平成29年度　豊島岡女子学園中学校〈第3回〉算数　くわしい解説

すぐる学習会

1 (1) $\underbrace{\underbrace{2.1\times\frac{2}{3}}_{ア}-\underbrace{\left(\underbrace{\frac{8}{15}\div\frac{2}{5}}_{イ}-\frac{2}{3}\right)}_{ウ}}_{エ}$

$ア=\frac{21}{10}\times\frac{2}{3}=\frac{7}{5}$

$イ=\frac{8}{15}\times\frac{5}{2}=\frac{4}{3}$

$ウ=イ-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$

$エ=ア-ウ=\frac{7}{5}-\frac{2}{3}=\frac{11}{15}$

(2) $\frac{\square}{20}$ が整数となるためには，$\square$ は20の倍数でなければなりません。

$\frac{\square}{45}$ が整数となるためには，$\square$ は45の倍数でなければなりません。

$\frac{\square}{60}$ が整数となるためには，$\square$ は60の倍数でなければなりません。

よって，$\square$ は20と45と60の公倍数になります。しかも最も小さい整数を求めるのですから，20と45と60の最小公倍数になり，答えは180です。

(3) 定価3900円の3割引きは，3900×(1－0.3)＝2730（円）です。
さらに2割引きすると，2730×(1－0.2)＝2184（円）になります。

(4) エンジンが5分間停止している間，船は止まっているわけではなく，川の流れの速さで押しもどされます。
川の速さは分速80ｍですから，80×5＝400（ｍ）押しもどされたことになります。
船の上りの分速は，280－80＝200（ｍ）ですから，エンジンが直ったときに，故障した地点までもどるのに，400÷200＝2（分）かかります。

つまり，押し戻された5分という時間と，故障した地点までもどる2分という時間の，合わせて 5＋2＝7（分間）の，ムダな時間があったことになります。

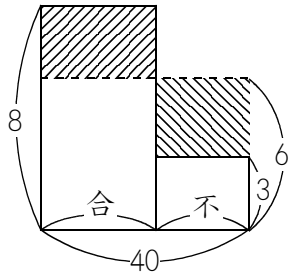
ムダな時間があって，ＡからＢまで50分かかったのですから，ムダな時間がなければ，50－7＝43（分間）で上ることができたはずです。

ＡからＢまでは，分速200ｍで上って43分かかるような距離ですから，200×43＝8600（ｍ）になります。

2 (1) 枚数の比が3：5なので，Ａの枚数を3枚，Ｂの枚数を5枚と決めてしまいます。すると，40×3＋60×5＝420（円）になります。

実際は5040円ですから，5040÷420＝12（倍）になっています。
よって，シールの枚数は，Ａが3×12＝36（枚），Ｂが5×12＝60（枚）なので，全部で 36＋60＝96（枚）になります。

(2) 右のような面積図を書きましょう。
▨と▨のたての長さの比は，(8－6)：(6－3)＝2：3 ですから，横の長さの比は逆比になって，3：2 です。



よって，合格者の人数は，40÷(3＋2)×3＝24（人）になります。

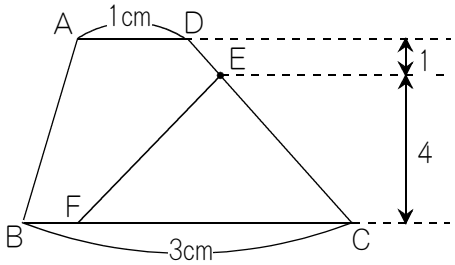
(3) 7回目の操作の結果，1になったのですから，6回目の操作結果は2でした。
5回目の操作の結果は，もし偶数だったとしたら2で割った結果2になったのですから，4です。もし奇数だったとしたら，(□＋1)÷2＝2 ですから，□＝3です。
4よりも3の方が小さいのですから，5回目の操作の結果は3であることにします。

同じように，操作の結果は偶数だったときよりも奇数だったときの方が必ず小さいので，以降は奇数のときだけ考えていくことにします。

4回目の操作の結果は，(□＋1)÷2＝3 ですから，□＝5 です。
3回目の操作の結果は，(□＋1)÷2＝5 ですから，□＝9 です。
2回目の操作の結果は，(□＋1)÷2＝9 ですから，□＝17 です。
1回目の操作の結果は，(□＋1)÷2＝17 ですから，□＝33 です。

はじめの数は，(□＋1)÷2＝33 ですから，□＝65 になります。

(4)　ＣＥ：ＥＤ＝4：1 ですから，右の図のように高さを決めます。



台形ＡＢＣＤの高さは，1＋4＝5 になるので，台形ＡＢＣＤの面積は，(1＋3)×5÷2＝10 になります。

直線ＥＦは台形ＡＢＣＤの面積を2等分しているので，三角形ＥＦＣの面積は，10÷2＝5 になります。

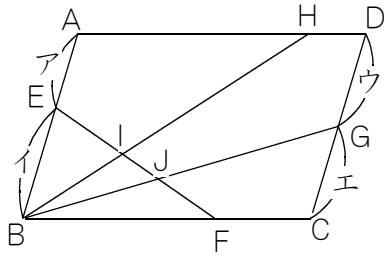
三角形ＥＦＣの底辺をＦＣとすると，高さは4ですから，ＦＣ×4÷2＝5 となり，ＦＣ＝5×2÷4＝2.5（cm）になります。

ＢＦの長さは，3－2.5＝0.5（cm）ですから，ＢＦ：ＦＣ＝0.5：2.5＝1：5 になります。

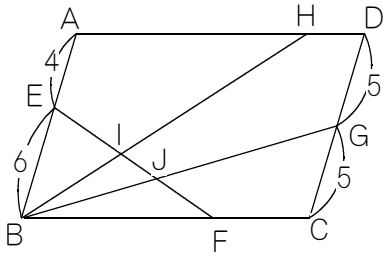
3 (1)　右の図のア：イは2：3で，Ｇは辺ＣＤの真ん中の点ですから，ウ：エ＝1：1です。

辺ＡＢと辺ＣＤは同じ長さです。

よって，ア＋イ＝2＋3＝5と，ウ＋エ＝1＋1＝2を，最小公倍数である10にします。



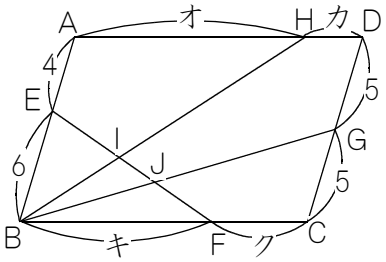
アとイは2倍することになって，ア＝4，イ＝6になり，ウとエは5倍することになって，ウ＝5，エ＝5 になるので，右の図のようになります。



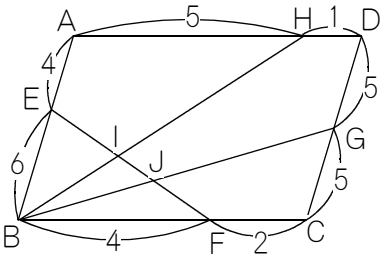
また，右の図のオ：カは5：1で，キ：クは2：1です。

辺ＡＤと辺ＢＣは同じ長さです。

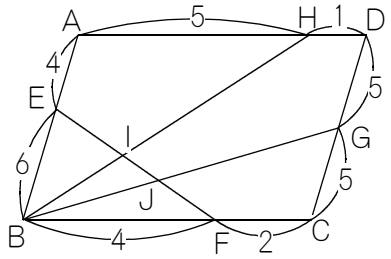
よって，オ＋カ＝5＋1＝6と，キ＋ク＝2＋1＝3を，最小公倍数である6にします。



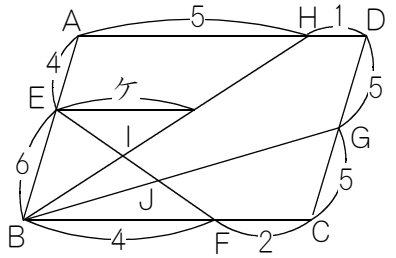
オとカはそのままで，オ＝5，カ＝1になり，キとクは2倍することになって，キ＝4，ク＝2になるので，右の図のようになります



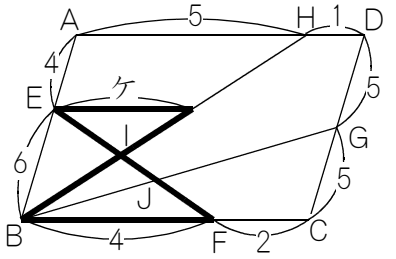
(1)はＥＩ：ＩＪを求める問題です。
ＥＩ：ＩＪ：ＪＦがわかれば，ＥＩ：ＩＪもわかります。
ＥＩ：ＩＪ：ＪＦを求めるために，まず右の図のＥＩ：ＩＦを求め，次にＥＪ：ＪＦを求めます。



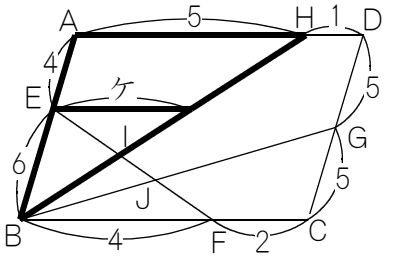
ＥＩ：ＩＦを求めるためには，右の図のケのように補助線を引き，



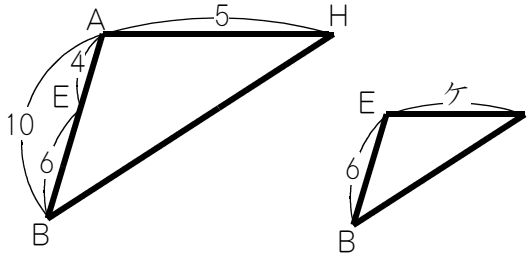
右の図のようなクロス形によって，ＥＩ：ＩＦがわかります。
ケの長さがわかれば，ＥＩ：ＩＦ＝ケ：ＢＦですから，ＥＩ：ＩＦを求めることができます。



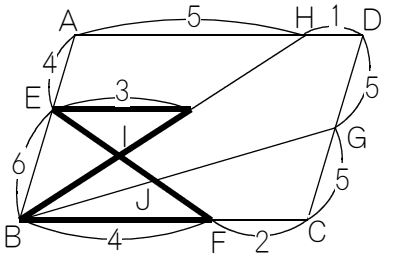
ケの長さを求めるためには，右の図のようなピラミッド形に注目します。



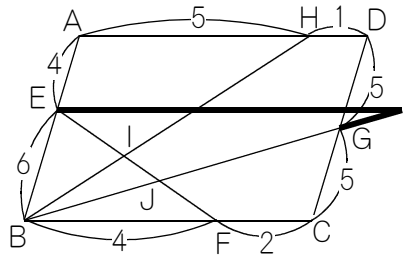
ぬき出すと右の図のようになり，10：6＝5：ケ ですから，ケ＝3 です。



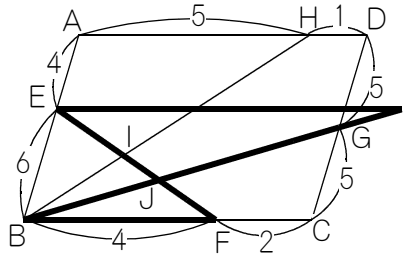
よって，ＥＩ：ＩＦ＝3：4 になります。



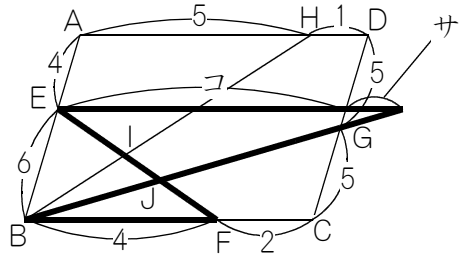
次に，ＥＪ：ＪＦを求めます。
まず，右の図の太線のような補助線を引き，



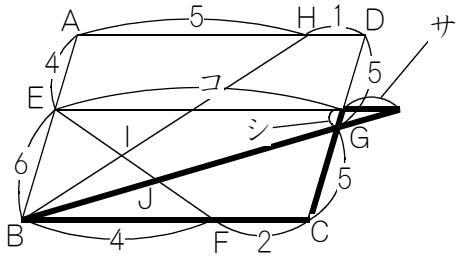
右の図のようなクロス形に注目します。



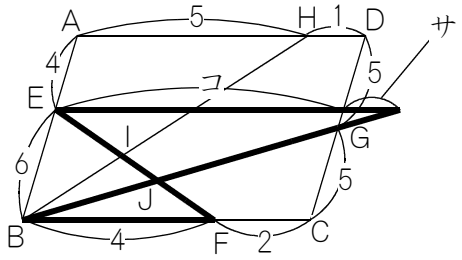
ＥＪ：ＪＦは，右の図の（コ＋サ）：4 になりますから，コとサの長さがわかればＯＫです。
コは辺ＡＤと同じ長さなので6です。
あとは，サの長ささえわかれば，ＥＪ：ＪＦが求められることになります。



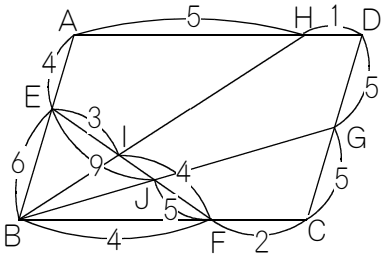
サは，右の図のようなクロス形に注目して求めます。
右の図のシの長さは，6－5＝1 ですから，シ：ＧＣ＝1：5 です。
よって，サ：辺ＢＣも1：5になるので，サ＝(4＋2)÷5＝ 1.2 です。



右の図において，コは6，サは1.2であることがわかりましたから，ＥＪ：ＪＦは，(コ＋サ)：辺ＢＦ＝(6＋1.2)：4＝9：5 になります。



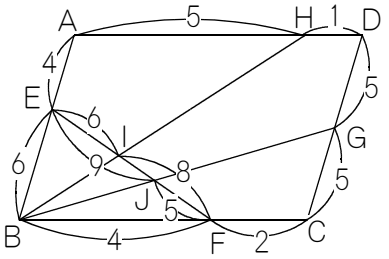
ＥＩ：ＩＦ＝3：4，ＥＪ：ＪＦ＝9：5 となることがわかりました。



ＥＩ：ＩＦ＝3：4のとき，ＥＦ＝3＋4＝7 で，ＥＪ：ＪＦ＝9：5のとき，ＥＦ＝9＋5＝14 です。

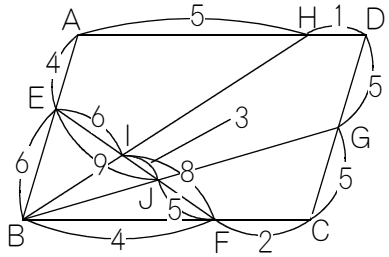
そこで，ＥＦを（7と14の最小公倍数である）14にします。

ＥＩ：ＩＦ＝3：4の方は2倍にして，ＥＩ＝6，ＩＦ＝8です。
ＥＪ：ＪＦ＝9：5の方はそのままにして，ＥＪ＝9，ＪＦ＝5です。



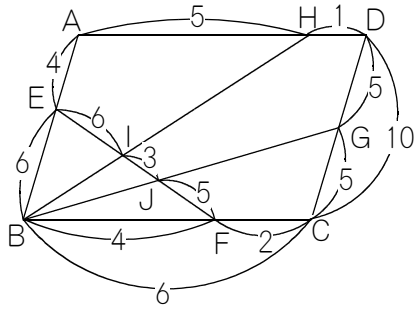
ＩＪの長さは，ＥＪ－ＥＩ＝9－6＝3になります。
ＩＦ－ＪＦ＝8－5＝3 として求めてもＯＫです。

よって，ＥＩ：ＩＪ：ＪＦ＝6：3：5になりますから，ＥＩ：ＩＪ＝6：3＝2：1 です。

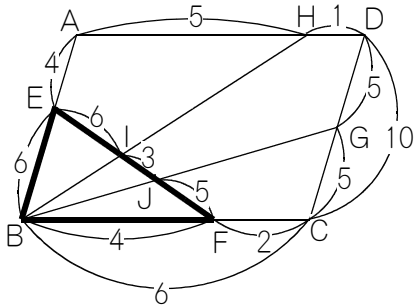


(2)　平行四辺形ＡＢＣＤの，底辺をＢＣ＝6にします。
高さを，（ななめになっていますが）ＤＣ＝10にします。

平行四辺形ＡＢＣＤの面積は，6×10＝60になります。



三角形ＥＢＦは，底辺がＢＦ＝4，高さは（ななめになっていますが）ＥＢ＝6なので，面積は，4×6÷2＝12 になります。



(1)で求めた通り，ＥＩ：ＩＪ：ＪＦ＝6：3：5 ですから，三角形ＢＩＪの面積は，

$12\div(6+3+5)\times3=\frac{18}{7}$ になります。

よって，三角形ＢＩＪの面積は平行四辺形ＡＢＣＤの面積の，$\frac{18}{7}\div60=\frac{3}{70}$ になります。

4 (1)　右のような表にして，解いていきましょう。

2年生の徒歩は，全体の25％＝$\frac{1}{4}$ですから，全体を④とすると，2年生の徒歩は，①になります。

	自転車	徒歩	合計
1年			
2年		①	
合計			④

2年生では，徒歩が自転車より5人多いのですが，逆に言うと，自転車は徒歩より5人少ないです。
徒歩を①にしたのですから，自転車は ①－5 です。

	自転車	徒歩	合計
1年			
2年	①－5	①	
合計			④

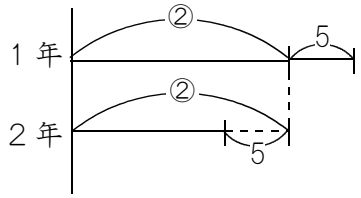
2年生の合計は，(①－5)＋①＝②－5 になります。

	自転車	徒歩	合計
1年			
2年	①－5	①	②－5
合計			④

もし2年生の合計が，②－5 ではなくて②だったとしたら，全体の合計が④なので，1年生の合計は ④－②＝② になります。
実際は2年生の合計は ②－5 ですから，1年生の合計は ②＋5 になります。

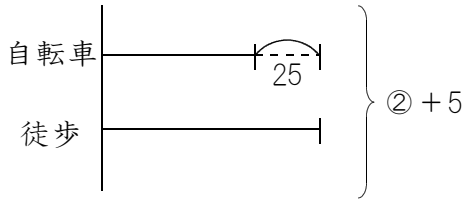
	自転車	徒歩	合計
1年			②＋5
2年	①－5	①	②－5
合計			④

1年生の合計は②よりも5人多く，2年生の合計は②よりも5人少ないのですから，1年生の合計と2年生の合計との差は，5＋5＝10（人）になります。

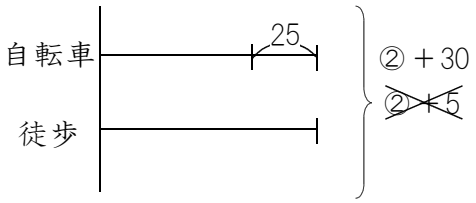


(2)

1年生では，徒歩は自転車より25人多いのですが，逆に言うと，自転車は徒歩より25人少ないです。
右のような線分図になります。



自転車を25人増やすと，右の図のようになり，1年生全体の人数は，(②＋5)＋25＝②＋30 になります。



(②＋30)÷2＝①＋15 ですから，徒歩は①＋15 になり，自転車は徒歩よりも25人少ないので，(①＋15)－25＝①－10 になり，右の表のようになります。

	自転車	徒歩	合計
1年	①－10	①＋15	②＋5
2年	①－5	①	②－5
合計			④

1年生の自転車は ①－10 で，2年生の自転車は①－5 ですから，自転車の合計は，
(①－10)＋(①－5)＝②－15 になります。

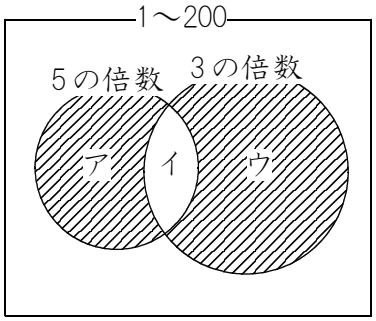
	自転車	徒歩	合計
1年	①－10	①＋15	②＋5
2年	①－5	①	②－5
合計	②－15		④

②－15 が85人ですから，②は，85＋15＝100（人）です。

①あたり，100÷2＝50（人）ですから，全体である④は，50×4＝200（人）になります。

5 (1)　はじめはすべてのカードが白でした。
さいころを２回投げたとき赤になるのは，１回だけ裏返しされたカードです。

ベン図を書くと，右の図の斜線部分のカードが，赤になるカードです。



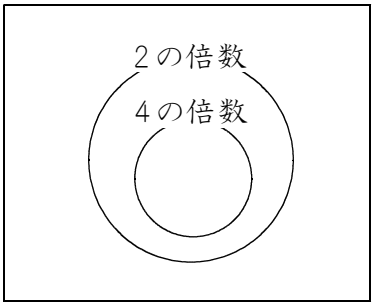
イは，5と3の公倍数なので，15の倍数です。
200÷15＝13 あまり 5 ですから，イは13枚です。

200÷5＝40 ですから，ア＋イは40枚です。
よってアは，40－13＝27（枚）です。

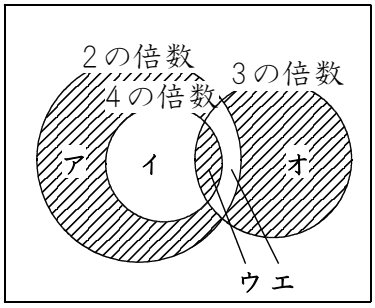
200÷3＝66 あまり 2 ですから，イ＋ウは66枚です。
よってウは，66－13＝53（枚）です。

アは27枚，ウは53枚ですから，答えは 27＋53＝80（枚）になります。

(2)　(1) と同じように解けばよいのですが，２の倍数と４の倍数の関係に注意しましょう。
４の倍数は必ず２の倍数でもあるので，４の倍数と２の倍数の関係を表すベン図は，右の図のようになります。



さいころを３回投げて，１回だけ裏返しされたカードと，３回とも裏返しされたカが赤になっているのですから，右の図の斜線部分が，赤になるカードです。



ウは，(４と３の最小公倍数である)12の倍数の部分なので，200÷12＝16 あまり 8 より，16枚です。

ウ＋エは，(２と３の最小公倍数である)６の倍数の部分です。
200÷6＝33 あまり 2 により，33枚になります。
よってエは，33－16＝17（枚）です。

イ＋ウは，4の倍数の部分です。
200÷4＝50（枚）になります。

ウは16枚でしたから，イは 50－16＝34（枚）です。

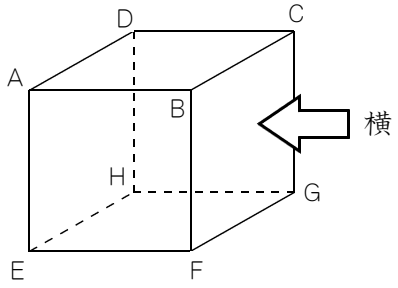
ア＋イ＋ウ＋エは，2の倍数の部分です。
200÷2＝100（枚）になります。
イは34枚，ウは16枚，エは17枚ですから，アは 100－(34＋16＋17)＝33（枚）です。

ウ＋エ＋オは，3の倍数の部分です。
200÷3＝66 あまり 2 ですから，66枚です。
ウは16枚，エは17枚ですから，オは 66－(16＋17)＝ 33（枚）です。

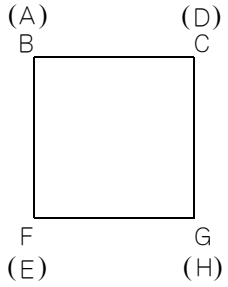
求めたいのは斜線部分で，ア＋ウ＋オ の部分です。
アは33枚，ウは16枚，オは33枚ですから，33＋16＋33＝ 82（枚）になります。

(3)　でた目が1，2，3，4，5，6の公倍数だったら，3回とも裏返って，赤になるはずです。
1，2，3，4，5，6の最小公倍数は60ですから，60の倍数が何枚あるか，という問題になります。
200÷60＝ 3 あまり 20 ですから，答えは3枚になります。

6 (1)①　立方体を横から見ると，

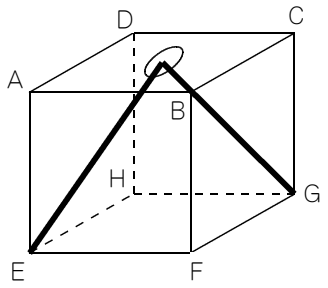


正方形ＢＦＧＣが見え，Ｂの奥にＡ，Ｆの奥にＥ，Ｇの奥にＨ，Ｃの奥にＤがあります。

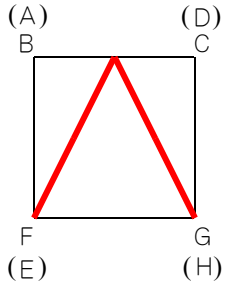


折れ線は，Ｅから面ＡＢＣＤの中心（右の図のマルをつけた点）までの直線と，マルをつけた点からＧまでの直線に分けることができます。

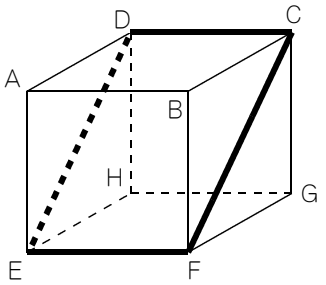
マルをつけた点は，横から見ると辺ＢＣの真ん中に見えます。



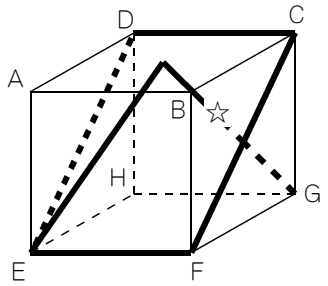
横から見た図では，ＥはＦの奥，マルをつけた点は辺ＢＣの真ん中ですから，右の図のようになります。



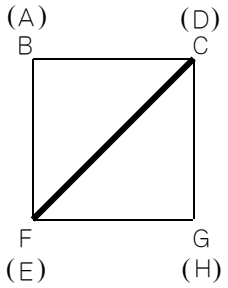
②　平面ＣＤＥＦは，右の図のようになっています。



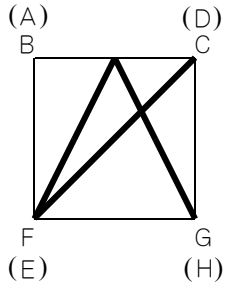
平面ＣＤＥＦと折れ線Ｓの両方にある点は，右の図の点Ｅと，☆の２点です。



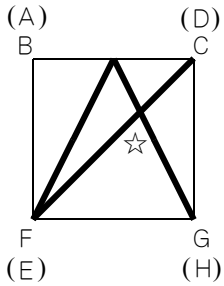
横から見ると，平面ＣＤＥＦは，右の図のような直線になって見えます。



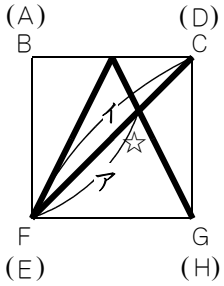
さらに折れ線Ｓも書くと，右の図のようになります。



平面ＣＤＥＦと折れ線Ｓの両方にある２点は，右の図の（Ｅ）と，☆になります。

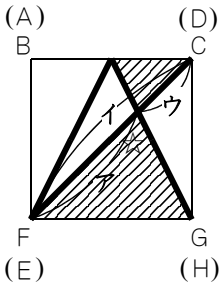


（２つの点を結んでできる直線の長さ）:（直線ＣＥの長さ）は，右の図のア：イと同じです。

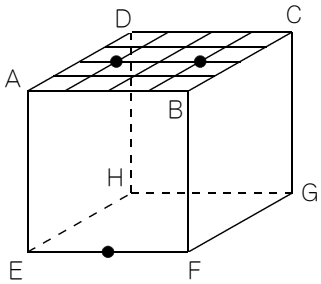


ア：イを求めるために，右の図のア：ウから求めます。斜線部分のクロス形に注目すると，ア：ウ＝2：1 です。

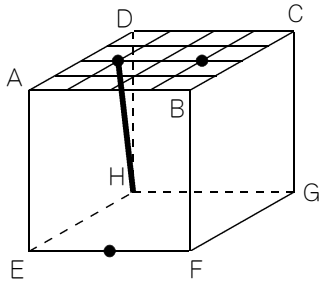
よってア：イは，2：(2＋1)＝2：3 になります。



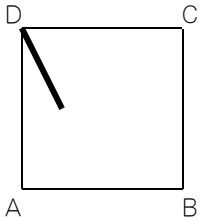
(2)　図を見やすくするために，右の図のように上の面にごばんの目のような線を引き，黒点を２個書いておきます。
辺ＥＦの中点にも黒点をつけておきます。



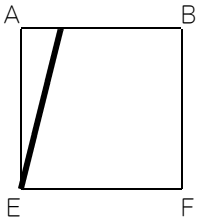
右の図の太線のように直線を引けば，上から見た図，正面から見た図が，次の図のようになります。



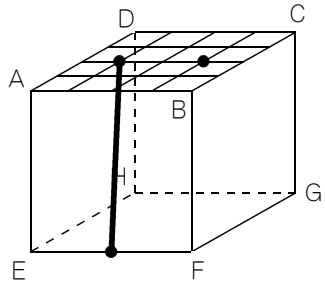
上から見た図



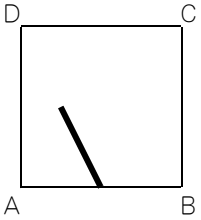
正面から見た図



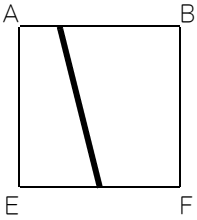
右の図の太線のように直線を引けば，上から見た図，正面から見た図が，次の図のようになります。



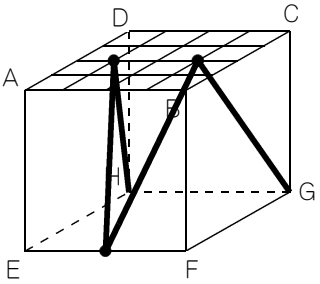
上から見た図



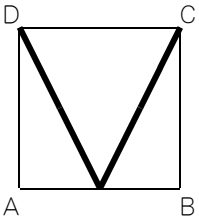
正面から見た図



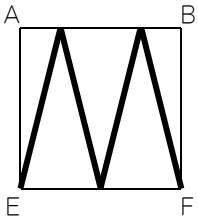
同じようにすると，右の図のように４本の直線を引けば，上から見た図，正面から見た図が，次の図のようになります。



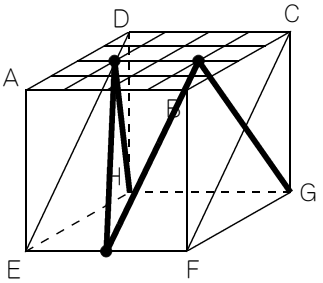
上から見た図



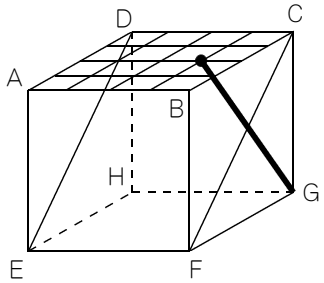
正面から見た図



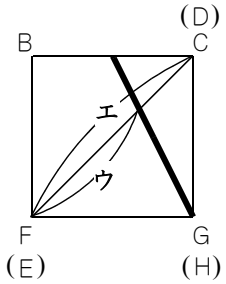
平面ＣＤＥＦも書くと，右の図のようになります。
折れ線と平面ＣＤＥＦとが交わっている点が３点あるはずです。
３点のうち１点は辺ＥＦの中点です。



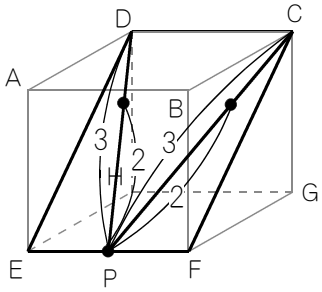
４本の太線のうち，１本だけ書いたのが，右の図です。



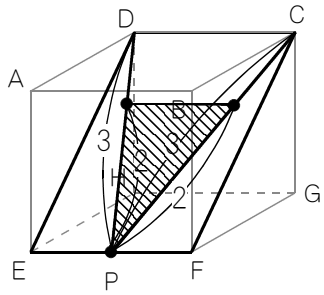
横から見ると，右の図のようになっています。
ウ：エは，(1)と同じく２：３です。



よって，平面ＣＤＥＦと折れ線との両方にある点は，右の図の黒点のような３点であることがわかりました。



この問題は，３つの点を結んでできる三角形の面積（右の図の斜線部分）と，平面ＣＤＥＦの面積の比を求める問題です。



三角形ＰＣＤの面積は平面ＣＤＥＦの面積の半分です。

また，斜線部分の面積は三角形ＰＣＤの面積の，$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$です。

よって，斜線部分の面積は平面ＣＤＥＦの面積の，$\frac{1}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$です。

答えは，$\frac{2}{9}$：１＝２：９ になります。