平成28年度　吉祥女子中学校〈第3回〉算数　くわしい解説

すぐる学習会

$\boxed{1}$ (1) $5\frac{1}{4}-\underbrace{\underbrace{\left(\boxed{}+0.55\right)}_{イ}\div 1\frac{2}{5}}_{ア}=2$

$ア=5\frac{1}{4}-2=3\frac{1}{4}$

$イ=3\frac{1}{4}\times 1\frac{2}{5}=\frac{91}{20}$

$\boxed{}=\frac{91}{20}-0.55=\frac{91}{20}-\frac{11}{20}=4$

(2) $\underbrace{\underbrace{\underbrace{\left\{2\frac{1}{7}\div\underbrace{\left(\boxed{}-\frac{2}{3}\right)}_{エ}\right.}_{ウ}\div 1.75}_{イ}\left.+3\right\}}_{ア}\times\frac{7}{11}=6$

$ア=6\div\frac{7}{11}=\frac{66}{7}$

$イ=\frac{66}{7}-3=\frac{45}{7}$

$ウ=\frac{45}{7}\times 1.75=\frac{45}{7}\times\frac{7}{4}=\frac{45}{4}$

$エ=2\frac{1}{7}\div\frac{45}{4}=\frac{4}{21}$

$\boxed{}=\frac{4}{21}+\frac{2}{3}=\frac{6}{7}$

(3)　「4で割ると2あまる」のですから，あと2よけいにあれば，2あまるのではなく2＋2＝4あまることになり，「4で割り切れる」ことになります。
つまり，「4で割ると2あまる」のというのは，「あと2あれば，4で割り切れる」と考えることができます。

また，「7で割ると5あまる」のですから，あと2よけいにあれば，5あまるのではなく 5＋2＝7あまることになり，「7で割り切れる」ことになります。
つまり，「7で割ると5あまる」というのは，「あと2あれば，7で割り切れる」と考えることができます。

よって，「あと2あれば4で割り切れる」し，「あと2あれば7で割り切れる」となり，「あと2あれば，4でも7でも割り切れる」ということになります。

4と7の最小公倍数は28なので，「あと2あれば，28の倍数になる」という数を求めることになります。

100÷28＝3 あまり 16 ですから，28の3倍はまだ2けたで，28の4倍が3けたになり，28×4＝112 です。

よって，「あと2あれば112になる」数を求めることになります。
答えは 112－2＝110 です。

(4)　りんご4個＋みかん2個＋メロン1個＝1820円 … （ア）
りんご5個＋みかん3個＋メロン1個＝2000円 … （イ）

求めるべき「りんご2個＋メロン1個」には，みかんの代金はふくまれていませんから，（ア）と（イ）の式から みかんを消去します。

（ア）の中にはみかんは2個，（イ）の中にはみかんは3個ふくまれているので，みかんの個数を（3と2の最小公倍数である）6個にします。

6個にするということは，（ア）の式は3倍，（イ）の式は2倍することになります。

りんご12個＋みかん6個＋メロン3個＝5460円 … （ア）×3
りんご10個＋みかん6個＋メロン2個＝4000円 … （イ）×2

2つの式をくらべると，「（ア）×3」の式の方が，りんごが 12－10＝2（個）多く，メロンは 3－2＝1（個）多く，代金は 5460－4000＝1460（円）高いことがわかります。
よって，りんご2個とメロン1個を買うと，1460円になることがわかりました。

(5)　1時のとき，長針と短針の間の角は30度です。

長針が短針よりも30度よけいに回れば長針と短針が重なり，さらに長針よりも90度よけいに回れば，長針と短針のつくる角が90度になります。

よって，長針が短針よりも $30+90=120$（度）よけいに回ればよいことになります。

ところで，1分間に長針は6度，短針は0.5度進みますから，長針は短針よりも $6-0.5=5.5$（度）よけいに回ります。

したがって，$120\div5.5=\dfrac{120}{5.5}=\dfrac{240}{11}=21\dfrac{9}{11}$（分後）になります。

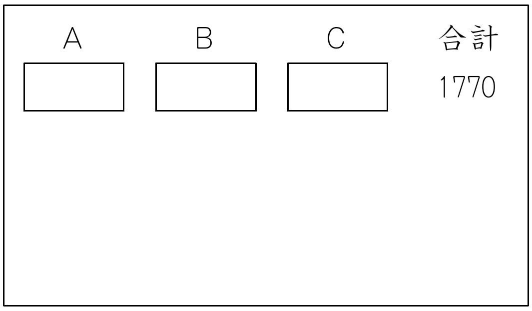
$21\dfrac{9}{11}$ 分後というのは，21分と $\dfrac{9}{11}$ 分後のことです。

$\dfrac{9}{11}$ 分を秒に直すと，$\dfrac{9}{11}\times60=\dfrac{540}{11}=49\dfrac{1}{11}$（秒）です。

よって21分 $49\dfrac{1}{11}$ 秒後になりますから，アは21，イは49，ウは1になります。

(6)　きちんと整理して解いていきましょう。

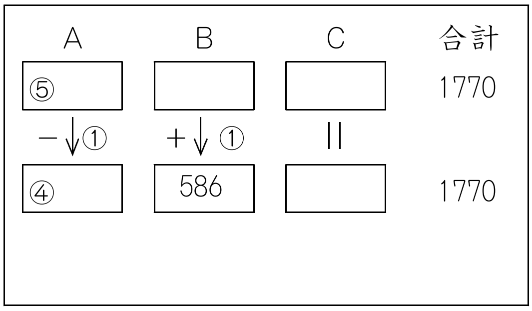
A，B，Cの3人は合わせて1770 g のお米を持っています。3人の間でやりとりをしても，3人の合計は1770 g のまま変わりません。



まず，Aが持っていたお米の2割をBにあげました。

$2割=0.2=\dfrac{1}{5}$ ですから，Aが持っていたお米を⑤にすると，①をあげたことになり，Aは④が残ります。

このとき，Bのお米は586 g になりました。

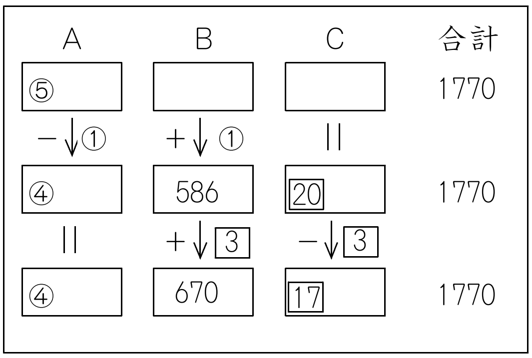


次に，Cが持っていたお米の15％をBにあげました。

$15\%=0.15=\dfrac{3}{20}$ ですから，Cが持っていたお米を $\boxed{20}$ にすると，$\boxed{3}$ をあげたことになり，Cは $\boxed{17}$ が残ります。

このとき，Bのお米は670 g になりました。

$\boxed{3}$ あたり $670-586=84$（g）ですから，$\boxed{1}$ あたり $84\div3=28$（g）です。



$\boxed{20}$にあたるのは，28×20＝560（ｇ）です。

よって右の図の★は，1770－(586＋560)＝624（ｇ）になり，これが④にあたるので，①あたり 624÷4＝156（ｇ）です。

Ｂは，はじめに持っていたお米に①をもらった結果586ｇになったのですから，はじめにＢが持っていたお米は，586－156＝430（ｇ）になります。

A	B	C	合計
⑤			1770
－↓①	＋↓①	＝	
④ ★	586	$\boxed{20}$ 560	1770
＝	＋↓$\boxed{3}$	－↓$\boxed{3}$	
④	670	$\boxed{17}$	1770

(6)　ＡＢは底面の直径ですから，ＡＢによって底面は2等分されています。
図２を見ると，2等分されているときの中心角が80°ですから，側面の中心角は，80×2＝160（度）です。

$\frac{160}{360}=\frac{4}{9}$ですから，底面の半径は母線＝7.2㎝の$\frac{4}{9}$になり，$7.2\times\frac{4}{9}=3.2$（㎝）になります。

$\boxed{2}$ (1) 右の表のような，3個ずつの段にします。

1段目	… 1，1，2，
2段目	… 3，3，4，
3段目	… 5，5，6，
4段目	… 7，7，8，

1段目の最後の数は2，
2段目の最後の数は4，
3段目の最後の数は6，
4段目の最後の数は8，
………………………………

というように，□段目の最後の数は，□の2倍になっています。

1段に3個ずつ数があるのですから，21番目の数は，21÷3＝7（段目）の，最後の数です。

□段目なら，最後の数は□の2倍なのですから，7段目の最後の数は，7×2＝14になります。

また，1段に3個ずつ数があるのですから，60番目の数は，60÷3＝20（段目）の，最後の数です。

□段目なら，最後の数は□の2倍なのですから，20段目の最後の数は，20×2＝40になります。

(2) 1段に3個ずつ数があるのですから，170番目の数は，170÷3＝56 あまり 2 により，56段と，あと2個目の数です。

つまり，170番目の数は，56段の次である，57段目の真ん中の数になります。

1段目	… 1，1，2，
2段目	… 3，3，4，
3段目	… 5，5，6，
4段目	… 7，7，8，

□段目の最後の数は□の2倍になっていました。

たとえば4段目なら，最後の数は4×2＝8になっていて，真ん中の数は，その8よりも1小さい7になっています。

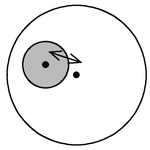
同じように考えて，57段目の最後の数は，57×2＝114ですから，57段目の真ん中の数は，114－1＝113 になります。

(3) それぞれの段の和を求めると，右の表のようになります。

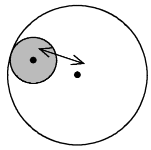
		和
1段目	… 1，1，2，	4
2段目	… 3，3，4，	10
3段目	… 5，5，6，	16
4段目	… 7，7，8，	22

和は，6ずつ増える等差数列になっています。
170番目の数は，57段目の真ん中の数でした。
57段目の3つの数の和は，
はじめの数＋増える数×(N－1)＝4＋6×(57－1)＝340
よって，1段目から57段目までのすべての合計は，
(はじめ＋おわり)×N÷2＝(4＋340)×57÷2＝9804
ところで，求めたかったのは，57段目の真ん中の数までの和でした。
よって，57段目の最後の数である 57×2＝114を取りのぞくことになるので，9804－114＝9690 になります。

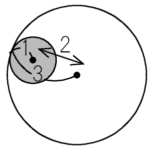
3 (1)① 右の図のように，Ａと輪がくっついていない場合は，Ａの中心と輪の中心との距離は，それほど大きくはありません。



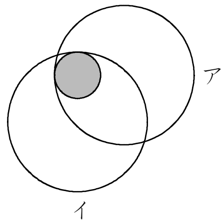
右の図のように，Ａと輪がくっついてる場合に，Ａの中心と輪の中心との距離が，もっとも大きくなります。



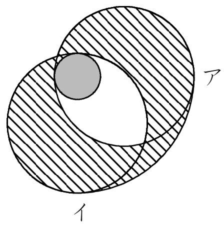
Ａの半径を1とすると，輪の半径は3倍なので3になります。
Ａの中心と輪の中心との距離は 3－1＝2 になるので，Ａの半径の 2÷1＝2（倍）になります。



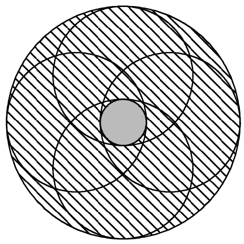
② たとえば，輪が右の図のアからイまで動くと，



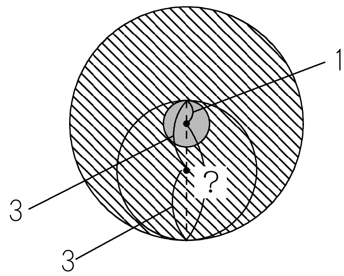
輪が通過した部分は，右の図の斜線部分のようになります。



輪が動けるところをすべて動くと，右の図の斜線部分のようになります。



Ａの半径を1とすると，輪の半径は3ですから右の図のようになり，斜線部分の半径である？の長さは，3＋3－1＝5 になります。
よって斜線部分の面積は，5×5×3.14－1×1×3.14＝24×3.14 になります。
Ａの面積は 1×1×3.14＝1×3.14 ですから，斜線部分の面積はＡの面積の，(24×3.14)÷(1×1×3.14)＝24÷1＝24（倍）になります。



(2)　(1)と同じように考えます。

Ａの半径を１とすると，Ａの面積は $1\times1\times3.14=1\times3.14$ で，輪が通過した部分の面積（右の図の斜線部分）はＡの面積の80倍です。

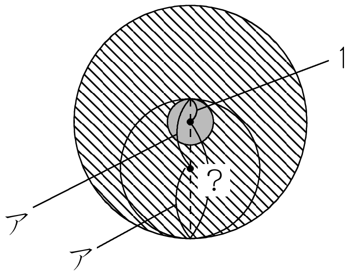
よって斜線部分の面積は，$(1\times3.14)\times80=80\times3.14$ です。

全体の円の面積は，Ａの部分もふくまれるので，$80\times3.14+1\times3.14=81\times3.14$ です。

$81=9\times9$ ですから，全体の円の面積は $9\times9\times3.14$ となり，右の図の？の長さは9になります。

よって，右の図のアの長さは，$(1+9)\div2=5$ です。

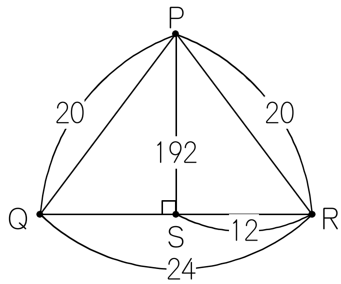
したがって，輪の半径は5でＡの半径は1ですから，輪の半径はＡの半径の $5\div1=$ 5（倍）になります。



□4 (1)　Ｐ，Ｑ，Ｒを結んでできる三角形の面積は192km^2で，三角形の底辺はＱＲですから24kmです。

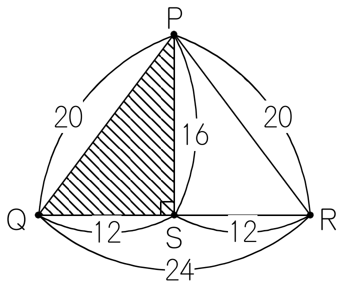
よって三角形の高さであるＳＰは，$192\times2\div24=16$（km）です。

ＱＳは $24-12=12$（km），ＳＰは16kmですから，ＱＳ：ＳＰ＝12：16＝3：4です。



(2)　(1)で，ＳＰの距離は16kmであることがわかりました。

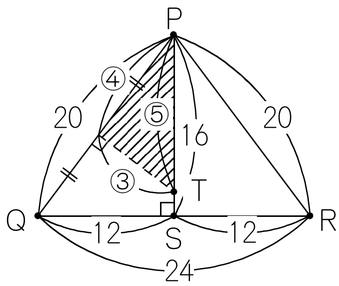
三角形ＰＱＲの三辺の長さの比は，ＱＳ：ＳＰ：ＰＱ＝12：16：20＝3：4：5 になっています。



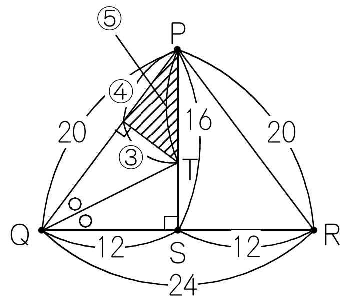
右の図の斜線部分の三角形も，三辺の比は3：4：5になります。

右の図の④の長さは $20\div2=10$(km)なので，①あたり，$10\div4=2.5$（km）です。

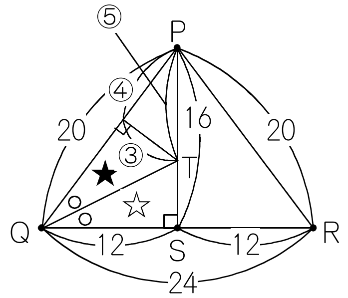
ＴＰの長さは⑤にあたるので，$2.5\times5=$ 12.5（km）になります。



(3)　(2)と同様に，右の図の斜線部分の三角形も，三辺の比は3：4：5になります。

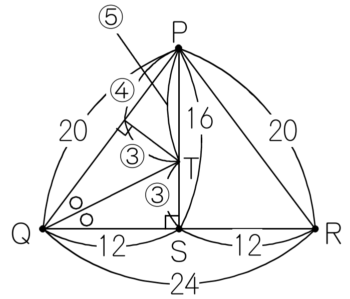


また，★と☆の三角形は合同です。
なぜなら，辺ＱＴが共通の直角三角形で，○印をつけた2つの角は同じ大きさだからです。



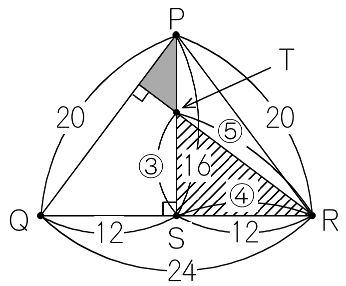
よって，ＳＴの長さは③にあたります。
ＳＰの長さは，③＋⑤＝⑧ にあたり，それが16kmですから，①あたり，16÷8＝2（km）です。

ＴＰは⑤にあたるので，2×5＝10（km）になります。



(3)　右の図のかげをつけた三角形は，三辺の比が3：4：5なので，斜線部分の三角形の三辺の比も3：4：5です。
④が12kmですから，①あたり 12÷4＝3（km）です。
③は，3×3＝9（km）です。

よってＴＰは，16－9＝7（km）です。



(4)　Ａ案では，ＴＰは12.5kmでしたから，ＳＴは 16－12.5＝3.5（km）です。
差は，12.5－3.5＝9（km）です。
Ｂ案では，ＴＰは10kmでしたから，ＳＴは 16－10＝6（km）です。
差は，10－6＝4（km）です。
Ｃ案では，ＴＰは7kmでしたから，ＳＴは 16－7＝9（km）です。
差は，9－7＝2（km）です。

差が小さい順に並べると，Ｃ案の2km，Ｂ案の4km，Ａ案の9kmとなり，Ｃ→Ｂ→Ａとなるので，答えはカです。

$\boxed{4}$ (1)　A町からB町までの36kmを上るのに3時間かかるのですから，上りの時速は，36÷3＝12（km）です。

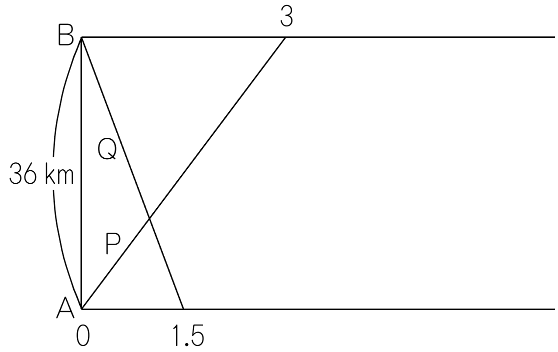
同じ36kmを下るのに2時間かかるのですから，下りの時速は，36÷2＝18（km）です。

よって川の流れの時速は，(18－12)÷2＝3（km）になります。

(2)　PはA町からB町まで上るのに，問題に書いてある通り3時間かかります。

QはB町からA町まで進むときは荷物を積まないので，静水上なら時速21kmで進みます。

川の速さは(1)で求めた通り時速3kmなので，QがB町からA町まで下る速さは，時速 21＋3＝24（km）です。

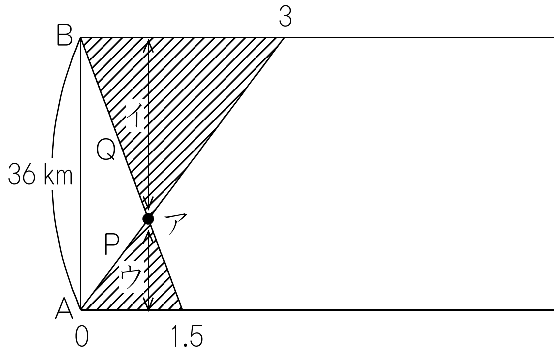


QはB町からA町までの36kmを下るのに，36÷24＝1.5（時間）かかります。

2つの船がはじめてすれちがうのは，右のグラフのアの点のときです。

右のグラフの斜線部分はクロス形になっていて，イ：ウ＝3：1.5＝2：1で，イ＋ウは36kmです。

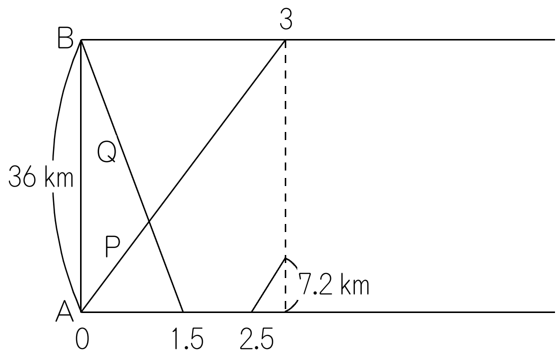
よって，はじめてすれちがう点は，Aから 36÷(2＋1)×1＝12（km）の地点です。



(3)　Qは1.5時間後にAに到着していて，そこで1時間とまっているのですから，Aを出発するのは1.5＋1＝2.5（時間後）です。

Pがはじめて B町に着いたのは3時間後です。

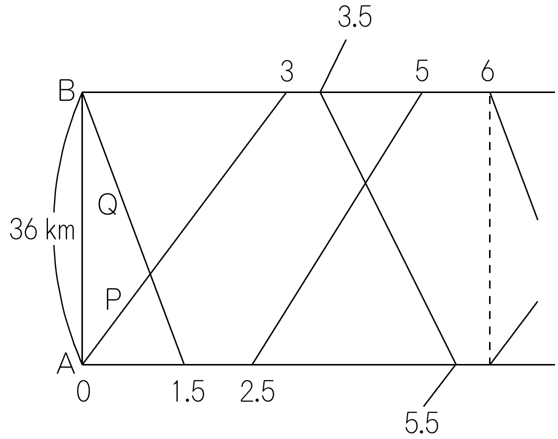
このときに，QはA町から7.2kmはなれていたのですから，Qは 3－2.5＝0.5（時間）で7.2kmを上ったことになります。



Qの上りの速さは，時速 7.2÷0.5＝14.4（km）です。

Qは，A町からB町までの36kmを，36÷14.4＝2.5（時間）→ 2時間30分かかることになります。

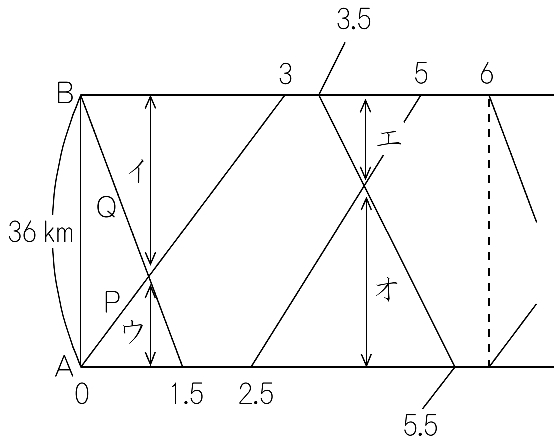
(4)　ＰはＢ町で30分＝0.5時間とまるので，Ｂ町を出発するのは 3＋0.5＝3.5（時間後）です。
　ＰはＢ町からＡ町までを，問題に書いてある通り２時間で進むので，Ａ町にもどってくるのは 3.5＋2＝5.5（時間後）です。
　ＰはＡ町で0.5時間とまるので，ふたたびＡ町を出発するのは，5.5＋0.5＝６（時間後）です。



　ＱがＡ町を出発するのは2.5時間後でした。
　(3)でわかった通り，ＱはＡからＢまで2.5時間かかるので，Ｂ町に着くのは 2.5＋2.5＝５（時間後）です。
　ＱはＢ町で１時間とまるので，ふたたびＢ町を出発するのは，5＋1＝６（時間後）です。

　ＰがＡ町をふたたび出発するのは６時間後で，ＱがＢ町をふたたび出発するのも６時間後ですから，$\boxed{ア}$ の答えは6になります。

　よって６時間を１セットとして，１セットの中で２回，右のグラフの「イ・ウ」の状態と，「エ・オ」の状態のようにすれちがいます。



　６回目のすれちがいは，「エ・オ」の状態になり，このときのエの距離は，ウの距離と同じです。
　（クロス形がさかさまになっているだけだからです。）
　よってエの距離は，(2)で求めた12kmになります。
　求めたいのはオの距離ですから，$\boxed{イ}$ の答えは 36－12＝24（km）になります。