楽に解いてしまう方法を学習します。

基本テクニックを理解する

このプリントでは、

$$\frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \frac{1}{12 \times 13} + \frac{1}{13 \times 14} + \frac{1}{14 \times 15}$$

というような複雑な計算を、くふうして楽に解いてしまう解き方を学習します。

解くための基本となることがらは **基本1** と **基本2** の2つあり、この2つを理解できたら、あとは問題練習あるのみです。

基本1

突然ですが、次の例題1を**暗算**でやってみましょう。

$$\text{例題1: } 4378 - 1256 + 1256 - 1378$$

この例題は、ふつうに暗算で求めるのはキツイです。

でも、例題をよ〜く見ると、「 -1256 」というところと、「 $+1256$ 」というところが、引き算と足し算の違いはあっても、まったく同じ数になっています。つまり、「 1256 を引いて」、「 1256 を足す」ということです。

たとえば、「 30 円使ってから」、「 30 円もらう」と、手持ちのお金は変わりませんね。

それと同じように、「 1256 を引いてから足す」というのは、「何もしない」と同じです。

よってこの計算は、

$$\begin{aligned} & 4378 - \underbrace{1256 + 1256}_{\text{何もしない}} - 1378 \\ &= 4378 - 1378 \\ &= \mathbf{3000} \end{aligned}$$

となるのです。

では、次の例題2を**暗算**でやってみて下さい。

$$\text{例題2: } 3000 - 728 + 728 - 874 + 874 - 902 + 902 - 1000$$

(答えは次のページ)

例題2の答えは**2000**です。

今回は、何もしないところが結構ありましたね。

計算は、次のようになります。

$$\begin{aligned}
 & 3000 - \underbrace{728 + 728}_{\text{何もしない}} - \underbrace{874 + 874}_{\text{何もしない}} - \underbrace{902 + 902}_{\text{何もしない}} - 1000 \\
 &= 3000 - 1000 \\
 &= \mathbf{2000}
 \end{aligned}$$

次のような、分数の計算の場合でも、考え方は同じです。

例題3 : $\frac{7}{17} - \frac{9}{23} + \frac{9}{23} - \frac{17}{63} + \frac{17}{63} - \frac{7}{15} + \frac{7}{15} - \frac{4}{17}$

$$\begin{aligned}
 & \frac{7}{17} - \underbrace{\frac{9}{23} + \frac{9}{23}}_{\text{何もしない}} - \underbrace{\frac{17}{63} + \frac{17}{63}}_{\text{何もしない}} - \underbrace{\frac{7}{15} + \frac{7}{15}}_{\text{何もしない}} - \frac{4}{17} \\
 &= \frac{7}{17} - \frac{4}{17} \\
 &= \mathbf{\frac{3}{17}}
 \end{aligned}$$

余計なカッコがついていても、無視して計算しましょう。

例題4 : $\left(\frac{1}{15} - \frac{1}{91}\right) + \left(\frac{1}{91} - \frac{1}{17}\right) + \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{36}\right) + \left(\frac{1}{36} - \frac{1}{30}\right)$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{91}\right) + \left(\frac{1}{91} - \frac{1}{17}\right) + \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{36}\right) + \left(\frac{1}{36} - \frac{1}{30}\right) \\
 &= \frac{1}{15} - \underbrace{\frac{1}{91} + \frac{1}{91}}_{\text{何もしない}} - \underbrace{\frac{1}{17} + \frac{1}{17}}_{\text{何もしない}} - \underbrace{\frac{1}{36} + \frac{1}{36}}_{\text{何もしない}} - \frac{1}{30} \\
 &= \frac{1}{15} - \frac{1}{30} \\
 &= \frac{2}{30} - \frac{1}{30} \\
 &= \mathbf{\frac{1}{30}}
 \end{aligned}$$

これで、**基本1** は終了です。次のページの、**基本2** に進みましょう。

基本2

ここでは、**分子が1の分数どうしの引き算**を学習します。

$$\text{例題 5 : } \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

ふつうは、次のように通分して求めます。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{20} - \frac{4}{20} \\ &= \frac{1}{20} \end{aligned}$$

では、次の計算はどうでしょう。

$$\text{例題 6 : } \frac{1}{19} - \frac{1}{20}$$

ふつうは、次のように通分して求めます。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{19} - \frac{1}{20} \\ &= \frac{20}{380} - \frac{19}{380} \\ &= \frac{1}{380} \end{aligned}$$

例題5と例題6の問題と答えを、もう一度書いてみます。
 どうですか、簡単な解き方に気づきましたか？

$$\text{例題 5 : } \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20} \qquad \text{例題 6 : } \frac{1}{19} - \frac{1}{20} = \frac{1}{380}$$

気づかなかった人は、分母だけに注目してみましょう。きっと気づきますよ。

例題5の問題の分母は4と5。答えの分母は20。
 例題6の問題の分母は19と20。答えの分母は380。

そう、答えの分母は、問題の分母をかけ算したものになっています。つまり、

例題 5 : $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{4 \times 5}$

例題 6 : $\frac{1}{19} - \frac{1}{20} = \frac{1}{19 \times 20}$

となっているのです。

ただし、例題 5 も例題 6 も、**ちょっと仕組んだ問題**であることに注意してください。

というのも、例題 5 の問題の分母は 4 と 5 で、1 ちがい。

例題 6 の問題の分母は 19 と 20 で、やっぱり 1 ちがい。

つまり、

$$\frac{1}{\bigcirc} - \frac{1}{\triangle} = \frac{1}{\bigcirc \times \triangle}$$

└──────────┘
1 ちがい

となるわけです。

(分母が 1 ちがいでない場合は、
とりあえず考えないことにしましょう。)

では、考え方がちゃんと理解できたかどうか確かめるために、次の例題を解いてみてください。
暗算で解いてみてくださいね。

例題 7 : $\frac{1}{99} - \frac{1}{100}$

分母は 99 と 100 で、確かに 1 ちがいです。

分母の積は $99 \times 100 = 9900$ となるので、答えは $\frac{1}{9900}$ です。

さあ実は、ここからが本番です。

例題 8 : 次の \bigcirc と \triangle にあてはまる数を求めなさい。

ただし、 \bigcirc と \triangle は 1 ちがいです。

$$\frac{1}{\bigcirc} - \frac{1}{\triangle} = \frac{1}{49 \times 50}$$

かなり簡単な問題でしたね。答えは、 \bigcirc が **49** で、 \triangle が **50** です。

次のように、問題の出し方をほんのちょっと変えても、簡単に解けますね。

例題 9 : 次の \bigcirc と \triangle にあてはまる数を求めなさい。

ただし、 \bigcirc と \triangle は 1 ちがいです。

$$\frac{1}{37 \times 38} = \frac{1}{\bigcirc} - \frac{1}{\triangle}$$

答えは、 \bigcirc が **37** で、 \triangle が **38** です。

ではよいよ、このプリントの表紙にもあった問題を考えてみましょう。

例題 10 : 次の計算をなさい。

$$\frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \frac{1}{12 \times 13} + \frac{1}{13 \times 14} + \frac{1}{14 \times 15}$$

基本 2 で学習したように、はじめの分数である $\frac{1}{10 \times 11}$ は、 $\frac{1}{10} - \frac{1}{11}$ とすることができますね。

(なぜわざわざ引き算の形に直さなければならないなどの文句は、なしにしてください。)

次の $\frac{1}{11 \times 12}$ は、 $\frac{1}{11} - \frac{1}{12}$ となります。

このように直していくと、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \frac{1}{12 \times 13} + \frac{1}{13 \times 14} + \frac{1}{14 \times 15} \\ = & \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} \end{aligned}$$

となります。

この式の中に、 $-\frac{1}{11} + \frac{1}{11}$ という部分がありますね。

基本 1 で、この部分は「**何もしない**」ことと同じであることに気づきましたね？
よって、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} \\ & \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{何もしない}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{何もしない}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{何もしない}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{何もしない}} \\ = & \frac{1}{10} - \frac{1}{15} \\ = & \frac{3}{30} - \frac{2}{30} \\ = & \frac{1}{30} \quad \text{となります。} \end{aligned}$$

例題 11 : 次の計算をなさい。

$$\frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$$

(答えは次のページ)

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} \\
 = & \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \\
 & \quad \text{何もしない} \quad \text{何もしない} \quad \text{何もしない} \\
 = & \frac{1}{6} - \frac{1}{10} \\
 = & \frac{5}{30} - \frac{3}{30} \\
 = & \frac{2}{30} \\
 = & \frac{1}{15}
 \end{aligned}$$

では、マトモにやることは絶対無理な問題に取り組みましょう。

例題 12 : 次の計算をなさい。

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} \\
 = & \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\
 & \quad \text{何もしない} \quad \text{何もしない} \quad \text{何もしない} \\
 = & \frac{1}{1} - \frac{1}{100} \\
 = & \frac{99}{100}
 \end{aligned}$$

では、次のページに、問題をたくさん用意したので、ガンガンやりましょう。
10問全部やっても、5分もかからない人がいるかも…。

$$\boxed{\text{問題 1}} \quad \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} =$$

$$\boxed{\text{問題 2}} \quad \frac{1}{18 \times 19} + \frac{1}{19 \times 20} =$$

$$\boxed{\text{問題 3}} \quad \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} =$$

$$\boxed{\text{問題 4}} \quad \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} =$$

$$\boxed{\text{問題 5}} \quad \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} =$$

$$\boxed{\text{問題 6}} \quad \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10} =$$

$$\boxed{\text{問題 7}} \quad \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{11 \times 12} =$$

$$\boxed{\text{問題 8}} \quad \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \cdots + \frac{1}{39 \times 40} =$$

$$\boxed{\text{問題 9}} \quad \frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} =$$

$$\boxed{\text{問題 10}} \quad \frac{1}{100 \times 101} + \frac{1}{101 \times 102} + \cdots + \frac{1}{199 \times 200} =$$

(答えは次のページ)

問題 1 ~ 問題 10 の解答

$$\boxed{\text{問題 1}} \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\boxed{\text{問題 2}} \quad \frac{1}{18} - \frac{1}{20} = \frac{10}{180} - \frac{9}{180} = \frac{1}{180}$$

$$\boxed{\text{問題 3}} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$$

$$\boxed{\text{問題 4}} \quad \frac{1}{1} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\boxed{\text{問題 5}} \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{9}{36} - \frac{4}{36} = \frac{5}{36}$$

$$\boxed{\text{問題 6}} \quad \frac{1}{1} - \frac{1}{10} = \frac{10}{10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\boxed{\text{問題 7}} \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12} - \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{\text{問題 8}} \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{40} = \frac{8}{40} - \frac{1}{40} = \frac{7}{40}$$

$$\boxed{\text{問題 9}} \quad \frac{1}{10} - \frac{1}{100} = \frac{10}{100} - \frac{1}{100} = \frac{9}{100}$$

$$\boxed{\text{問題 10}} \quad \frac{1}{100} - \frac{1}{200} = \frac{2}{200} - \frac{1}{200} = \frac{1}{200}$$

次に、知らない戸惑う問題をやりましょう。

例題 1 3 : 次の計算をなさい。

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$$

通分が面倒な計算だなあと思うかも知れませんが、この問題にはウラがあるのです。すでに、次の問題をやったことを覚えていますか？

問題 5 $\frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9}$

この問題と、今の例題 1 3 とをくらべてみると、 $\frac{1}{20}$ と $\frac{1}{4 \times 5}$ とは同じ分数、 $\frac{1}{30}$ と $\frac{1}{5 \times 6}$ と同じ分数です。このように、例題 1 3 は、問題 5 とまったく同じ問題だったのです。ただ、例題 1 3 では $\frac{1}{4 \times 5}$ などと書かずに、 $\frac{1}{20}$ などと書いてあったので、わかりにくくなっているだけだったのですね。

結局 例題 1 3 は、次のようにして解きます。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} \\ = & \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} \\ = & \frac{1}{4} - \frac{1}{9} \\ = & \frac{5}{36} \end{aligned}$$

では練習をしてみましょう。

問題 1 1 $\frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} =$

問題 1 2 $\frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} =$

問題 1 3 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} =$

問題 1 4 $\frac{1}{110} + \frac{1}{132} + \frac{1}{156} + \frac{1}{182} + \frac{1}{210} =$

(答えは次のページ)

問題 1 1 ~ 問題 1 4 の解答

$$\begin{aligned}
 \text{問題 1 1} \quad & \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} = \\
 & = \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} + \frac{1}{10 \times 11} \\
 & = \frac{1}{5} - \frac{1}{11} \\
 & = \frac{6}{55}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{問題 1 2} \quad & \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} = \\
 & = \frac{1}{9 \times 10} + \frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} \\
 & = \frac{1}{9} - \frac{1}{12} \\
 & = \frac{1}{36}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{問題 1 3} \quad & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \\
 & = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} \\
 & = \frac{1}{1} - \frac{1}{5} \\
 & = \frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{問題 1 4} \quad & \frac{1}{110} + \frac{1}{132} + \frac{1}{156} + \frac{1}{182} + \frac{1}{210} = \\
 & = \frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} + \frac{1}{12 \times 13} + \frac{1}{13 \times 14} + \frac{1}{14 \times 15} \\
 & = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} \\
 & = \frac{1}{30}
 \end{aligned}$$

では、応用問題（といっても、基本問題をちょっと変えただけ）に取り組みましょう。

例題 14： 次の計算をなさい。

$$\frac{5}{1 \times 2} + \frac{5}{2 \times 3} + \frac{5}{3 \times 4} + \frac{5}{4 \times 5}$$

$\frac{5}{1 \times 2}$ は、 $\frac{1}{1 \times 2} \times 5$ のことです。 $\frac{5}{2 \times 3}$ は、 $\frac{1}{2 \times 3} \times 5$ のことです。このように考えると、

$$\begin{aligned} & \frac{5}{1 \times 2} + \frac{5}{2 \times 3} + \frac{5}{3 \times 4} + \frac{5}{4 \times 5} \\ = & \frac{1}{1 \times 2} \times 5 + \frac{1}{2 \times 3} \times 5 + \frac{1}{3 \times 4} \times 5 + \frac{1}{4 \times 5} \times 5 \\ = & \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} \right) \times 5 \\ = & \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5} \right) \times 5 \\ = & \frac{4}{5} \times 5 \\ = & 4 \end{aligned}$$

つまり、このような問題では、分子がいつも通り 1 だと思って計算していった、最後に分子が 5 なら 5 倍する、という解き方で OK です。

ではちょっとだけ、練習してみましょう。

問題 15 $\frac{2}{3 \times 4} + \frac{2}{4 \times 5} + \frac{2}{5 \times 6} =$

問題 16 $\frac{3}{4 \times 5} + \frac{3}{5 \times 6} + \frac{3}{6 \times 7} + \frac{3}{7 \times 8} + \frac{3}{8 \times 9} =$

問題 17 $\frac{20}{1 \times 2} + \frac{20}{2 \times 3} + \dots + \frac{20}{99 \times 100} =$

(答えは次のページ)

問題 15～問題 17 の解答

$$\boxed{\text{問題 15}} \quad \frac{2}{3 \times 4} + \frac{2}{4 \times 5} + \frac{2}{5 \times 6} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) \times 2 = \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \boxed{\text{問題 16}} \quad & \frac{3}{4 \times 5} + \frac{3}{5 \times 6} + \frac{3}{6 \times 7} + \frac{3}{7 \times 8} + \frac{3}{8 \times 9} \\ &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \times 3 \\ &= \frac{5}{36} \times 3 \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{\text{問題 17}} \quad & \frac{20}{1 \times 2} + \frac{20}{2 \times 3} + \dots + \frac{20}{99 \times 100} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) \times 20 \\ &= \frac{99}{100} \times 20 \\ &= 19 \frac{4}{5} \end{aligned}$$

発展問題の学習

意欲のある人のみ取り組みましょう。

例題 1 5 : 次の計算をなさい。

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9}$$

この問題は、残念ながら $\frac{1}{1} - \frac{1}{9}$ の計算では答えにはなりません。

たとえば、前に学習した、

例題 1 1 : 次の計算をなさい。

$$\frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$$

という問題ならば、 $\frac{1}{6} - \frac{1}{10}$ と計算してよいのです。

なぜなら、 $\frac{1}{6 \times 7}$ なら $\frac{1}{6} - \frac{1}{7}$, $\frac{1}{7 \times 8}$ なら $\frac{1}{7} - \frac{1}{8}$ というようになっていくので、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} \\ = & \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \\ & \text{何もしない} \quad \text{何もしない} \quad \text{何もしない} \\ = & \frac{1}{10} \quad \text{となるのでした。} \end{aligned}$$

ところがこの問題では、 $\frac{1}{1 \times 3}$ は $\frac{1}{1} - \frac{1}{3}$ とならないのです。

なぜなら、 $\frac{1}{1 \times 3}$ は $\frac{1}{3}$ ですが、 $\frac{1}{1} - \frac{1}{3}$ は、 $\frac{2}{3}$ となり、 $\frac{1}{3}$ の2倍になってしまうのです。ですから、2でわらなければ、正しい答えにならないのです。

よって、例題 1 5 は、次のようにやります。

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{9} \right) \div 2 = \frac{8}{9} \div 2 = \frac{4}{9}$$

このように、たとえば $\frac{1}{1 \times 3}$ の 1 と 3 のように 2 ちがいただたら 2 で割り、

たとえば $\frac{1}{2 \times 5}$ の 2 と 5 のように 3 ちがいただたら 3 で割るのです。

同じようにして、

例題 16 : 次の計算をなさい。

$$\frac{1}{10 \times 15} + \frac{1}{15 \times 20} + \frac{1}{20 \times 25} + \cdots + \frac{1}{45 \times 50}$$

10と15は5ちがい、15と20も5ちがい、……と、すべて5ちがいになっていますから、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{10 \times 15} + \frac{1}{15 \times 20} + \frac{1}{20 \times 25} + \cdots + \frac{1}{45 \times 50} \\ = & \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{50} \right) \div 5 \\ = & \frac{2}{25} \div 5 \\ = & \frac{2}{125} \end{aligned}$$

さらに、次の問題をマスターすれば、もう「分数の計算のくふう」は文句なしです。

例題 17 : 次の計算をなさい。

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{7 \times 8 \times 9}$$

これは、 $\frac{1}{1 \times 2 \times 3}$ が $\left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} \right) \div 2$ となることを利用して解きます。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{7 \times 8 \times 9} \\ = & \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} \right) \div 2 + \left(\frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} \right) \div 2 + \cdots + \left(\frac{1}{7 \times 8} - \frac{1}{8 \times 9} \right) \div 2 \\ = & \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{\underbrace{2 \times 3}} + \frac{1}{\underbrace{2 \times 3}} - \frac{1}{\underbrace{3 \times 4}} + \cdots + \frac{1}{\underbrace{7 \times 8}} - \frac{1}{8 \times 9} \right) \div 2 \\ & \quad \text{何もしない} \quad \text{何もしない} \quad \text{何もしない} \\ = & \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{8 \times 9} \right) \div 2 \\ = & \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{72} \right) \div 2 \\ = & \frac{35}{72} \div 2 \\ = & \frac{35}{144} \end{aligned}$$