平成28年度　豊島岡女子学園中学校〈第3回〉算数　くわしい解説

すぐる学習会

1 (1) $\underbrace{10\div\underbrace{(9\div8+7)}_{ア}\times6.5\div\underbrace{(3.2-1.4)}_{イ}}_{ウ}$

$ア=\frac{9}{8}+7=\frac{9}{8}+\frac{56}{8}=\frac{65}{8}$

$イ=1.8=\frac{9}{5}$

$ウ=10\div ア\times6.5\div\frac{9}{5}=10\div\frac{65}{8}\times\frac{13}{2}\div\frac{9}{5}=\frac{10\times8\times13\times5}{65\times2\times9}=4\frac{4}{9}$

(2) $12\times79+8\times98+12\times121+8\times102$

$=12\times79+12\times121+8\times98+8\times102$　（たし算の順序を変える）

$=12\times(79+121)+8\times(98+102)$

$=12\times200+8\times200$

$=(12+8)\times200$

$=20\times200$

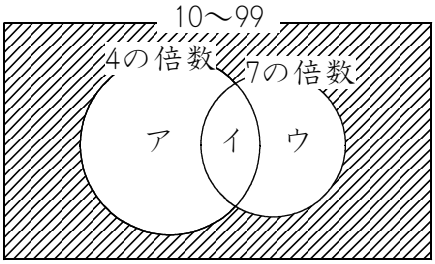
$=4000$

(3) 時速36kmというのは，1時間に36km＝36000m進む速さのことです。

1分あたり，36000÷60＝600（m）進みます。

9分20秒＝$9\frac{20}{60}$分＝$\frac{28}{3}$分では，$600\times\frac{28}{3}$＝5600（m）進むことになります。

(4) 2けたの整数10から99までの中で，4でも7でも割り切れない数は，右のベン図の斜線部分です。



イは，4でも7でも割り切れる数ですから，（4と7の最小公倍数である）28の倍数です。

99÷28＝3 あまり 15 ですから，1から99までの中に28の倍数は3個あります。

9÷28＝0 あまり 9 ですから，1から9までの中に28の倍数は0個です。

よって，10から99までの中に28の倍数は，3－0＝3（個）あります。

ベン図のイの部分は3個であることがわかりました。

次に，10から99までの中の4の倍数の個数を求めます。

99÷4＝24 あまり 3 ですから，1から99までの中に4の倍数は24個あります。

9÷4＝2 あまり 1 ですから，1から9までの中に4の倍数は2個あります。

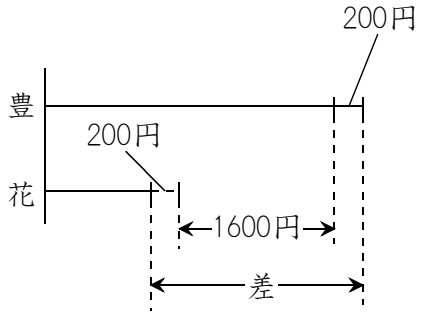
よって，10から99までの中に4の倍数は，24－2＝22（個）あります。
ベン図のイの部分は3個でしたから，アの部分は，22－3＝19（個）になります。

次に，10から99までの中の7の倍数の個数を求めます。
99÷7＝14 あまり 1 ですから，1から99までの中に7の倍数は14個あります。
9÷7＝1 あまり 2 ですから，1から9までの中に7の倍数は1個あります。
よって，10から99までの中に7の倍数は，14－1＝13（個）あります。
ベン図のイの部分は3個でしたから，ウの部分は，13－3＝10（個）になります。

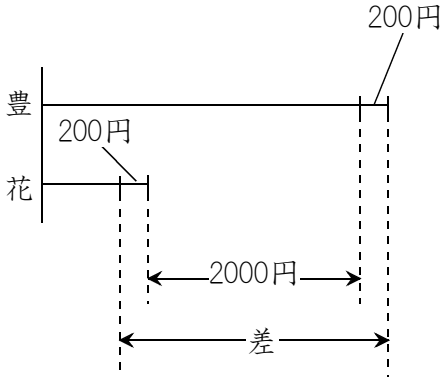
ベン図のアの部分は19個，イの部分は3個，ウの部分は10個あることがわかりました。
また，10から99までの中に整数は，99－10＋1＝90（個）あります。

よって，ベン図の斜線部分の個数は，90－(19＋3＋10)＝58（個）になります。

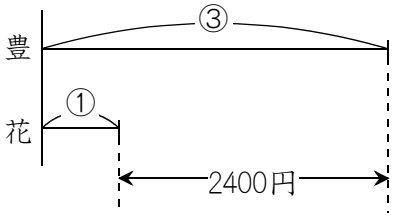
2 (1) もし，豊子さんが花子さんに200円渡すと，豊子さんは200円少なくなり，花子さんは200円多くなって，その結果豊子さんは花子さんよりも1600円多くなります。
実際に2人が持っているお金の差は，右の図の「差」にあたる部分で，1600＋200×2＝2000（円）です。



もし，逆に花子さんが豊子さんに200円渡すと，豊子さんは200円多くなり，花子さんは200円少なくなって，2人の差はますます広がって，右の図の「差」にあたる部分になり，2000＋200×2＝2400（円）になります。



差が2400円のとき，豊子さんは花子さんの3倍になっているのですから，右の図ようになっているわけです。
2400円が，③－①＝②にあたるので，①あたり，2400÷2＝1200（円）です。
よってこのときの豊子さんは，1200×3＝3600（円）です。



花子さんから200円もらったときの豊子さんが3600円なのですから，はじめに豊子さんが持っているお金は，3600－200＝3400（円）になります。

(2)　はじめのジュースの量を①，お茶の量を $\boxed{1}$ とします。
①＋ $\boxed{1}$ ＝ 2000ｍＬ　です。…（ア）

ジュースを１日目に１割を飲んだら１－0.1＝ 0.9（倍）が残り，２日目に残りの２割を飲んだら１－0.2＝ 0.8（倍）が残るので，最後に残った量は，①×0.9×0.8＝0.72 になります。

お茶を１日目に３割を飲んだら１－0.3＝ 0.7（倍）が残り，２日目に残りの４割を飲んだら１－0.4＝ 0.6（倍）が残るので，最後に残った量は，$\boxed{1}$ ×0.7×0.6＝ $\boxed{0.42}$ になります。

その結果，ジュースとお茶の残りの量の合計は 1020ｍＬになったのですから，
0.72 ＋ $\boxed{0.42}$ ＝1020ｍＬ　です。…（イ）

求めたいのは，はじめにあったジュースの量である①です。
①を求めるときは，□をそろえます。

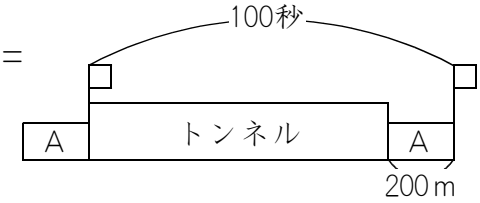
（ア）を0.42倍すると，2000×0.42＝840 ですから，
0.42＋ $\boxed{0.42}$ ＝840ｍＬ　…（ウ）

（イ）と（ウ）をくらべると，1020－840＝180（ｍＬ）が，0.72－0.42＝0.3 にあたるので，①あたり，180÷0.3＝600（ｍＬ）になります。

よって，答えは 600 ｍＬです。

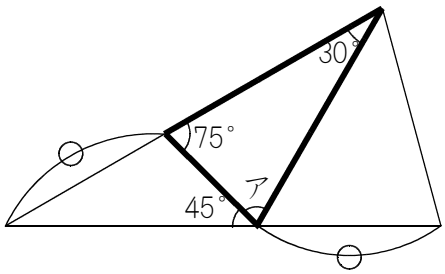
(3)　長さ 200 ｍの列車Ａは，あるトンネルを通るのに 100 秒かかりました。
長さ 300 ｍの列車Ｂは，Ａの２倍の速さですが，同じトンネルを通るのに 54 秒かかりました。
もし，列車Ｂの速さがＡと同じだったら，54 秒の２倍の時間がかかり，54×2＝108（秒）かかることになります。
ＡとＢを同じ速さにしたのに，Ａなら 100 秒，Ｂなら 108秒 かかるので，108－100＝8（秒）だけ差がつくのは，列車の長さが，Ｂの方が 300－200＝100（ｍ）だけ長いからです。
よってＡの秒速は，100÷8＝12.5（ｍ）になります。

右の図のようになり，Ａは 100 秒で，12.5×100＝1250（ｍ）進みます。

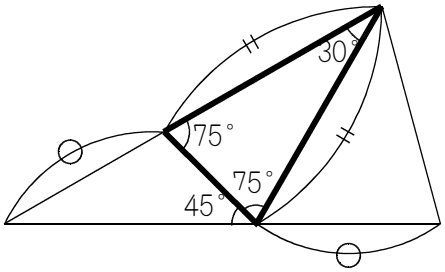


トンネルの長さは，1250－200＝ 1050（ｍ）になります。

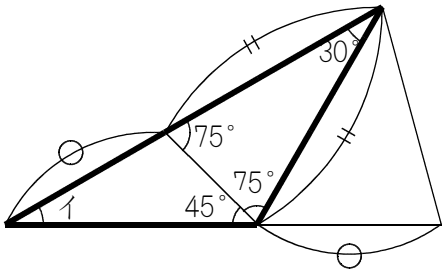
(4)　右の図の〇をつけた辺の長さは等しいです。
　太線の三角形に注目すると，アの角度は，180－(30＋75)＝75（度）であることがわかります。



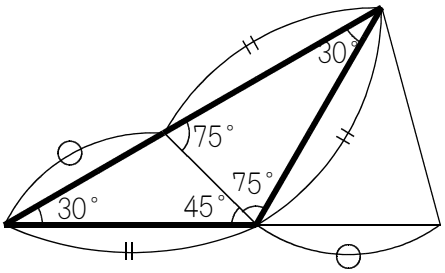
　太線の三角形は二等辺三角形になるので，右の図のように同じ長さの辺に同じマーク〃を書きこむことができます。



　また，右の図の太線の三角形に注目すると，イの角度は，180－(30＋45＋75)＝30（度）であることがわかります。

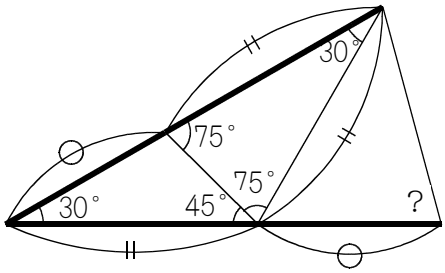


　太線の三角形は二等辺三角形になるので，右の図のように同じ長さの辺に同じマーク〃を書きこむことができます。

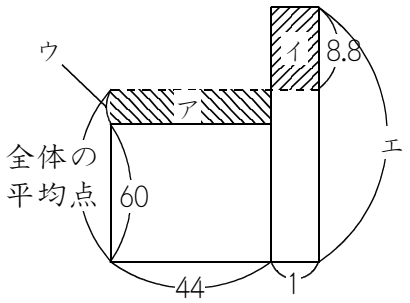


　すると，右の図の２本の太線の長さは等しくなり，二等辺三角形になります。

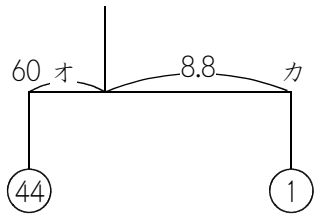
　すると，右の図の？の角度は，(180－30)÷2＝75（度）になります。



3 (1)　右の図のような面積図で解くことができます。
イの面積は，8.8×1＝8.8 です。
アの面積も 8.8 ですから，ウは，8.8÷44＝0.2 です。
よって，豊子さんの点数であるエは，
60＋0.2＋8.8＝69（点）になります。

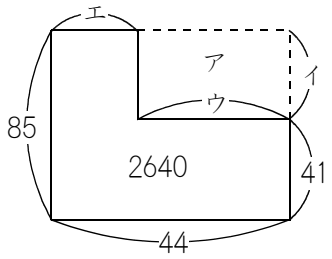


右のような天びん図でも解くことができます。
オ×44＝8.8×1 ですから，オ＝0.2 です。
よって，豊子さんの点数であるカは，60＋0.2＋8.8＝69（点） になります。



(2)　豊子さんの点数は，(1)で 69 点であることがわかりました。
豊子さんよりも高い生徒の平均点は豊子さんよりも 16 点高いので，69＋16＝85（点）です。
豊子さんよりも低い生徒の平均点は豊子さんよりも 28 点低いので，69－28＝41（点）です。
豊子さん以外のクラスの人数は，45－1＝44（人）いて，平均点は60点ですから，豊子さん以外の合計点は，60×44＝2640（点）です。
よって，「85点の人と，41点の人が，合わせて44人いて，点数の合計は2640点」という，つるかめ算になります。

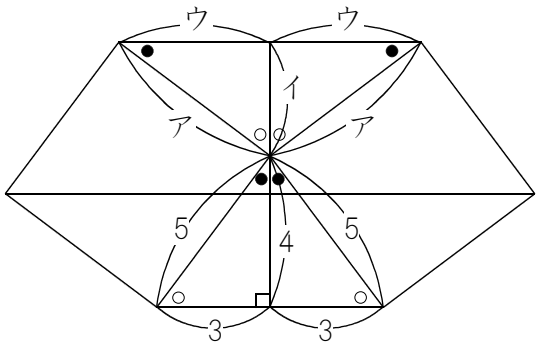
面積図を書くと，右の図のようになります。
アの部分の面積は，85×44－2640＝1100 です。
イは 85－41＝44 ですから，ウは，1100÷44＝25 で，エは，44－25＝19 です。



豊子さんの点数よりも高い生徒の人数を求める問題ですから，答えは 19 人になります。

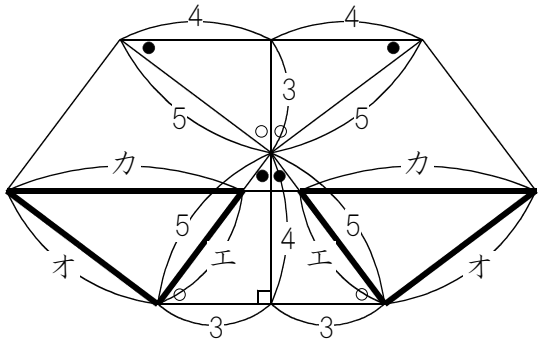
4 (1)　右の図のように，同じ角度を同じ記号で表します。

正方形という条件からアは5cmで，イ：ウ：アは3：4：5ですから，イは3cmで，ウは4cmです。

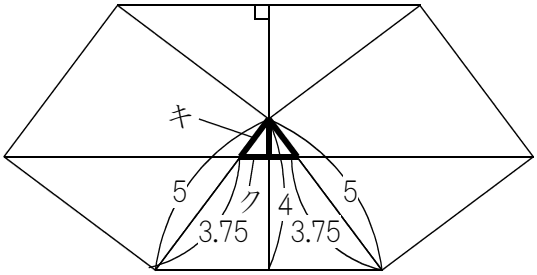


右の図の太線の三角形も，3：4：5の三角形で，オは正方形の一辺なので5cmです。

よって，エは5÷4×3＝3.75（cm），カは5÷4×5＝6.25（cm）になります。

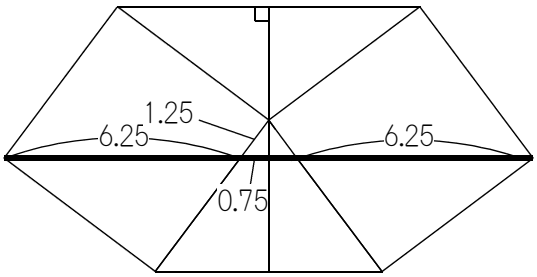


右の図の太線の三角形も，3：4：5の三角形で，キは5－3.75＝1.25（cm）ですから，クは1.25÷5×3＝0.75（cm）です。



(1)は，右の図の太線の長さを求める問題でした。

よって，(6.25＋0.75)×2＝14（cm）になります。

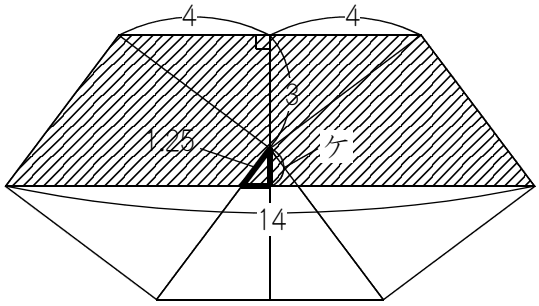


(2)　求めたいのは，右の図の斜線部分の台形です。

台形の上底は，4×2＝8（cm）で，下底は14cmです。

また，右の図の太線の三角形は，3：4：5の三角形ですから，ケの長さは，1.25÷5×4＝1（cm）です。

よって台形の高さは 3＋1＝4（cm）になるので，台形の面積は，(8＋14)×4÷2＝44（cm^2）になります。



5 (1)　「1番目の図形」は，棒を4本使っています。

「2番目の図形」は，棒を（4＋6）本使っています。

「3番目の図形」は，棒を（4＋6＋8）本使っています。

「4番目の図形」は，棒を（4＋6＋8＋10）本＝28本使っています。

(2)　たとえば(1)で求めた「4番目の図形」の棒の本数は，4から始まって，2ずつ増える等差数列 4，6，8，10 の，1番目から4番目までの和になっています。

同じようにして，「28番目の図形」の棒の本数は，同じ等差数列 4，6，8，10，……の，1番目から28番目までの和になります。

この等差数列の28番目は，次の公式を使って求めます。

N番目の数＝はじめの数＋増える数×(N－1)＝4＋2×(28－1)＝58

また，1番目から28番目までの和は，次の公式を使って求めます。

N番目までの和＝(はじめ＋おわり)×N÷2＝(4＋58)×28÷2＝868

よって，「28番目の図形」の棒の本数は，868本になります。

(3)　(2)で，せっかく「28番目の図形」の棒の本数が，4＋6＋8＋…＋58＝868（本）であることがわかったので，それを利用して求めていきましょう。

「29番目の図形」→ 868＋60＝928

「30番目の図形」→ 928＋62＝990

「31番目の図形」→ 990＋64＝1054

「32番目の図形」→ 1054＋66＝1120

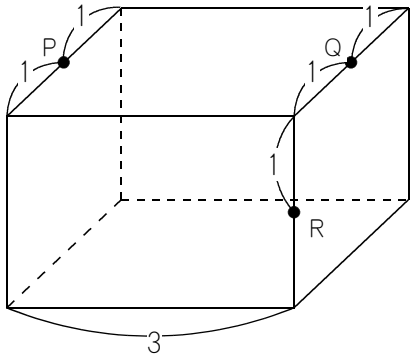
「33番目の図形」→ 1120＋68＝1188

「34番目の図形」→ 1188＋70＝1258

「35番目の図形」→ 1258＋72＝1330

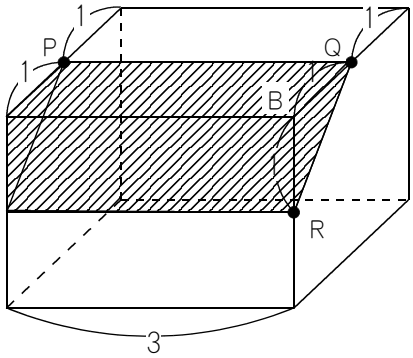
よって答えは，35番目になります。…

6 (1)　1秒後には，3点P，Q，Rは，右の図のような位置にいます。

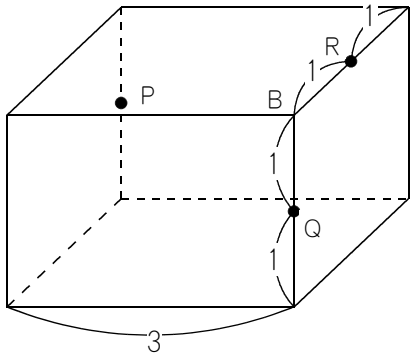


点P，Q，Rを通る平面で直方体を切ったとき，点Bをふくむ立体は，右の図の斜線部分のような三角柱になります。

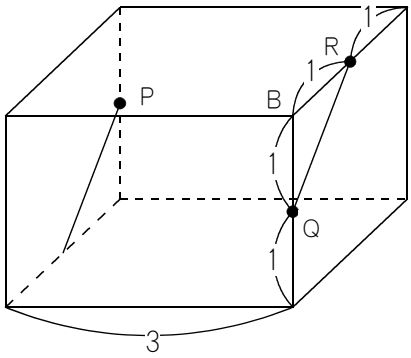
この三角柱の体積は，1×1÷2×3＝1.5（cm^3）になります。



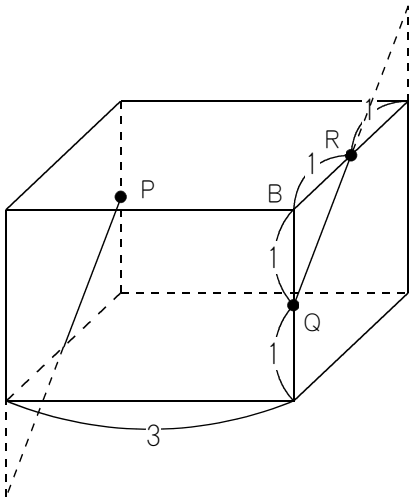
(2)　3秒後には，3点P，Q，Rは，右の図のような位置にいます。



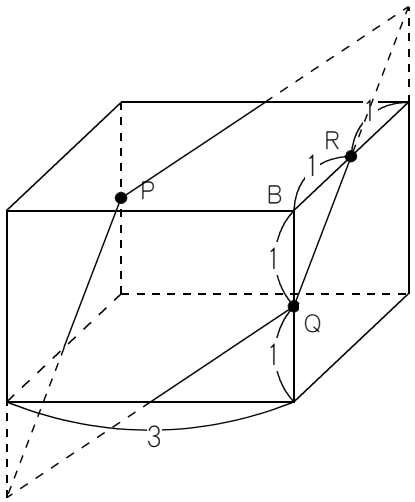
左右の面どうしは平行なので，切り口の線を右の図のように書きこむことができます。



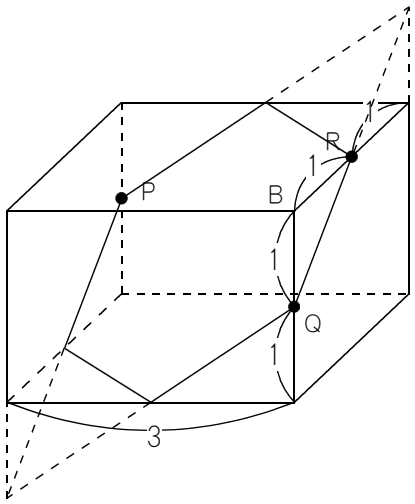
さらに，右の図のように線を延長して交点を見つけて，



その交点へ向かって右の図のような線を引き，

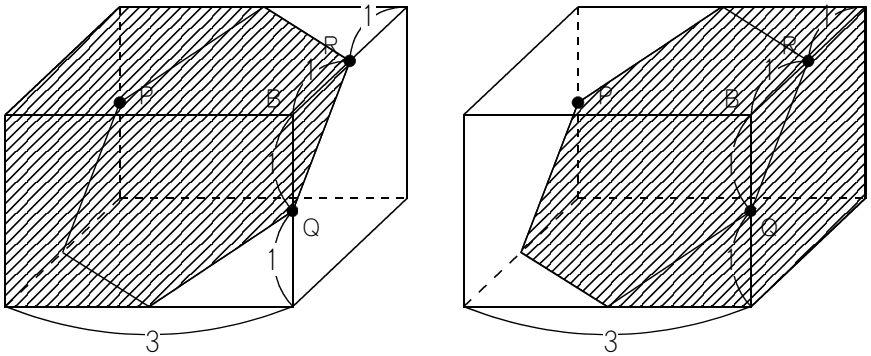


さらに右の図のように線を引けば，切り口の面のできあがりです。



このとき，点Ｂをふくむ立体と，ふくまない立体は，下の図のようになっており，まったく同じ形をしているので，体積も同じです。

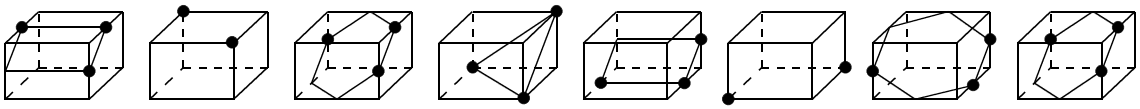
よって，点Ｂをふくむ立体の体積は，直方体全体の半分になるので，
2×3×2÷2＝6（cm³）になります。



(3)　点Ｐ，Ｑ，Ｒどれも，まわりの長さが2×4＝8（cm）の正方形上を動いています。どれも毎秒1cmの速さですから，8÷1＝8（秒後）に，点Ｐ，Ｑ，Ｒはそれぞれのスタート地点にもどってきます。

そこで，8秒間を1セットとして，8秒の間に3秒後と同じ形になるのが，何回あるかを考えます。

スタートしてから8秒後までのようすは，下の図のようになります。



1秒後　2秒後　3秒後　4秒後　5秒後　6秒後　7秒後　8秒後

同じ形になっているのは，3秒後と7秒後の2回あります。

スタートしてから40秒後まででは，40÷8＝5（セット）あります。

1セットの中に2回あるのですから，5セットの中には，2×5＝10（回）あります。

この問題ではスタートしてからではなく，5秒後からカウントするのですから，3秒後の状態はカウントされないので，答えは 10－1＝9（回）になります。