平成30年度　吉祥女子中学校〈第3回〉算数　くわしい解説

すぐる学習会

$\boxed{1}$ (1)　$\underbrace{\frac{14}{15}\times\underbrace{\left\{\underbrace{\left(\frac{1}{3}-\boxed{}\right)}_{ウ}\times 0.75+0.5\right\}}_{イ}}_{ア}=0.6$

$ア=0.6\div\frac{14}{15}=\frac{3}{5}\div\frac{14}{15}=\frac{9}{14}$

$イ=\frac{9}{14}-0.5=\frac{9}{14}-\frac{1}{2}=\frac{1}{7}$

$ウ=\frac{1}{7}\div 0.75=\frac{1}{7}\div\frac{3}{4}=\frac{4}{21}$

$\boxed{}=\frac{1}{3}-\frac{4}{21}=\frac{1}{7}$

(2)　$\underbrace{\underbrace{\left(6\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)}_{ア}\div\underbrace{\left(\frac{8}{15}+\underbrace{\boxed{}\div 2.5}_{エ}\right)}_{ウ}}_{イ}\times 4=15$

$ア=6\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=6\frac{1}{2}$

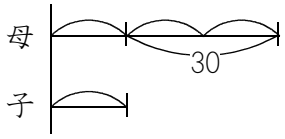
$イ=15\div 4=\frac{15}{4}$

$ウ=ア\div イ=6\frac{1}{2}\div\frac{15}{4}=\frac{26}{15}$

$エ=\frac{26}{15}-\frac{8}{15}=\frac{6}{5}$

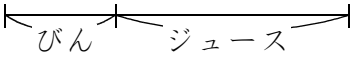
$\boxed{}=\frac{6}{5}\times 2.5=\frac{6}{5}\times\frac{5}{2}=3$

(3)　何年たっても，年齢の差は 34－4＝30（歳）のままです。
右の図が，母が子どもの３倍になったときの図です。
3－1＝２（山）ぶんが 30 歳にあたります。
１山ぶんは，30÷2＝ 15（歳）です。
よって，子どもが 15 歳になったときに，母は子どもの３倍になります。
現在，子どもは４歳ですから，15 歳になるのは，15－4＝ 11（年後）です。

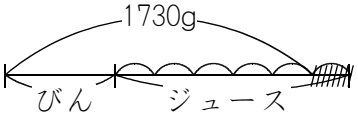


(4)　「電車の長さの和÷電車の速さの和＝すれちがいにかかる時間」です。
電車の長さの和は，250＋230＝480（ｍ）です。
すれちがいにかかる時間は，16秒です。
よって，電車の秒速の和は，480÷16＝ 30（ｍ）です。
上り列車の秒速は 17ｍですから，下り列車の秒速は，30－17＝ 13（ｍ）です。

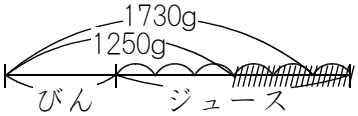
(5)　ジュースがびんいっぱいに入っています。



ジュース全体を６山にします。
ジュースを６山のうちの１山飲んだら，ジュースは５山残ります。
よって，びんとジュース５山ぶんの合計が，1730ｇです。



さらに，ジュースが５山残っているうちの２山飲んだら，ジュースは３山ぶん残ります。
よって，びんとジュース３山ぶんの合計が，1250ｇです。



ジュース２山が，1730－1250＝480（ｇ）にあたりますから，ジュース１山は，480÷2＝ 240（ｇ）です。

はじめにびんに入っていたジュースは６山ぶんですから，240×6＝ 1440（ｇ）になります。

(6)

なし２個＝みかん５個＋５円	…（ア）
なし７個＝みかん 17 個＋ 45 円	…（イ）

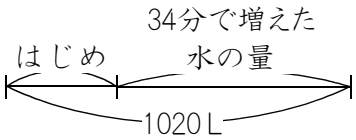
（ア）の式と（イ）の式のなしの個数を，（２と７の最小公倍数である）14 個にそろえます。
(ア)の式は７倍，(イ)の式は２倍することになります。

(ア)の式の７倍	→	なし 14 個＝みかん 35 個＋ 35 円	…（ウ）
(イ)の式の２倍	→	なし 14 個＝みかん 34 個＋ 90 円	…（エ）

(ウ)の式と(エ)の式をくらべると，みかん 35－34＝１(個)が，90－35＝ 55(円)になります。
みかん１個は 55 円であることがわかりましたから，(ア)の式において，みかん５個は 55×５＝ 275(円)です。
よって，「みかん５個＋５円」は，275＋５＝ 280(円)です。
なし２個が 280 円ですから，なし１個は，280÷２＝ 140(円)になります。

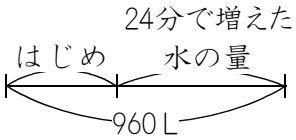
(7) 毎分 30Ｌの割合で，34 分でくみ出した水の量は，30×34＝ 1020(Ｌ)です。

はじめの水の量と，34 分で入ってきた水の量の合計が，1020Ｌになります。



毎分 40Ｌの割合で，24 分でくみ出した水の量は，40×24＝ 960(Ｌ)です。

はじめの水の量と，24 分で入ってきた水の量の合計が，960Ｌになります。



２つの図をくらべると，水は 34－24＝ 10(分間)で，1020－960＝ 60(Ｌ)増えたことになります。
１分あたり 60÷10＝ 6(Ｌ)ずつ，水を入れたことになります。

2 (1)　59÷8＝7.375 ですから，小数第１位を四捨五入して，答えは 7 です。

(2)　小数第１位を四捨五入して４になる数の範囲は，3.5 以上 4.5 未満です（4.4 以下にしてはいけません。）
　整数Ａを８で割ると 3.5 以上 4.5 未満になるのですから，整数Ａは，3.5×8＝ 28 以上，4.5×8＝ 36 未満の整数です。
　28 以上 36 未満の整数のうち，もっとも小さな整数は 28 で，もっとも大きな整数は（36 ではなくて）35です。

　よって，ア には 28 が入り，イ には 35 が入ります。

(3)　(2)で求めた通り，Ｂが４になる整数Ａのうち，もっとも小さな整数は 28 で，もっとも大きな整数は 35 であることがわかりました。
　つまり，整数Ａとして考えられるのは，
「28・29・30・31・32・33・34・35」です。　…(ア)

　同じようにして，Ｃが４になる整数Ａの範囲を求めます。

　小数第１位を四捨五入して４になる数の範囲は，3.5 以上 4.5 未満です（4.4 以下にしてはいけません。）
　整数Ａを７で割ると 3.5 以上 4.5 未満になるのですから，整数Ａは，3.5×7＝ 24.5 以上，4.5×7＝ 31.5 未満の整数です。
　24.5 以上 31.5 未満の整数Ａとして考えられるのは，
「25・26・27・28・29・30・31」です。　…(イ)

　ＢもＣも４になるような整数Ａは，(ア)と(イ)の両方にふくまれる，
「28・29・30・31」になり，そのうちもっとも大きな整数を答えるのですから，答えは 31 になります。

(4)　ＢとＣがどちらも４になる整数Ａは，(3)で求めた通り「28・29・30・31」です。

　次に，ＢとＣがどちらも５になる整数Ａを考えてみます。
　四捨五入して５になる数の範囲は，4.5 以上 5.5 未満ですから，
　Ｂ … 4.5×8＝ 36 以上 5.5×8＝ 44 未満→36・37・38・39・40・41・42・43
　Ｃ … 4.5×7＝ 31.5 以上 5.5×7＝ 38.5 未満→32・33・34・35・36・37・38
　よって，「36・37・38」になります。

　次に，ＢとＣがどちらも６になる整数Ａを考えてみます。
　四捨五入して６になる数の範囲は，5.5 以上 6.5 未満ですから，
　Ｂ … 5.5×8＝ 44 以上 6.5×8＝ 52 未満→44・45・46・47・48・49・50・51
　Ｃ … 5.5×7＝ 38.5 以上 6.5×7＝ 45.5未満→39・40・41・42・43・44・45
　よって，「44・45」になります。

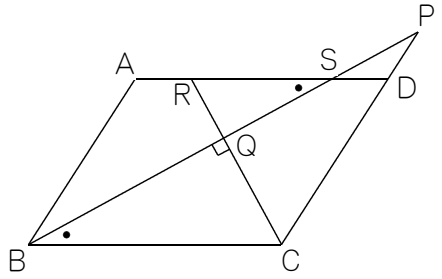
次に，ＢとＣがどちらも７になる整数Ａを考えてみます。
四捨五入して７になる数の範囲は，6.5 以上 7.5 未満ですから，
Ｂ … 6.5×8＝ 52 以上 7.5×8＝ 60 未満→52・53・54・55・56・57・58・59
Ｃ … 6.5×7＝ 45.5 以上 7.5×7＝ 52.5未満→46・47・48・49・50・51・52
よって，「52」だけになります。

次に，ＢとＣがどちらも８になる整数Ａを考えてみます。
四捨五入して８になる数の範囲は，7.5 以上 8.5 未満ですから，
Ｂ … 7.5×8＝ 60 以上 8.5×8＝ 68 未満→60・61・62・63・64・65・66・67
Ｃ … 7.5×7＝ 52.5 以上 8.5×7＝ 59.5未満→53・54・55・56・57・58・59
ＢとＣの両方にふくまれる整数はありません。

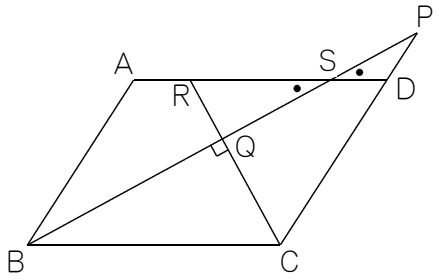
ＢとＣがどちらも９になる，10 になる，…という整数Ａを考えてみても，もうＢとＣの両方にふくまれる整数はありません。

以上のことから，もっとも大きな整数Ａは 52 になります。

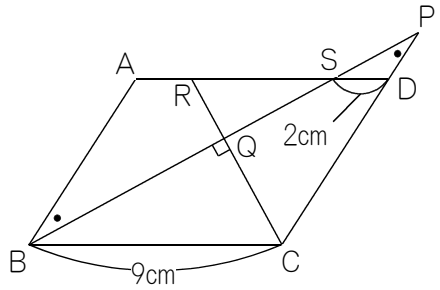
3 (1)　右の図の•と•とは，辺ＡＤと辺ＢＣが平行なので錯角となり，同じ大きさです。



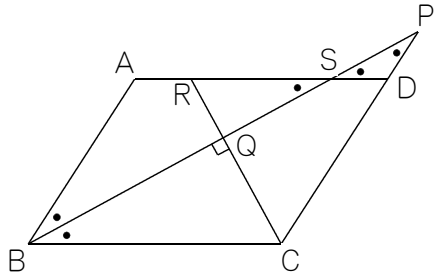
右の図の•と•とは，対頂角なので同じ大きさです。



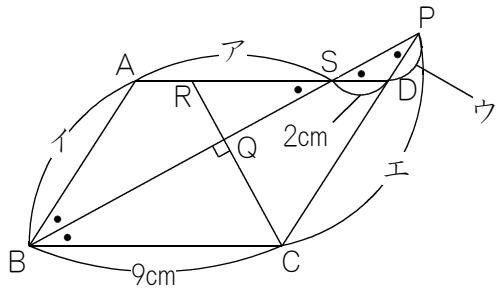
右の図の•と•とは，辺ＡＢと辺ＰＣが平行なので錯角となり，同じ大きさです。



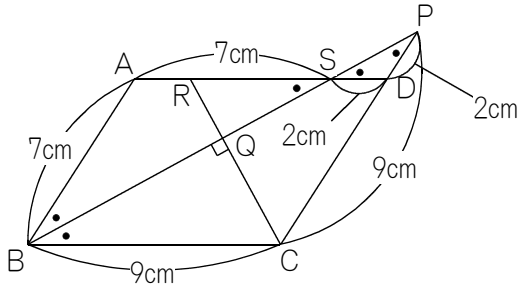
よって，右の図の•はすべて同じ大きさになります。



ＢＣ＝９cm，ＳＤ＝２cmです。
ＡＤ＝ＢＣですから，右の図のアの長さは 9－2＝7(cm)です。
また，三角形ＡＢＳは二等辺三角形ですから，イ＝７cmです。
三角形ＰＳＤも二等辺三角形なので，ウ＝２cmです。
三角形ＢＣＰも二等辺三角形なので，エ＝９cmです。

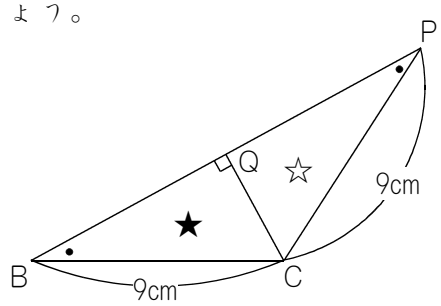


右の図のようになりますから，ＡＢ＝７cm，ＣＰ＝９cmになります。

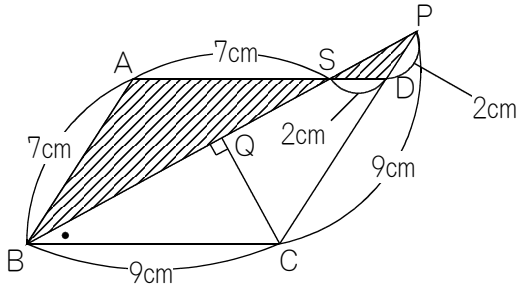


(2)　このような連比を求める問題では，まずＢＱ：ＱＰを求め，次にＢＳ：ＳＰを求めて，そのあとそろえる解き方をする問題が多いです。
この問題も，そのような解き方で解いていきましょう。

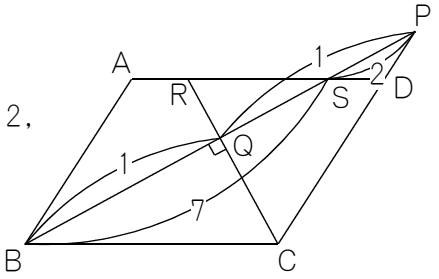
まずＢＱ：ＱＰを求めます。
右の図のようにぬき出した三角形ＢＣＰが二等辺三角形なので，★と☆の三角形は合同になり，ＢＱ＝ＱＰです。
よって，ＢＱ：ＱＰ＝１：１になります。



次にＢＳ：ＳＰを求めます。
右の図の斜線をつけた２つの三角形はクロス形なので相似です。
よって，ＢＳ：ＳＰ＝ＡＢ：ＤＰ＝７：２になります。

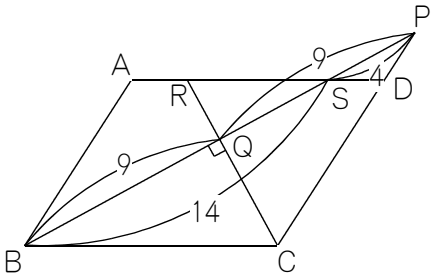


ＢＱ：ＱＰ＝１：１のときは，ＢＰ＝1＋1＝2，
ＢＳ：ＳＰ＝７：２のときは，ＢＰ＝7＋2＝９
です。
２と９をそろえるために，(最小公倍数の)
18にします。



ＢＱ：ＱＰ＝１：１の方は，ＢＰ＝1＋1＝２なので18÷2＝９(倍)して，
ＢＱ＝1×9＝９，ＱＰ＝1×9＝９ です。
ＢＳ：ＳＰ＝７：２の方は，ＢＰ＝7＋2＝９なので18÷9＝２(倍)して，
ＢＳ＝7×2＝14，ＱＰ＝2×2＝４ です。

右の図のようになりますから，
ＢＱ：ＱＳ：ＳＰ＝９：(14－9)：４
＝９：５：４ になります。



4 (1)　「1番目の黒石」から「2番目の黒石」の間に，白石は3個あります。
「2番目の黒石」から「3番目の黒石」の間に，白石は5個あります。
「3番目の黒石」から「4番目の黒石」の間に，白石は7個あります。

このように，黒石と黒石の間の白石の個数は，2個ずつ増えていきます。
「4番目の黒石」から「5番目の黒石」の間に，白石は9個あります。
「5番目の黒石」から「6番目の黒石」の間に，白石は11個あります。

(2)①　(1)と同じように書いていけば，求めることができます。
「6番目の黒石」から「7番目の黒石」の間に，白石は13個あります。
「7番目の黒石」から「8番目の黒石」の間に，白石は15個あります。
よって㋐は，7番目の黒石になります。

②　1番目の黒石より左側には，白石は1個だけあります。
2番目の黒石より左側には，白石は1＋3＝4(個)あります。
3番目の黒石より左側には，白石は1＋3＋5＝9(個)あります。
4番目の黒石より左側には，白石は1＋3＋5＋7＝16(個)あります。

1番目から4番目までの白石の個数を見ると，すべて平方数になっています。
たとえば4番目の場合なら，4×4＝16(個)になっています。
このように，N番目の黒石より左側には，白石は N×N 個あるわけです。
②では7番目の黒石より左側にある白石の個数を求める問題ですから，7×7＝49(個)になります。

③　②でわかった通り，N番目の黒石より左側には，白石は N×N 個あります。
①で，㋐は7番目の黒石であることがわかっていますから，㋑は8番目の黒石です。
よって8番目の黒石より左側の白石の個数を求める問題になりますから，8×8＝64(個)になります。

(3)①　㋒と㋓の間に黒石が1個あるのですから，たとえば㋒が1番目だとしたら，㋓は3番目です。
1番目の黒石と3番目の黒石の間に，白石は 3＋5＝8(個)あります。
2番目の黒石と4番目の黒石の間に，白石は 5＋7＝12(個)あります。
3番目の黒石と5番目の黒石の間に，白石は 7＋9＝16(個)あります。

白石の個数は 8，12，16，……と，4個ずつ増えていく等差数列になっています。
等差数列のN番目は，「はじめ＋増える数×(N－1)」の公式で求めることができます。
はじめは8，増える数は4ですから，8＋4×(N－1)＝44 となり，逆算をして
44－8＝36　　36÷4＝9　　9＋1＝10 ですから，㋒は10番目の黒石になります。

② (2)の②で，Ｎ番目の黒石より左側には，白石は Ｎ×Ｎ 個あることがわかっています。

この問題では，①でわかった10番目の黒石よりも左側にある白石の個数を求める問題ですから，答えは 10×10＝100(個)になります。

③ ㋒は10番目の黒石であることがわかっていますから,㋓は12番目の黒石です。

よって，㋔は10番目の黒石と12番目の黒石にはさまれた，11番目の黒石です。

②と同じようにすると，11番目の黒石よりも左側にある白石の個数は，11×11＝121(個)になります。

(4) すでにわかっている通り，Ｎ番目の黒石より左側には，白石は Ｎ×Ｎ 個あります。

200に近い平方数は，14×14＝196です。

よって，14番目の黒石より左側には，白石は196個あることになります。

ところで，黒石や白石の上に書いてある番号は，その石をふくめて，はじめから何個の石があったかを表しています。たとえば3番目の黒石の場合は，黒石は3個，白石は 3×3＝9(個)ありますから，黒白合わせて 3＋9＝12(個)あることになり，「12」の番号が書かれています。

同じようにして，14番目の黒石までには，黒石は14個，白石は196個ありますから，14番目の黒石には 14＋196＝210 の番号が書かれています。

ということは，

次の石である197個目の白石には211の番号が，

198個目の白石には212の番号が，

199個目の白石には213の番号が，

200個目の白石には214の番号が書かれていることになります。

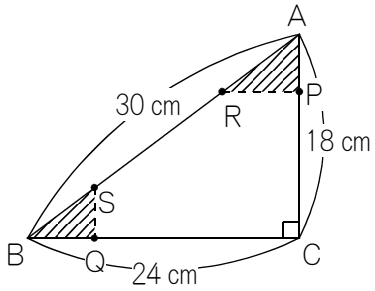
201個目の白石には215の番号が書かれていることになります。

この問題は，㋕に書かれている番号が何なのかを求める問題でした。

㋕を除いて数えた場合に，白石は200個あるのですから，㋕は201個目の白石です。

よって㋕には，215の番号が書かれていることになります。

5 三角形ＡＢＣは，３辺の比が 18：24：30＝３：４：５ですから，右の図の斜線をつけた三角形ＡＲＰ，ＳＢＱも，３：４：５の三角形です。



点Ｐは秒速 1.8 cmですから，点Ｒは，秒速 1.8÷3×5＝3（cm）です。

点Ｑは秒速 1.6 cmですから，点Ｓは，秒速 1.6÷4×5＝2（cm）です。

点ＲはＡを出発して秒速３cmの速さでＡＢ間を往復し，
点ＳはＢを出発して秒速２cmの速さでＢＡ間を往復するものとして，問題を解いていきます。

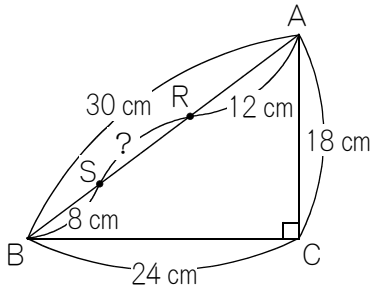
(1) 点Ｒは秒速３cmですから，２秒後のＡＲの長さは，3×2＝6（cm）です。

(2) 点Ｒと点ＳはそれぞれＡとＢを同時に出発して，向かい合って進みます。
出発するときは，ＡとＢにいますから，30 cmはなれています。
点Ｒは秒速３cmで，点Ｓは秒速２cmで，向かい合って進みますから，30÷(3＋2)＝6（秒後）に重なります。

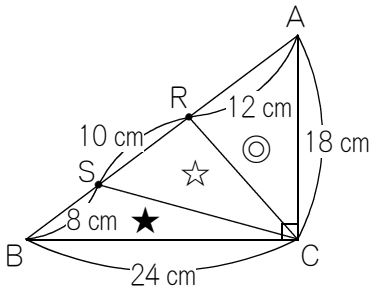
(3) ＡＢの長さは 30 cmです。往復すると，30×2＝ 60（cm）です。
点Ｒは秒速３cmですから，60÷3＝20（秒）ごとにＡにもどってきます。
点Ｓは秒速２cmですから，60÷2＝30（秒）ごとにＢにもどってきます。
点Ｒも点Ｓも同時に出発地点にもどってくるのは，20と30の最小公倍数である，60 秒後になります。

(4) 点Ｒは秒速３cmですから，４秒後のＡＲの長さは，3×4＝ 12（cm）です。
点Ｓは秒速２cmですから，４秒後のＢＳの長さは，2×4＝ 8（cm）です。

よって４秒後には右の図のような状態になり，
ＲＳの長さは，30－(12＋8)＝ 10（cm）になります。

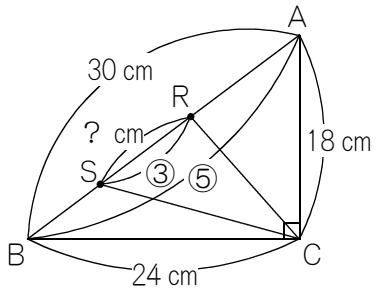


また，４秒後には三角形ＣＲＳは右の図の☆のようになります。
右の図の◎と☆と★の面積の比は，12：10：8＝6：5：4 なので，☆は全体の面積の，$\frac{5}{6+5+4}$ ＝ $\frac{1}{3}$ になります。



(5)　三角形ＣＲＳの面積が三角形ＡＢＣの面積の $\frac{3}{5}$ 倍になるためには，ＲＳの長さが，ＡＢの長さの $\frac{3}{5}$ 倍にならなければなりません。

よってＲＳの長さが，何秒後に $30 \times \frac{3}{5} = 18$ (cm) になるのかを求める問題です。



出発するときは，点Ｒは点Ａ，点Ｓは点Ｂにいるので ＲＳは 30 cmです。

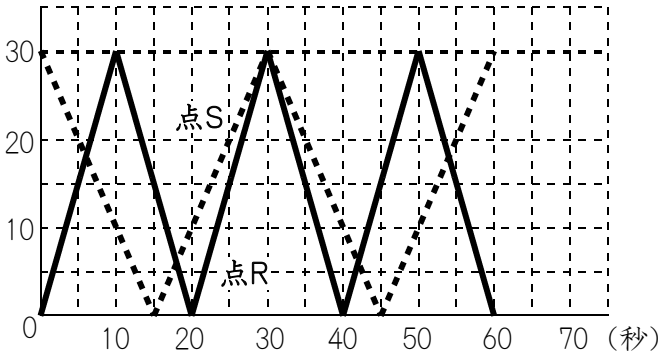
はじめてＲＳが 18 cmになるのは，30－18＝ 12（cm）ちぢんだときです。
１秒間に 3＋2＝ 5（cm）ずつちぢんでいきますから，答えは 12÷5＝ 2.4（秒後）になります。

(6)　点Ｒ，点Ｓが出発してから 400 秒間で，ＲＳの長さが 18 cmになるのが何回あるかを求める問題です。

点Ｒは秒速 3 cmですから，Ａを出発して 30÷3＝ 10（秒）でＢに着き，また 10 秒でＡにもどり，…をくり返します。
点Ｓは秒速 2 cmですから，Ｂを出発して30÷2＝ 15（秒）でＡに着き，また 15 秒でＢにもどり，…をくり返します。

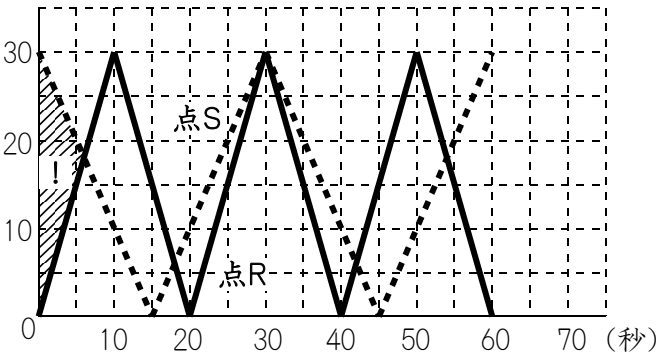
この，点Ｒと点Ｓの動いた時間と，点Ａからの距離の関係をグラフに表したのが，右の図です。

60 秒後には点Ｒも点Ｓも出発地点にもどってきています。



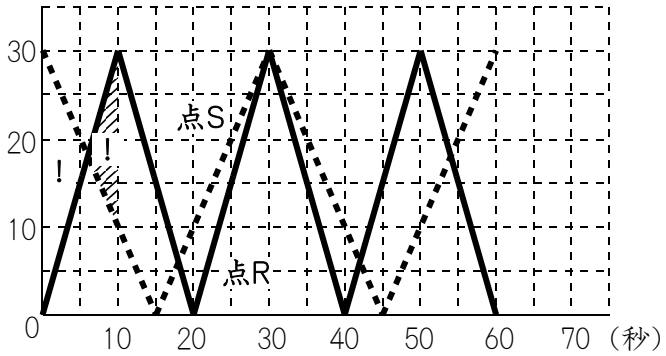
右の図の斜線部分のとき，点Ｒと点Ｓははじめ 30 cmはなれていましたが，最後は重なったので，途中で１回だけ 18 cmになった瞬間があります。

18cmになったことを記録として残すため，「！」マークを書いておきます。



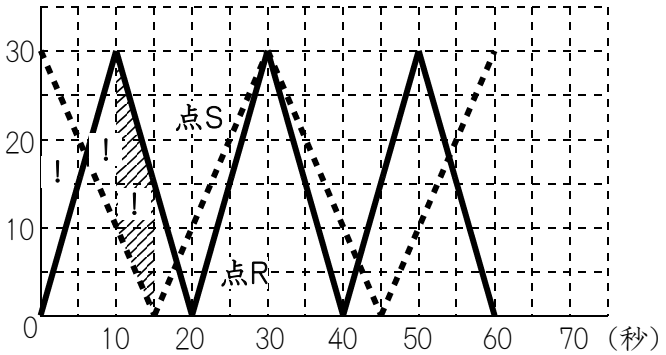
右の図の斜線部分のとき，点Ｒと点Ｓははじめ重なっていましたが，最後は20cmはなったので，途中で１回だけ18cmになった瞬間があります。

「！」マークを書いておきます。

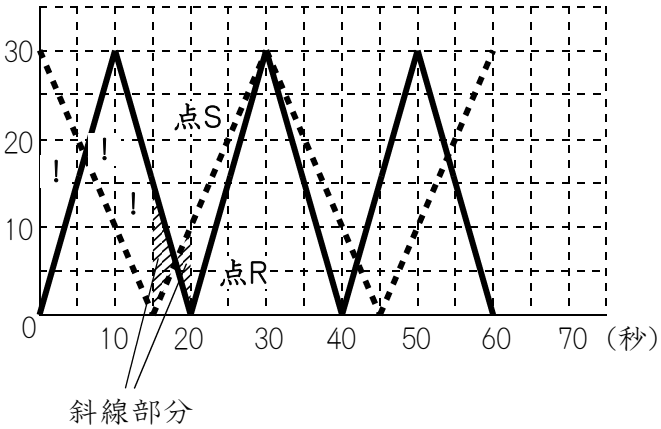


右の図の斜線部分のとき，点Ｒと点Ｓははじめ20cmはなれていましたが，最後は15cmしかはなれていないので，途中で１回だけ18cmになった瞬間があります。

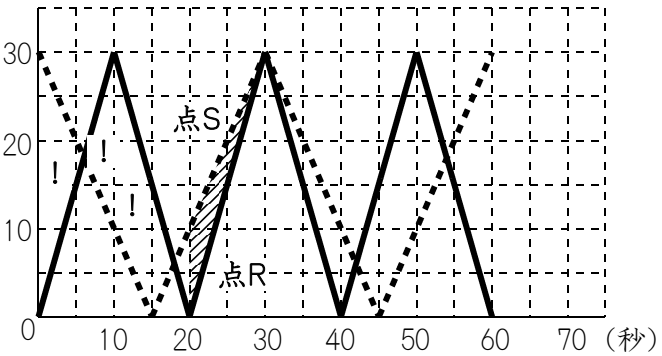
「！」マークを書いておきます。



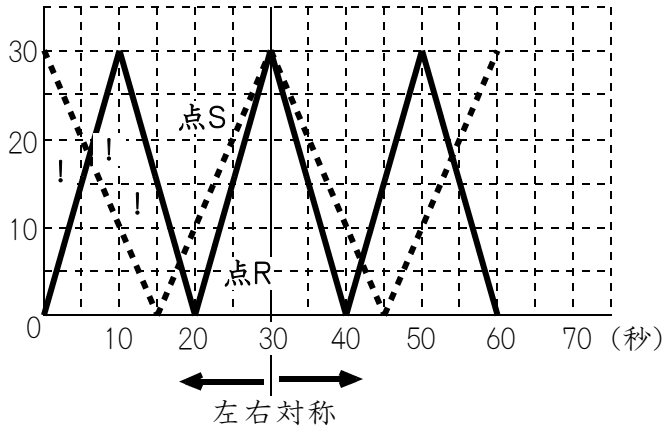
右の図の２か所の斜線部分のとき，点Ｒと点Ｓは15cmはなれている状態から始まって，そのうち重なり，最後は10cmはなれている状態になります。
その間に18cmもはなれる状態にはならないので，「！」マークは書きません。



右の図の斜線部分のとき，点Ｒと点Ｓははじめ10cmはなれていましたが，最後は重なったので，その間に18cmもはなれた状態にはならないので，「！」マークは書きません。

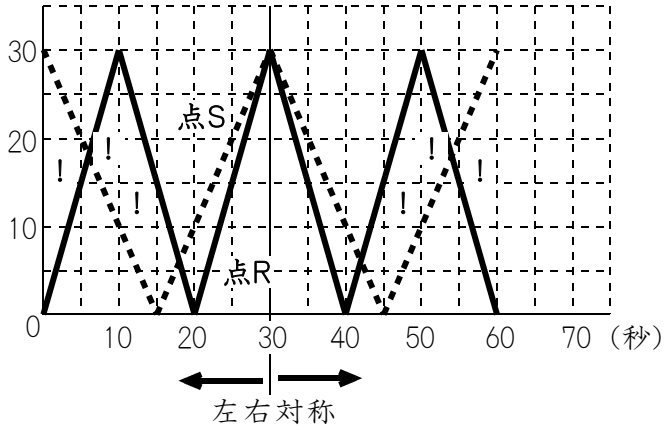


ところでこのグラフは，30 秒のところを対称の軸にして，左右対称になっています。



よって，0 秒から 30 秒までの中に「！」マークが 3 回あったら，右のグラフのように 30 秒から 60 秒までの中でも，3 回あることになります。

結局 0 秒から 60 秒までの中では，3×2＝6（回）あることになります。



(6)の問題は，出発してから 400 秒までの中に「！」マークが何回あるかを求める問題です。

400÷60＝6 あまり 40 ですから，60 秒のセットが 6 セットぶんと，あと 40 秒あります。

1 セットの中に「！」マーク 6 回あるのですから，6 セットの中には 6×6＝36（回）あり，あまりの 40 秒の中には（グラフの 0 秒から 40 秒のところを見るとわかる通り）3 回あります。

合計，36＋3＝39（回）になります。