2021年度　豊島岡女子学園中学校〈第3回〉算数　くわしい解説

すぐる学習会

$\boxed{1}$ (1) $1 \div \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)-\frac{11}{13}$

$=1 \div \left(\frac{105}{210}+\frac{70}{210}+\frac{42}{210}+\frac{30}{210}\right)-\frac{11}{13}$

$=1 \div \frac{247}{210}-\frac{11}{13}$

$=\frac{210}{247}-\frac{11}{13}$

$=\frac{210}{247}-\frac{209}{247}$

$=\frac{1}{247}$

(2)　48から62までに，整数は 62－48＋1＝15（個）あります。

この15個の整数の和は，(はじめ＋おわり)×個数÷2＝(48＋62)×15÷2＝825です。

825を7で割ると，825÷7＝117 あまり 6 ですから，答えは6です。

(3)　1けたの数は，□の中に1か2が入るので，2個あります。

2けたの数は，□□のそれぞれの□の中に1か2が入るので，2×2＝4（個）あります。

3けたの数は，□□□のそれぞれの□の中に1か2が入るので，2×2×2＝8（個）あります。

4けたの数は，□□□□のそれぞれの□の中に1か2が入るので，2×2×2×2＝16（個）あります。

1けたから4けたまでの合計の個数は，2＋4＋8＋16＝30（個）です。

小さい方から33番目の数は，5けたの数の，小さい方から 33－30＝3（番目）になります。

5けたの数を小さい方から3個書くと，11111，11112，11121となりますから，答えは11121です。

(4)　問題の内容を表にすると，右の表のような割合になります。

アのところの人数を求めることになります。

バス

		○	×	計
電車	○	$\frac{5}{11}$	イ	ウ
	×		$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$
	計		ア	1

ウは $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$，イは $\frac{2}{3}-\frac{5}{11}=\frac{7}{33}$，アは $\frac{7}{33}+\frac{1}{7}=\frac{82}{231}$ です。

よって，全体の $\frac{82}{231}$ を求めることになります。

全体の人数は231で割り切れるような人数でなければなりませんから，231の倍数です。

全体の人数は200人以上250人以下ですから,231の倍数であるのは231人のみです。

よって，通学にバスを利用しない生徒は，$231\times\frac{82}{231}=82$（人）です。

$\boxed{2}$ (1)　下のようなビーカー図を書いて解いていきましょう。

0 g		エ		ウ		イ
100 g	+	100 g	+	100 g	=	ア
0%		A		B 6%		3.8%

アは，100＋100＋100＝300（ g ）です。

イは，ア×0.038＝300×0.038＝11.4（ g ）です。

ウは，100×0.06＝6（ g ）です。

エは，イ－ウ－0＝11.4－6－0＝5.4（ g ）です。

よってAの濃度は，5.4÷100＝0.054　→　5.4 %です。

(2)　1年後，父は弟の3倍になったのですから，そのときの弟を①才，父を③才とします。

8年後は1年後から 8－1＝7（年）たっていますから，弟は（①＋7）才，父は（③＋7）才になっています。
また，兄は弟よりも4才上なので，（①＋7）＋4＝①＋11（才）です。

8年後に父は兄の2倍になっているのですから，（③＋7）才は，（①＋11）才の2倍ということになります。

（①＋11）×2＝③＋7 ですから，②＋22＝③＋7 となり，22－7＝15（才）が，③－②＝①にあたります。

1年後の父の年令を③にしましたから，1年後の父の年令が，15×3＝45（才）です。

父の今の年令は，45－1＝44（才）です。

(3)　まず，ア「Ａ＋Ｂ」，イ「Ａ＋Ｃ」，ウ「Ａ＋Ｄ」，エ「Ｂ＋Ｃ」，オ「Ｂ＋Ｄ」，カ「Ｃ＋Ｄ」の大きさをくらべましょう。

アとイをくらべると，Ｂ＜Ｃ　なので，Ａ＋Ｂ＜Ａ＋Ｃです。よってア＜イです。

イとウをくらべると，Ｃ＜Ｄ　なので，Ａ＋Ｃ＜Ａ＋Ｄです。よってイ＜ウです。

ウとエは微妙です。
もし，Ａ＝1，Ｂ＝2，Ｃ＝3，Ｄ＝10だったら，Ａ＋Ｄ＝11，Ｂ＋Ｃ＝5となり，ウの方が大きくなります。
もし，Ａ＝1，Ｂ＝8，Ｃ＝9，Ｄ＝10だったら，Ａ＋Ｄ＝11，Ｂ＋Ｃ＝17となり，エの方が大きくなります。
もし，Ａ＝7，Ｂ＝8，Ｃ＝9，Ｄ＝10だったら，Ａ＋Ｄ＝17，Ｂ＋Ｃ＝17となり，ウとエは同じ値になります。
つまり，ウとエは，ＡからＤがどんな数かによって，ウが大きくなったり，エが大きくなったり，あるいはウとエが等しくなったりします。

エとオをくらべると，Ｃ＜Ｄ　なので，Ｂ＋Ｃ＜Ｂ＋Ｄです。よってエ＜オです。

オとカをくらべると，Ｂ＜Ｃ　なので，Ｂ＋Ｄ＜Ｃ＋Ｄです。よってオ＜カです。

以上のことから，ア＜イ＜ウ，エ＜オ＜カ　となり，ウとエはどちらが大きいか（または等しいか）わからない，ということになりました。

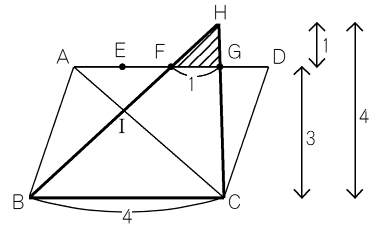
問題には，アからカまでのうち2つが等しくなったと書いてありました。

等しくなるものがあるとすれば，ウとエです。
つまり，「Ａ＋Ｄ」と，「Ｂ＋Ｃ」が等しいことがわかりました。

ア	Ａ＋Ｂ＝47
イ	Ａ＋Ｃ＝55
ウ	Ａ＋Ｄ＝62
エ	Ｂ＋Ｃ＝62
オ	Ｂ＋Ｄ＝69
カ	Ｃ＋Ｄ＝77

右の表のようになったことがわかりました。
知りたいのはＡです。
アとイの和は，Ａ＋Ａ＋Ｂ＋Ｃ＝102　となり，しかもエにより，Ｂ＋Ｃ＝62です。
「Ａ＋Ａ＋Ｂ＋Ｃ」から「Ｂ＋Ｃ」を取り去るとＡ＋Ａが残り，それが　102－62＝40ですから，
Ａは，40÷2＝20　になります。

(4)　三角形ＨＦＧと三角形ＨＢＣは相似です。
底辺の比は，ＦＧ：ＢＣ＝1：4です。



ＦＧ＝1，ＢＣ＝4にします。

三角形ＨＦＧと三角形ＨＢＣの高さの比も1：4です。

三角形ＨＦＧの高さを1，三角形ＨＢＣの高さを4にします。
平行四辺形ＡＢＣＤの高さは，4－1＝3です。

三角形ＡＢＩの面積を求めるには，まず三角形ＡＢＣの面積を求め，ＡＩ：ＩＣに分けます。

三角形ＡＢＣの面積は，4×3÷2＝6 です。

ＡＩ：ＩＣ＝ＡＦ：ＢＣ＝2：4＝1：2 ですから，三角形ＡＢＩの面積は，6÷(1＋2)×1＝2 です。

三角形ＨＦＧの面積は，1×1÷2＝0.5 ですから，

三角形ＡＢＩの面積：三角形ＨＦＧの面積＝2：0.5＝4：1 です。

3 (1)　ＡとＤを開くと，2時間30分＝150分で空になります。
ＡとＣとＤを開くと，1時間15分＝75分で空になります。

ＡとＤを開いた場合と，ＡとＣとＤを開いた場合の，かかった時間の比は 150：75＝2：1 なので，速さの比は逆比になって，1：2です。

よって，ＡとＤを開いた場合の1分あたりを①，ＡとＣとＤを開いた場合の1分あたりを②とすることができます。

Ａからは毎分3Ｌずつ水が入り，Ｃからは毎分2Ｌずつ水が出ていくので，ＡとＤを開いた場合は，（Ｄ－3）Ｌずつ水がへり，ＡとＣとＤを開いた場合は，（Ｄ＋2－3）＝（Ｄ－1）Ｌずつ水がへります。

Ｄ－3＝①，Ｄ－1＝② という2つの式ができます。

この2つの式のちがいは，3－1＝2（Ｌ）で，それが ②－①＝①にあたります。

①あたり2Ｌなので，「Ｄ－3＝①」の式は，「Ｄ－3＝2」となり，Ｄ＝5です。

よって，ＡとＤを開いた場合は，5－3＝2（Ｌ）ずつ水がへり，150分で水そうは空になったのですから，水そうの容積は，2×150＝300（Ｌ）です。

(2)　(1)で，水そうの容積は300Ｌであることがわかり，
Ｄからは毎分5Ｌずつ水がへることがわかりました。

水そう　300Ｌ
Ａ　毎分3Ｌ入れる
Ｂ　毎分6Ｌへる
Ｃ　毎分2Ｌへる
Ｄ　毎分5Ｌへる

また，Ａからは毎分3Ｌずつ水が入り，Ｂからは毎分6Ｌずつ水がへり，Ｃからは毎分2Ｌずつ水がへることがわかっています。

(2)では，満水の状態から，次のように操作したことがわかっています。

まずＡとＢとＤを開く
次にＡとＤだけ開く
その10分後にＣとＤだけ開く
全部で48分で空になった

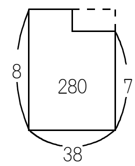
ＡとＤだけ開いた10分間で，水は毎分 5－3＝2（Ｌ）ずつ，2×10＝20（Ｌ）へります。

残り 300－20＝280（Ｌ）を，48－10＝38（分）でへらしたのですから，右の表のようになります。

ＡとＢとＤを開く
ＣとＤだけ開く
全部で38分で280Ｌへる

もう，つるかめ算であることはわかっていますね？

ＡとＢとＤを開くと，毎分 6＋5－3＝8（Ｌ）ずつへります。
ＣとＤだけ開くと，毎分 2＋5＝7（Ｌ）ずつへります。
38分で280Ｌへるのですから，右のような面積図になります。



点線部分の面積は，8×38－280＝24 で，点線部分のたての長さは 8－7＝1ですから，点線部分の横の長さは，24÷1＝24 です。

よって，ＡとＢとＤを開いたのは 38－24＝14（分間）であることがわかり，Ｂを開いていた時間は，この時間のみですから，答えも14分間です。

$\boxed{4}$ (1)　第１行には，「奇数の平方数」か，「奇数の平方数＋１」がならんでいます。

11×11＋1＝122 ですから，122は「奇数の平方数＋１」です。

このときＢはＡの１つ右なので，「次の奇数の平方数」です。

Ｂは，13×13＝169 です。

ＣはＡの１つ下なのでＡより１大きくなり，122＋1＝123 です。

ＤはＣの１つ右なので，Ｂの１つ下になり，Ｂより１小さくなり，169－1＝168 です。

よってＸは，Ａ＋Ｂ＋Ｃ＋Ｄ＝122＋169＋123＋168＝582です。

(2)　第１行には，「奇数の平方数」か，「奇数の平方数＋１」がならんでいます。

もしＡが「奇数の平方数」なら，

Ａが9の場合は

9	10
8	11

，Ａが25の場合は

25	26
24	27

のように，

Ａ	Ａ＋1
Ａ－1	Ａ＋2

のようになっています。

この４つの数の合計は，Ａ＋(Ａ＋1)＋(Ａ－1)＋(Ａ＋2)＝Ａ×4＋2 となります。

よって，Ａ×4＋2＝2710 となり，2710－2＝2708　　2708÷4＝677 となりますが，677は「奇数の平方数」ではないのでダメです。

よって，Ａは「奇数の平方数＋1」です。

Ａが2の場合は

2	9
3	8

，Ａが10の場合は

10	25
11	24

のように，

奇数の平方数＋1 ↑	次の奇数の平方数 ↑
上の数より 1 大きい	上の数より 1 小さい

となっています。

上の段の2個をＡ，Ｂとすると，下の段の2個は「Ａ＋1」，「Ｂ－1」となるので，上の段の2個の和と，下の段の2個の和は等しくなります。

全部で2710ですから，上の段の2個の合計は，2710÷2＝1355です。

したがって，「奇数の平方数＋1」と「次の奇数の平方数」の和が1355ですから，「奇数の平方数」と「次の奇数の平方数」の和は，1355－1＝1354です。

ところで，「奇数の平方数」と「次の奇数の平方数」と，「その間の偶数の平方数」には，あるきまりがあります。

「奇数の平方数」と「次の奇数の平方数」の平均＝「その間の偶数の平方数＋1」

となっています。

たとえば，「3×3＝9」と，「5×5＝25」の平均は，（9＋25）÷2＝17で，その間の，「4×4＝16」よりも1大きいです。

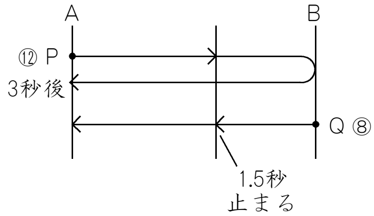
同じように，「5×5＝25」と，「7×7＝49」の平均は，（25＋49）÷2＝37で，その間の，「6×6＝36」よりも1大きいです。

この問題の場合は，「奇数の平方数」と「次の奇数の平方数」の和は1354なので，平均は，1354÷2＝677 です。

よって，「その間の偶数の平方数＋1」が677なので，「その間の偶数の平方数」は，677－1＝676です。

676＝26×26 ですから，「奇数の平方数」は，25×25＝625 となり，Ａは「奇数の平方数＋1」ですから，625＋1＝626 になります。

5 (1)　Ｐが往復してＡにもどってくる間に，ＰはＱと1回だけ出会っています。



出会ったとき，Ｑは1.5秒間その場で止まります。

止まったぶん，Ｑの方が1.5秒おくれるのですが，1.5秒おくれても，Ｑの方が3秒早くＡに着きました。

もし，Ｑが1.5秒間止まらなかったら，もっと早くＱがＡに着くことになり，ＱはＰよりも3＋1.5＝4.5（秒）早く着くことになります。

ところで，ＰはＡＢ間を往復し，Ｑは，片道だけ進みました。

よって，ＰとＱの進んだ道のりの比は，2：1 です。

ＰとＱの速さの比は，12：8＝3：2 です。

よってＰとＱがかかった時間の比は，「かかった時間＝道のり÷速さ」ですから，$(2\div3):(1\div2)=\frac{2}{3}:\frac{1}{2}=4:3$ です。

かかった時間の差は4.5秒ですから，4－3＝1あたり4.5秒です。

4にあたるのは，4.5×4＝18（秒）です。

ＰがＡＢ間を往復するのに，18秒かかることがわかりました。

片道は，18÷2＝9（秒）かかります。

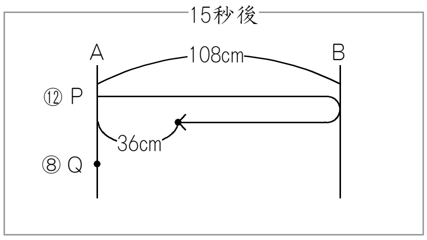
Ｐは毎秒12cmの速さですから，ＡＢ間の距離は，12×9＝108（cm）です。

(2)　(1)で，ＡＢ間の距離が108㎝であることがわかりました。

また，ＰがＡＢ間を往復するのに18秒かかることもわかりました。

Ｐが往復したのは，ＱがＡ地点にはじめて着いてから3秒後なので，ＱがＡに着いたときには，ＰはＡまであと3秒で進む距離である，12×3＝36（cm）が残っています。

スタートしてから18－3＝15（秒後）のようすは，右の図のようになります。

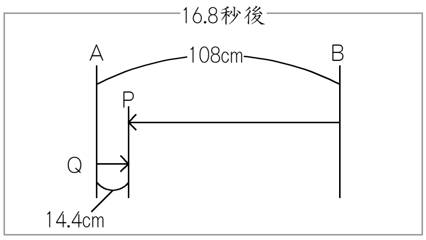


この状態になるまでに，ＰとＱは1回重なっています。

この図の状態の 36÷(12＋8)＝1.8（秒後）に，ＰとＱは出会います。これが，2回目の重なりですね。

1.8秒でＱは 8×1.8＝14.4（cm）進みます。

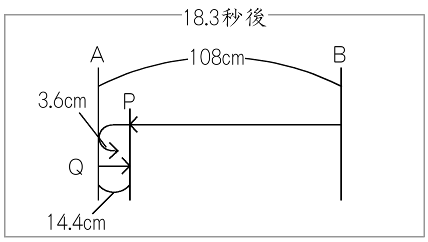
スタートしてから 15＋1.8＝16.8（秒後）に，右の図のようになることがわかりました。



ここでＱは1.5秒間止まります。

Ｑが止まっている間にＰは，12×1.5＝18（cm）動きます。

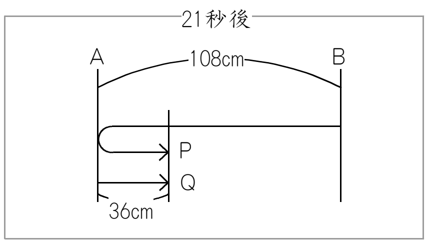
ＰはＡを折り返して，18－14.4＝3.6（cm）のところにいます。これが，スタートしてから，16.8＋1.5＝18.3（秒後）です。



ＰはＱの，14.4－3.6＝10.8（cm）後ろにいます。

10.8÷(12－8)＝2.7（秒後）に追いつきます。

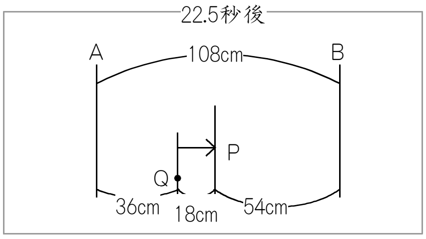
追いつくのはスタートしてから 18.3＋2.7＝21（秒後）で，追いついた地点はＡから，3.6＋12×2.7＝36（cm）の地点です。

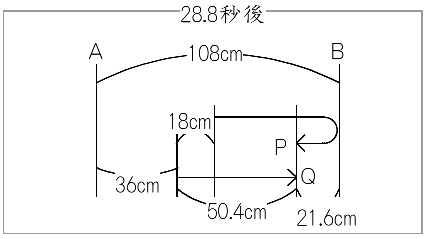


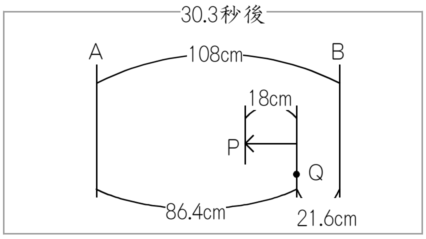
これが，3回目の重なりになります。

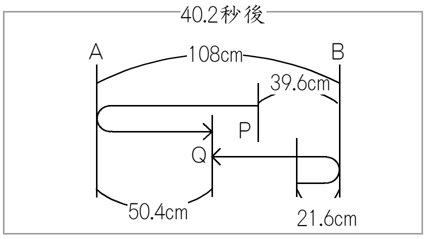
(3)　ＰとＱが3回目に重なって以降の動きを下の図に書きました。

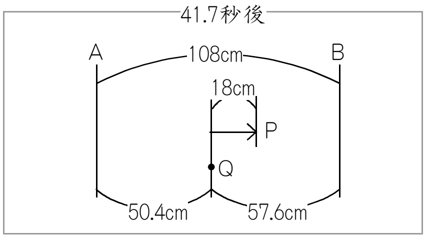
ＰとＱがＢ地点に初めて同時に着くのは，63秒後になります。

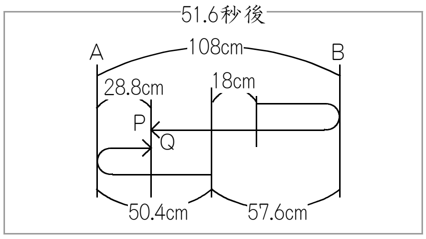


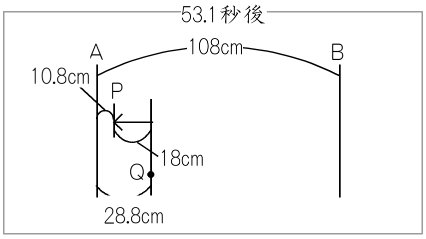


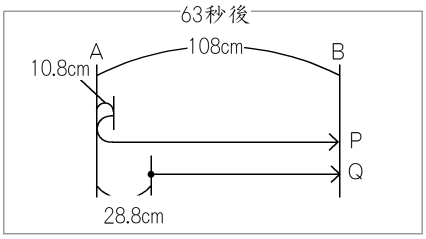






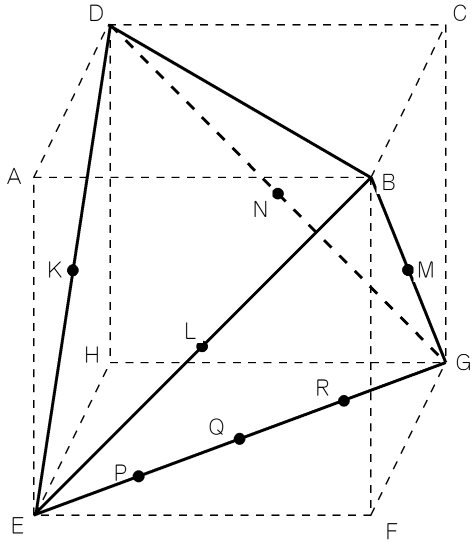




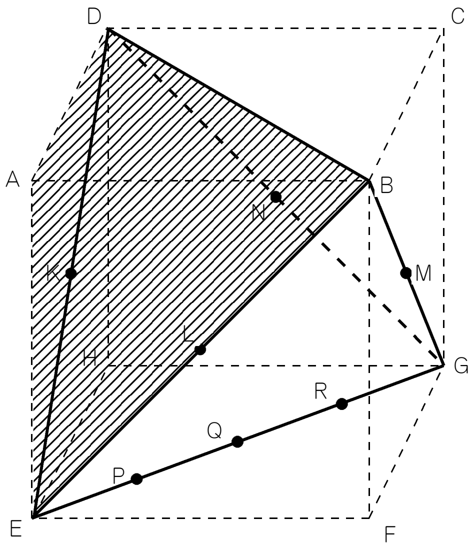


6 (1)　立体(あ)は，立方体の頂点を4回切り落とすことによってできる三角すいです。

切り落とした頂点は，A，C，F，Hです。
(Hを切り落としたことに気づきにくいので，注意しましょう。)



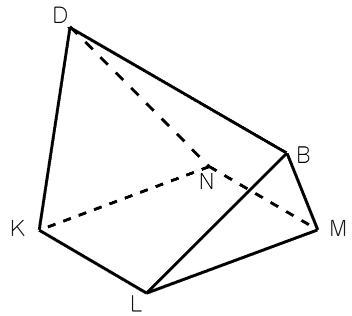
たとえば頂点Aを切り落とすというのは，右の図のしゃ線をつけた三角すいE－ABDを切り落とす，という意味です。

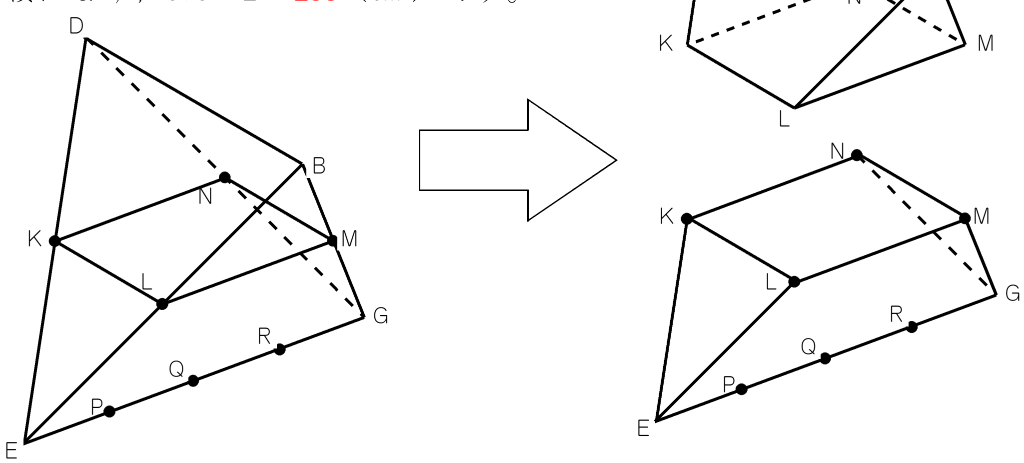


三角すいE－ABDの体積は，
$12 \times 12 \div 2 \times 12 \div 3 = 288$（$cm^3$）です。

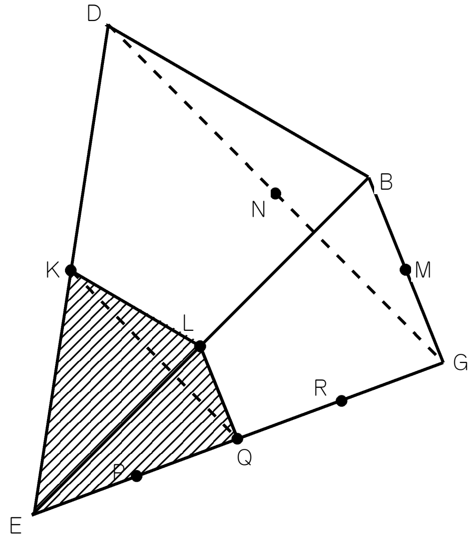
立体(あ)の体積は，
立方体の体積－切り落とした三角すい×4
$= 12 \times 12 \times 12 - 288 \times 4$
$= 576$（cm^3）です。

立体(あ)を，K，L，M，Nを通る平面で切り分けると，まったく同じ立体が2つできますから，点Qをふくむ立体(い)は立体(あ)の半分の体積になり，$576 \div 2 = 288$（cm^3）です。



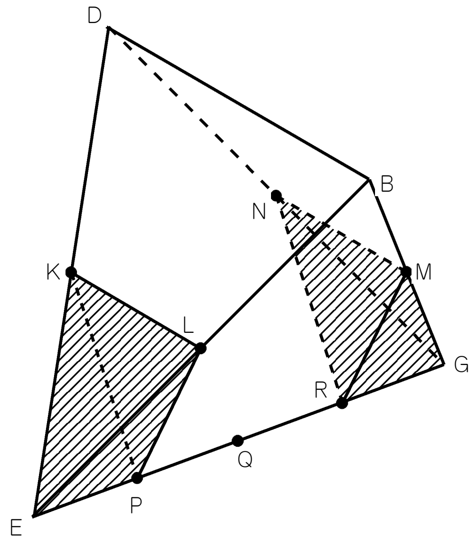


(2)　立体(い)を，もし，K，L，Pではなく，K，L，Qで切り分けたとしたら，右の図のしゃ線部分になり，立体(あ)の各辺の長さを$\frac{1}{2}$にした立体になります。



長さを$\frac{1}{2}$にすると，体積は $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ になり，立体(あ)の体積は(1)で求めた通り576 cm^3ですから，しゃ線部分の立体の体積は，

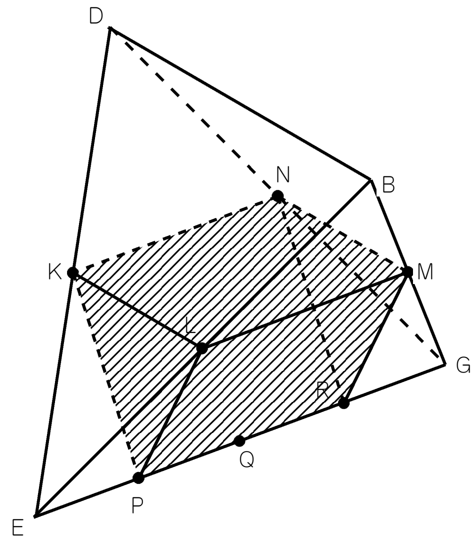
$576\times\frac{1}{8}=72$ (cm^3) です。



点Pは点Eと点Qのまん中の点ですから，K，L，Pで切り分けると，K，L，Qで切り分けたときの半分の体積になり，

$72\div2=36$ (cm^3) です。

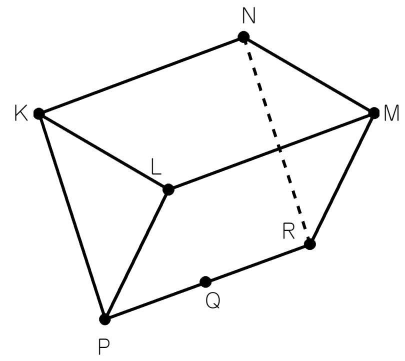
M，N，Rで切り分けた立体の体積も，まったく同じなので36 cm^3です。



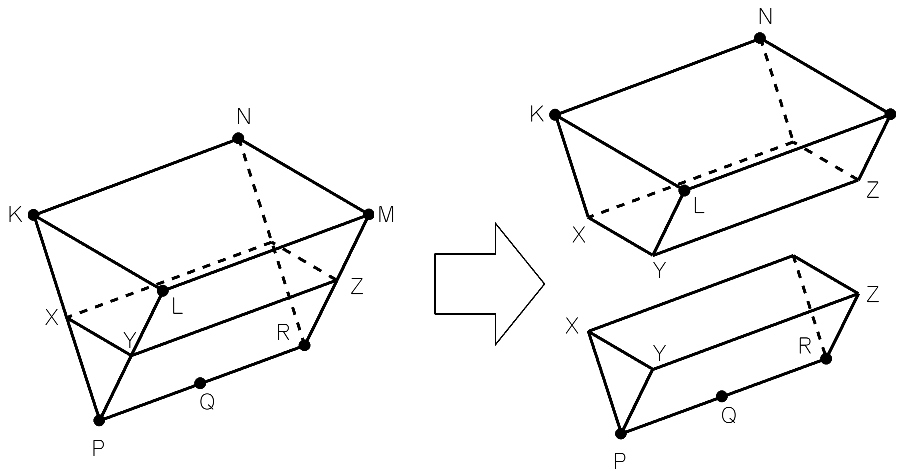
立体(い)の体積は，(1)で求めた通り288 cm^3です。

K，L，Pで切り分けた体積は36 cm^3，M，N，Rで切り分けた体積も36 cm^3ですから，立体(う)の体積は，$288-36\times2=216$ (cm^3) です。

(3)　(2)で求めた立体(う)は右の図のような形をしていて，その体積は216㎤です。



この立体をＸ，Ｙ，Ｚを通る平面で切り分けると，下の図のようになります。



立体(う)の底面をＸＰＬとすると，切り分けたときの点Ｑをふくむ立体の底面はＸＰＹとなり，長さが$\frac{1}{2}$になっているので，面積は $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ になります。

高さはＬＭ＝ＹＺなので同じですから，体積も$\frac{1}{4}$になり，点Ｑをふくむ立体の体積は，216÷4＝54（㎤）になります。