2020年度　豊島岡女子学園中学校〈第3回〉算数　くわしい解説

すぐる学習会

1 (1)　$2.1 \div \underbrace{\left\{ 2\frac{1}{6} - \underbrace{\underbrace{\left(\underbrace{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}_{ア} \right)}_{イ} \times \frac{8}{15}}_{ウ} \right\}}_{エ}$

$ア = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

$イ = \frac{5}{12} \times \frac{8}{15} = \frac{2}{9}$

$ウ = 2\frac{1}{6} - \frac{2}{9} = \frac{35}{18}$

$エ = 2.1 \div \frac{35}{18} = \frac{21}{10} \div \frac{35}{18} = 1\frac{2}{25}$　　（ 1.08 でも正解 ）

(2)　3で割ると1余る … あと2だけよけいにあれば，3で割り切れる。
　4で割ると2余る … あと2だけよけいにあれば，4で割り切れる。

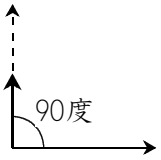
よって，あと2だけよけいにあれば，3でも4でも割り切れる（＝12の倍数）。
つまり，あと2だけよけいにあれば，12の倍数になるような数のうち，小さい方から2020番目の数を求める問題になりました。

12の倍数のうち小さい方から2020番目は，12×2020＝24240 です。

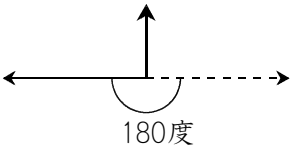
あと2だけよけいにあれば，24240になるのですから，答えは 24240－2＝24238 になります。

(3)　長針は1分間に6度ずつ，短針は1分間に0.5度ずつ動きますが，どちらも時計回りに動くので，短針を止めて，長針だけ1分間に 6－0.5＝5.5（度）ずつ動くとしてもＯＫです。

はじめて90度になるのは，長針が90度動いたときです。



次に90度になるのは，はじめて90度になったときからさらに180度動いたときなので，90＋180＝270（度）動いたときです。



さらにその次に90度になるのはさらに180度動いたときなので，270＋180＝450（度）動いたときです。

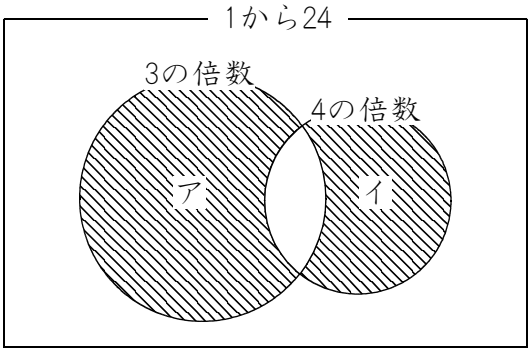
このように考えると，90度から始まって，180度ずつ増える等差数列になります。

90度，270度，450度，……
＋180度　＋180度

午前12時から午後12時までの12時間＝720分の間に，長針は1分間に5.5度ずつ動くと考えているので，長針は全部で 5.5×720＝3960（度）動きます。
この3960度の中に，等差数列の角度が何個入っているかを求める問題になりました。
等差数列のＮ番目＝はじめ＋増える数×(Ｎ－1) ですから，
90＋180×(Ｎ－1)＝3960 とします。

3960－90＝3870　　3870÷180＝21.5　　21.5＋1＝22.5 ですから，等差数列の角度は22個入っています。
よって，長針と短針の作る角度が90度になるのも，22回になります。

(4)　はじめはすべてのカードが黒になっています。
　1回裏返しすると赤になり，2回裏返しすると黒になります。
　よって，赤になっているのは，1回だけ裏返ししたカードです。



　右のベン図において，斜線をつけた部分の整数の合計を求める問題になります。
　1から24までの中で3の倍数でも4の倍数でもあるのは，12，24です。
　3の倍数は，3，6，9，12，15，18，21，24ですから，右のベン図のアにあてはまるのは，3，6，9，15，18，21 です。
　その和は，3＋6＋9＋15＋18＋21＝72 です。
　また，4の倍数は，4，8，12，16，20，24 ですから，右のベン図のイにあてはまるのは，4，8，16，20 です。
　その和は，4＋8＋16＋20＝48 です。

　よって，赤で書かれている数の合計は，72＋48＝120 になります。

2 (1)　姉が妹に550円渡しても，2人の合計は変わりません。

はじめ，姉と妹は5：2でした。
姉と妹の和は，5＋2＝7 です。

	姉：妹	和
はじめ	5：2	7

渡したあとは，姉と妹は7：5でした。
姉と妹の和は，7＋5＝12 です。

	姉：妹	和
はじめ	5：2	7
あと	7：5	12

和をそろえます。
7と12の最小公倍数である84にします。
はじめの和である7を84にするためには，
84÷7＝12（倍）するので，5も2も12倍になります。
5×12＝60，2×12＝24 になります。

	姉：妹	和
はじめ	$\cancel{5}$ 60：$\cancel{2}$ 24	$\cancel{7}$ 84
あと	7：5	12

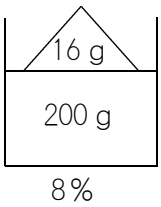
あとの和である12を84にするためには，
84÷12＝7（倍）するので，7も5も7倍になります。
7×7＝49，5×7＝35 になります。

	姉：妹	和
はじめ	$\cancel{5}$ 60：$\cancel{2}$ 24	$\cancel{7}$ 84
あと	$\cancel{7}$ 49：$\cancel{5}$ 35	$\cancel{12}$ 84

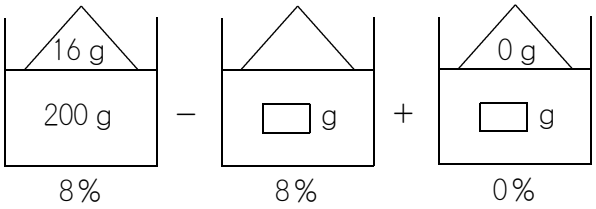
姉は，60－49＝11 減りました。
減った理由は，妹に550円渡したからです。
550円が，11にあたります。
1あたり，550÷11＝50（円）です。

はじめの姉は60にあたるので，50×60＝3000（円）になります。

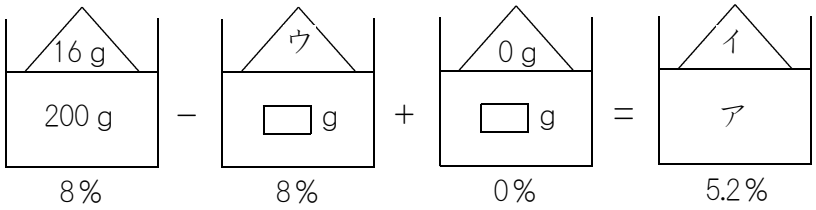
(2)　はじめに，8％の食塩水200ｇがありました。この中には，200×0.08＝16（ｇ）の食塩がとけています。



この食塩水から，何ｇかの食塩水を取り出し，かわりに同じ量の水を加えたところ，



5.2％の食塩水になったそうです。



上の図のアは，200ｇから□ｇを取りのぞいてまた□ｇを加えたので，200ｇにもどります。

したがってイは，200×0.052＝10.4（ｇ）です。

よってウは，16－10.4＝5.6（ｇ）です。

□ｇは，5.6÷0.08＝70（ｇ）になります。

(3)　Ｂが毎分340cm³のとき，ＡとＢで25分で水がなくなります。…（ア）
　Ｂが毎分430cm³のとき，ＡとＢで20分で水がなくなります。
　水をなくすのにかかった時間の比は，25：20＝5：4 ですから，1分あたりになくす量の比は逆比になって，4：5 です。

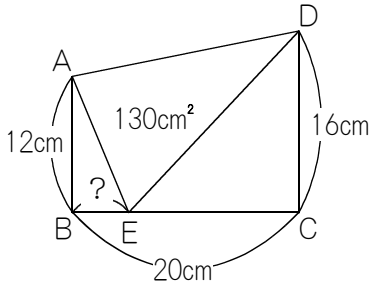
　よって，Ｂが毎分340cm³のとき，ＡとＢの1分あたりを④として，
Ｂが毎分430cm³のとき，ＡとＢの1分あたりを⑤とします。

　右の表のようになりますから，430－340＝90（cm³）が
⑤－④＝① にあたります。
　④あたり，90×4＝360（cm³）です。

Ａ＋340＝④
Ａ＋430＝⑤

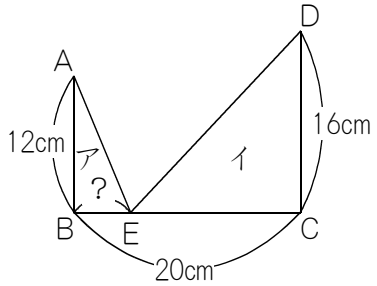
　（ア）によって，毎分360cm³ずつ水をなくすと，25分で水がなくなるのですから，この水そうの容積は，360×25＝9000（cm³）になります。

(4)　いろいろな解き方がありますが，「つるかめ算の面積図」のような解き方で解説します。

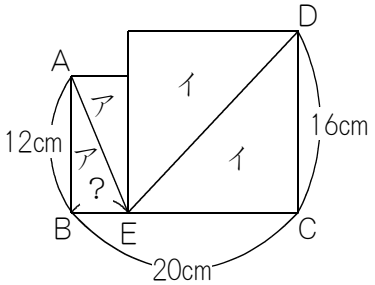


問題の内容を図にすると，右の図のようになります。

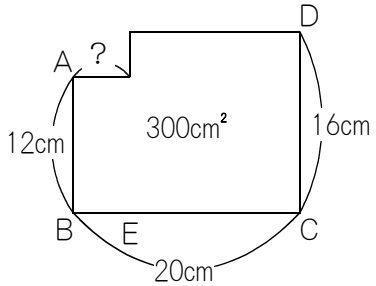
台形ＡＢＣＤの面積は，(12＋16)×20÷2＝280（cm²）です。



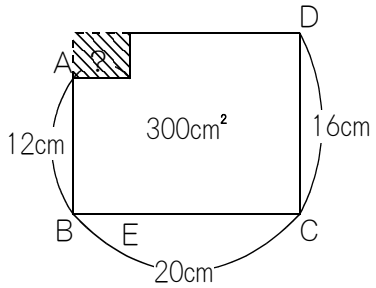
よって，右の図の三角形アと三角形イの面積の和は，280－130＝150（cm²）です。



ア＋イが150cm²だったら，ア＋ア＋イ＋イは150×2＝300（cm²）です。



右の図のようになります。
つるかめ算の面積図と同じですね。

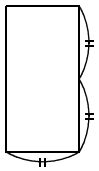


右の図の斜線をつけた長方形の面積は，16×20－300＝20（cm²）です。
たての長さは 16－12＝4（cm）なので，横の長さは 20÷4＝5（cm）です。

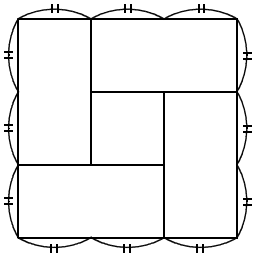
よって？も5cmになります。

3 (1)　1尺は10寸なので，2尺は20寸です。よって2尺8寸は28寸です。
1寸は3.03cmなので，28寸は，3.03×28＝84.84（cm）になります。
※　3.0303×28＝84.8484（cm）にしやすいです。問題をよく読みましょう。

(2)　畳は，長い辺が短い辺の2倍になっているので，
右の図のようになっています。



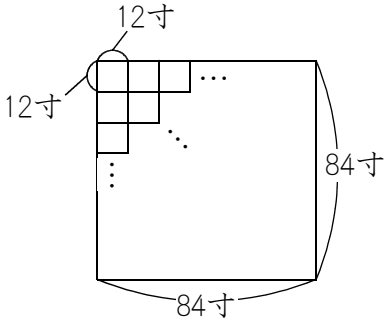
4.5枚ぶんの畳で正方形を作るには，右の図のようにします。



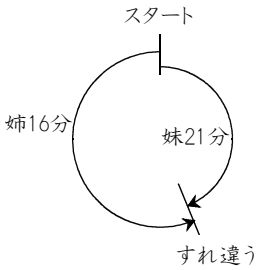
この正方形の一辺は，畳の短い辺3辺ぶんです。
畳の短い辺は28寸ですから，この正方形の一辺は，
28×3＝84（寸）です。

ところで，正方形の板の1辺は36.36cmだそうです。
1寸は3.03cmなので，36.36cmは，36.36÷3.03＝12（寸）です。

右の図のように，正方形の板は，たてにも横にも，
84÷12＝7（枚）ずつ入りますから，7×7＝49（枚）あれば，しきつめることができます。

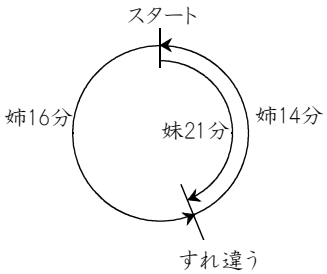


4 (1)　姉が走り始めて16分後に，2人はすれ違ったそうです。
　姉が走り始めたのは妹が走り始めてから5分後ですから，すれ違うまでに，妹は 5＋16＝21（分）走っています。



　つまり，姉が16分，妹は21分走って，2人はすれ違ったことになります。

　また，姉は妹とすれ違ったから14分後にスタート地点にもどってきました。

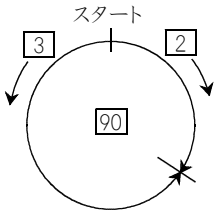


　姉が14分かかる道のりを，妹は21分かかったことになります。
　スタート地点からすれちがった地点までの，姉と妹のかかった時間の比は14：21＝2：3 ですから，速さの比は逆比になって，3：2 になります。

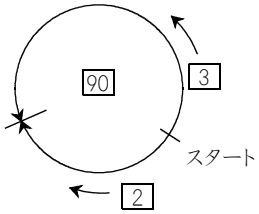
(2)　(1)で，姉と妹の速さの比は3：2であることがわかったので，姉の速さを分速 3 m，妹の速さを分速 2 m にします。

　ジョギングコースの長さは，姉が 16＋14＝30（分）かかる道のりなので，3 ×30＝ 90 m です。

　今日は，姉と妹が同時に出発したので，90 ÷(3 ＋ 2)＝18（分後）にすれ違います。



　1回目にすれ違った地点をスタート地点として，また同じように進むので，2回目にすれ違うのは，スタートしてから 18×2＝36（分後）です。



　3回目にすれ違うのは，18×3＝54（分後）です。

　54分間で，妹は 2 ×54＝ 108 を進みました。
　1周は 90 なので，Ａ地点から時計回りに 108 － 90 ＝ 18 だけ離れたところで3回目にすれ違いました。
　これが720ｍなので， 1 あたり，720÷18＝40（ｍ）です。

　姉の走る速さは毎分 3 ｍとしたので，答えは 40×3＝120（ｍ）です。

5 (1)　はじめは，ＡにもＢにも１から６までの数字が書かれています。

右のような表を作り，和を書きこんでいきます。

B＼A	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

ＡとＢの和は，右の表のようになります。
ＡとＢの和の中で，最も小さいものは２です。

B＼A	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Ａのさいころの面のどれかを変えたら，最も小さい和は２ではなく３になったのですから，Ａの１のさいころの面を，何かに変えた結果，最も小さい和は３になったはずです。

B＼A	?	2	3	4	5	6
1	?	3	4	5	6	7
2	?	4	5	6	7	8
3	?	5	6	7	8	9
4	?	6	7	8	9	10
5	?	7	8	9	10	11
6	?	8	9	10	11	12

ＡとＢの和の中で，最も大きい和は14になったのですから，右の表の矢印の部分が14になったはずです。

よって，Ａの１の面にシールをはって，シールには 14－6＝8 を書いたことがわかりました。

あには１，いには８が入ることになります。

B＼A	?	2	3	4	5	6
1	?	3	4	5	6	7
2	?	4	5	6	7	8
3	?	5	6	7	8	9
4	?	6	7	8	9	10
5	?	7	8	9	10	11
6	?	8	9	10	11	12

(2)　書きかえなかった場合は，ＣとＤの最も小さい和は２です。

ところが書きかえたので，最も小さい和は３になりました。

したがって，Ｃの１の面にシールをはったか，またはＤの１の面にシールをはって，最も小さい和を２でないようにしました。

D＼C	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

問題には，

「Ｃの$\boxed{う}$の面にシールをはり，……」と，

「Ｄの$\boxed{お}$の面にシールをはり，……」とが書いてあったので，$\boxed{う}$か$\boxed{お}$が１です。

ところが問題に，「$\boxed{う}$は$\boxed{お}$以下の数です」と書いてあったので，$\boxed{う}$は１になります。

つまり，Ｃの１の面にシールをはって書きかえたことになります。

Ｄの１の面にもシールをはって書きかえたら，最も小さい和が３ではないことになってしまいます。

よってＤにシールをはったのは，１以外の面であることがわかりました。

D＼C	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

また，最も多く現れる和は９となる場合のみですが，今のところ９は４個しかなく，７や８の方が多くありますから，このままではいけません。

しかし，Ｄの３や４や５や６の面にシールをはってしまうと，ますます９が少なくなってしまいます。

D＼C	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

よって，Ｄは２の面にシールをはるのが良さそうです。

D＼C	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

また，最も大きい和は16なので，右の表の矢印をつけた部分を16にすることが必要です。
そのための方法は，シールに書きこむことのできる数は9までであることと，16＝7＋9，または16＝8＋8であることに注意して，

D＼C	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

（ア）Ｃの１を７にして，Ｄの２を９にする
（イ）Ｃの１を９にして，Ｄの２を７にする
（ウ）Ｃの１を８にして，Ｄの２を８にする

の，3通りの方法があります。

（ア），（イ），（ウ）のそれぞれを表にすると，次のようになります。

（ア）

D＼C	7	2	3	4	5	6
1	8	3	4	5	6	7
9	16	11	12	13	14	15
3	10	5	6	7	8	9
4	11	6	7	8	9	10
5	12	7	8	9	10	11
6	13	8	9	10	11	12

（イ）

D＼C	9	2	3	4	5	6
1	10	3	4	5	6	7
7	16	9	10	11	12	13
3	12	5	6	7	8	9
4	13	6	7	8	9	10
5	14	7	8	9	10	11
6	15	8	9	10	11	12

（ウ）

D＼C	8	2	3	4	5	6
1	9	3	4	5	6	7
8	16	10	11	12	13	14
3	11	5	6	7	8	9
4	12	6	7	8	9	10
5	13	7	8	9	10	11
6	14	8	9	10	11	12

（ア）は最も多く現れるのは８なのでダメです。
（イ）は９は５通り現れますが，10も５通り現れているのでダメです。
（ウ）は９だけが５通りあって最も多いので，ＯＫです。

よって，
Ｃは１の面にシールをはり，シールに８を書く。
Ｄは２の面にシールをはり，シールに８を書く。

となりますから，う は 1，え は 8，お は 2，か は 8 になります。

(3)　(2)と同様に考えれば，Ｅには１の面にシールをはり，Ｆには１とはちがう面にシールをはったことがわかります。

また，最も大きい和は16なので，(2)と同様に，
（ア）Ｅの１を７にして，Ｆのどれかを９にする
（イ）Ｅの１を９にして，Ｆのどれかを７にする
（ウ）Ｅの１を８にして，Ｆのどれかを８にする
の，３通りの方法があります。

F＼E	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

（ア）の場合は，Ｅの１を７にした時点で右の表のようになり，和が７は５個，和が８は６個あり，和が８の方が１個多くあります。

F＼E	7	2	3	4	5	6
1	8	3	4	5	6	⑦
2	9	4	5	6	⑦	8
3	10	5	6	⑦	8	9
4	11	6	⑦	8	9	10
5	12	⑦	8	9	10	11
6	13	8	9	10	11	12

たとえばＦの２の面を変えたとすると，和が７も和が８も１個ずつ減ってしまい，和が８の方が１個多いという状態は変わりません。

Ｆの３，４，５の面を変えたとしても，同じことです。

F＼E	7	2	3	4	5	6
1	8	3	4	5	6	⑦
2	9	4	5	6	⑦	8
3	10	5	6	⑦	8	9
4	11	6	⑦	8	9	10
5	12	⑦	8	9	10	11
6	13	8	9	10	11	12

ところがＦの６の面を変えると，和が８だけが１個減って，和が７と和が８が同じ個数になるのでＯＫです。

F＼E	7	2	3	4	5	6
1	8	3	4	5	6	⑦
2	9	4	5	6	⑦	8
3	10	5	6	⑦	8	9
4	11	6	⑦	8	9	10
5	12	⑦	8	9	10	11
6	13	8	9	10	11	12

Ｆの６の面を９にすると右の表のようになり，確かに最も大きい和は16になるし，７は５個，８も５個になり，他の和は５個より少ないのでＯＫです。

F＼E	7	2	3	4	5	6
1	8	3	4	5	6	7
2	9	4	5	6	7	8
3	10	5	6	7	8	9
4	11	6	7	8	9	10
5	12	7	8	9	10	11
9	16	11	12	13	14	15

これで答えを求めることができたのですが，念のため（イ），（ウ）の場合は答えにならないことを確かめてみます。

（イ）の場合は，Ｅの１の面を9にして，Ｆの１以外の面を７にするのでした。

Ｆの１の面９にした時点で右の表のようになり，和が７は５個，和が８も５個あって，同じ個数なので良さそうです（？）。

F＼E	9	2	3	4	5	6
1	10	3	4	5	6	7
2	11	4	5	6	7	8
3	12	5	6	7	8	9
4	13	6	7	8	9	10
5	14	7	8	9	10	11
6	15	8	9	10	11	12

しかし，たとえばＦの２の面を７にすると，和が７と和が８は１個ずつ減って４個となり，逆に和が９になっいるのは５個になるので，ダメです。

F＼E	9	2	3	4	5	6
1	10	3	4	5	6	7
7	16	9	10	11	12	13
3	12	5	6	7	8	9
4	13	6	7	8	9	10
5	14	7	8	9	10	11
6	15	8	9	10	11	12

Ｆの３，４，5の面を7にするときも，和が７と和が8は４個になり，和が９になっているのは同じく４個あるので，ダメです。

F＼E	9	2	3	4	5	6
1	10	3	4	5	6	7
2	11	4	5	6	7	8
7	16	9	10	11	12	13
4	13	6	7	8	9	10
5	14	7	8	9	10	11
6	15	8	9	10	11	12

F＼E	9	2	3	4	5	6
1	10	3	4	5	6	7
2	11	4	5	6	7	8
3	12	5	6	7	8	9
7	16	9	10	11	12	13
5	14	7	8	9	10	11
6	15	8	9	10	11	12

F＼E	9	2	3	4	5	6
1	10	3	4	5	6	7
2	11	4	5	6	7	8
3	12	5	6	7	8	9
4	13	6	7	8	9	10
7	16	9	10	11	12	13
6	15	8	9	10	11	12

Ｆの６の面を７にするときは，和が８の個数だけ１個減ってしまうので，和が７と個数と同じにならないので，ダメです。

F＼E	9	2	3	4	5	6
1	10	3	4	5	6	⑦
2	11	4	5	6	⑦	8
3	12	5	6	⑦	8	9
4	13	6	⑦	8	9	10
5	14	⑦	8	9	10	11
7	16	9	10	11	12	13

（ウ）の場合は，Ｅの１の面を８にして，Ｆの１以外の面も８にするのでした。

F＼E	8	2	3	4	5	6
1	9	3	4	5	6	⑦
2	10	4	5	6	⑦	8
3	11	5	6	⑦	8	9
4	12	6	⑦	8	9	10
5	13	⑦	8	9	10	11
6	14	8	9	10	11	12

Ｆの２の面を８にする場合は，和が７も和が８も４個になって良さそうなのですが，和が10も４個になるので，ダメです。

F＼E	8	2	3	4	5	6
1	9	3	4	5	6	⑦
8	16	10	11	12	13	14
3	11	5	6	⑦	8	9
4	12	6	⑦	8	9	10
5	13	⑦	8	9	10	11
6	14	8	9	10	11	12

同じようにして，Ｆの３，４，５の面を８にする場合も，和が７も和が８も４個になりますが，和が10が５個または４個になるのでダメです。

F＼E	8	2	3	4	5	6
1	9	3	4	5	6	⑦
2	10	4	5	6	⑦	8
8	16	10	11	12	13	14
4	12	6	⑦	8	9	10
5	13	⑦	8	9	10	11
6	14	8	9	10	11	12

F＼E	8	2	3	4	5	6
1	9	3	4	5	6	⑦
2	10	4	5	6	⑦	8
3	11	5	6	⑦	8	9
8	16	10	11	12	13	14
5	13	⑦	8	9	10	11
6	14	8	9	10	11	12

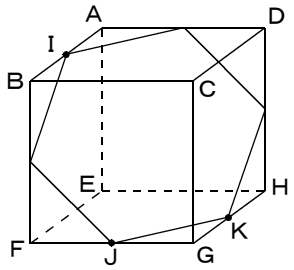
F＼E	8	2	3	4	5	6
1	9	3	4	5	6	⑦
2	10	4	5	6	⑦	8
3	11	5	6	⑦	8	9
4	12	6	⑦	8	9	10
8	16	10	11	12	13	14
6	14	8	9	10	11	12

Ｆの６の面を８にする場合は，和が７が５個，和が８が4個になり，個数が合わないのでダメです。

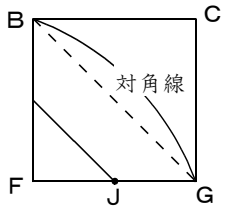
F＼E	8	2	3	4	5	6
1	9	3	4	5	6	⑦
2	10	4	5	6	⑦	8
3	11	5	6	⑦	8	9
4	12	6	⑦	8	9	10
5	13	⑦	8	9	10	11
8	16	10	11	12	13	14

結局，（ア）の「Ｅの１の面を７にして，Ｆの６の面を９にする」だけが正解となり，答えは$\boxed{き}$が1，$\boxed{く}$が7，$\boxed{け}$が6，$\boxed{こ}$が9になります。

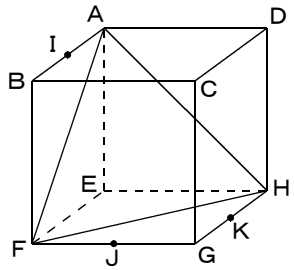
6 (1) あは右の図のような正六角形になります。



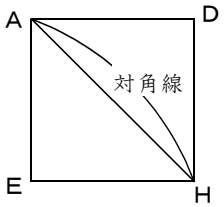
正六角形の１辺の長さは，正方形の対角線の長さの半分です。



いは右の図のような正三角形になります。



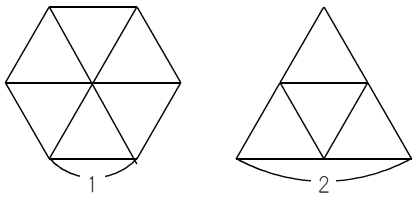
正三角形の１辺の長さは，正方形の対角線の長さと同じです。



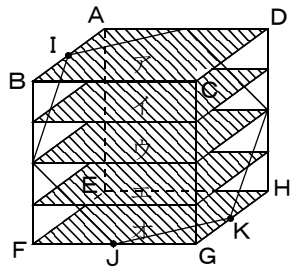
よって，正六角形の１辺と正三角形の１辺の長さの比は１：２になります。

右の図のように分けると，１辺の長さが１の正三角形が，あには６個，いには４個あります。

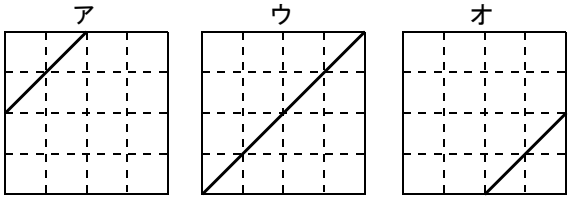
よって，いはあの，$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ になります。



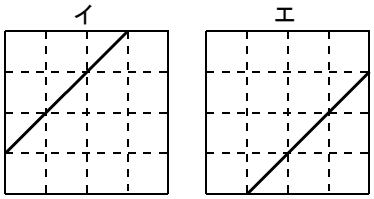
(2)　右の図のように，5枚の面ア～オに分けて考えます。



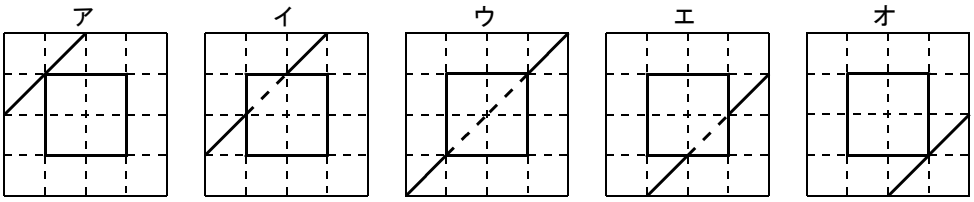
面ア・ウ・オは，正六角形の面によって次のように切り取られます。



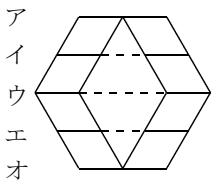
面イはアとウの真ん中，面エはウとオの真ん中ですから，次のように切り取られます。



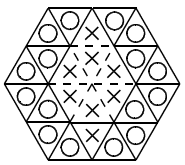
面ア～オを直方体でくり抜くと，次のようになります。



正六角形は右の図のように切り取られます。



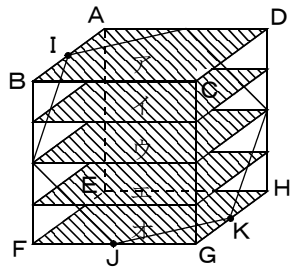
右の図のように分けると，○は16個，×は8個，全部で24個あります。



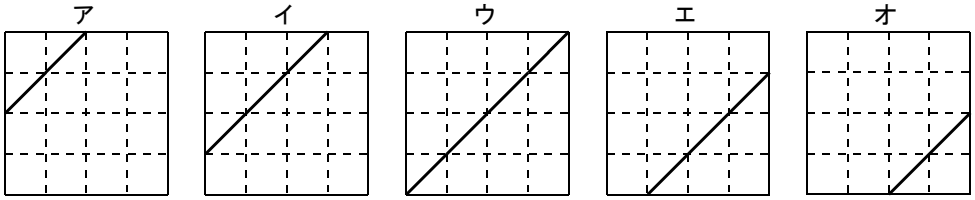
あ は24個ぶん，う は16個ぶんです。

よって，う は あ の，$\frac{16}{24}=\frac{2}{3}$ になります。

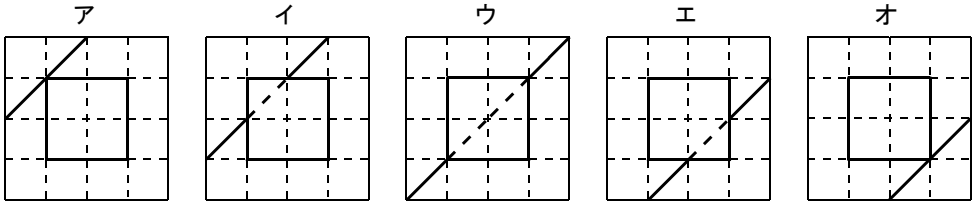
(3)　(2)と同様に，5枚の面ア～オに分けて考えます。



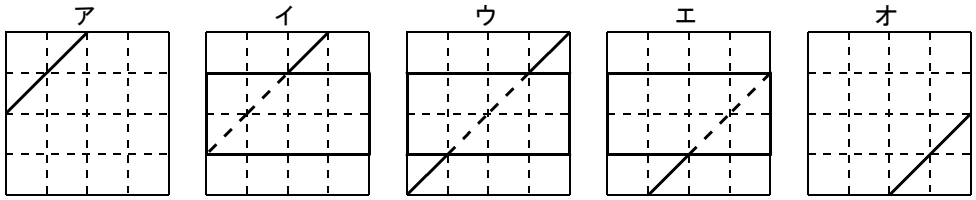
面ア～オは，(2)と同様に，正六角形の面によって次のように切り取られます。



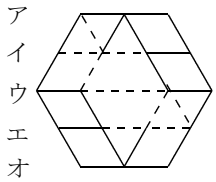
面ア～オを正方形ＥＦＧＨを底面とする直方体でくり抜くと，次のようになります。



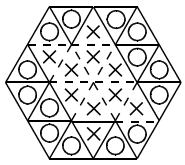
さらに正方形ＰＱＲＳを底面とする直方体でくり抜くと，次のようになります。



正六角形は右の図のように切り取られます。



右の図のように分けると，○は14個，×は10個，全部で24個あります。



あ は24個ぶん，え は14個ぶんです。

よって，え は あ の，$\frac{14}{24}=\frac{7}{12}$ になります。