


第9回 平面図形に関する問題Ⅱ

解答は111ページ

1 1辺の長さが1cmの正三角形の厚紙Aと、1辺の長さが1cmの正六角形の厚紙Bがそれぞれたくさんあります。このA、Bの厚紙をすき間のないようにしきつめて、次のような図形を作ります。このとき、AとBのそれぞれの枚数を答えなさい。ただし、枚数はできるだけ少なくなるようにします。

(1) 1辺の長さが3cmの正六角形
 (図1)の通り、Aが12枚、Bが7枚。

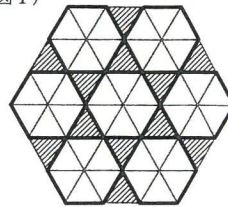
(2) 1辺の長さが6cmの正六角形
 (図2)は、正六角形の  の部分。
 この部分だけで、Aは5枚あるから、
 正六角形全体では、 $5 \times 6 = 30$ 枚。

また、この部分の面積は、Aの $6 \times 6 = 36$ 倍
 だから、正六角形全体では、 $36 \times 6 = 216$ 倍。

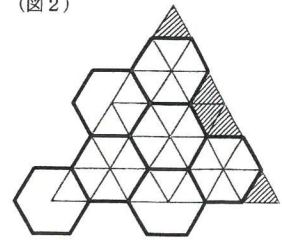
よって、正六角形全体では、Aが216枚ぶんある。

実際には、Aは30枚ぶんだけ使うので、残り $216 - 30 = 186$ 枚は、Bのぶん。
 B1枚には、Aを6枚使うから、 $186 \div 6 = 31$ 枚が、Bの枚数。

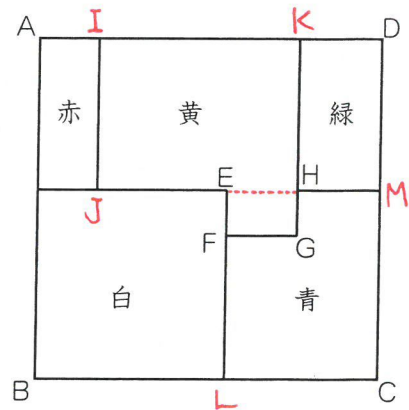
(図1)



(図2)



2 同じ大きさの正方形の紙を、右の図のように、下から赤、緑、青、黄、白色の順に重ねて正方形ABCDを作りました。このとき、表に出ている面積は、青色の部分が80cm²、黄色の部分が100cm²、白色の部分が120cm²でした。これについて、次の問いに答えなさい。



(1) 4点E、F、G、Hを順に結んでできる長方形の面積を求めなさい。

(2) FGの長さは、折り紙の1辺の長さの何倍ですか。

(3) 表に出ている赤色の部分の面積を求めなさい。

(4) 表に出ている緑色の部分の面積を求めなさい。

(1) 長方形IJHKのたては、「正方形ABCDの1辺から紙の1辺を引いたもの」で、横は、「紙の1辺」。
 長方形ELCMの横は、" で、たては、"。
 よって、長方形IJHKとELCMは、面積が等しい。合計は、黄+青 = $100 + 80 = 180$ だから、
 $180 \div 2 = 90$ 。

従って、長方形EFGHは、 $100 - 90 = 10$ 。

(2) 黄 $\frac{100}{10}$ は10で、黄 $\frac{120}{10}$ にすると、白と同じく12だから、 $JE : FG = (120 - 100) : 10 = 2 : 1$ 。

よって、FGは紙の1辺の、 $\frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$ 倍。

(3) $AI = \text{紙の1辺} - JE = IK - JE = FG$ だから、赤 = 長方形IJHKの $\frac{1}{3} = 90 \times \frac{1}{3} = 30$ 。

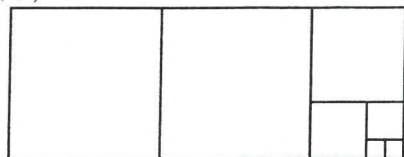
(4) $BL : LC = \text{紙} : \text{長方形ELCM} = 120 : 90 = 4 : 3$ だから、 $FG : LC = (4 \times \frac{1}{3}) : 3 = 4 : 9$

よって、 $FG : HM = 4 : (9 - 4) = 4 : 5$ なので、 $AI : KD$ も4:5。

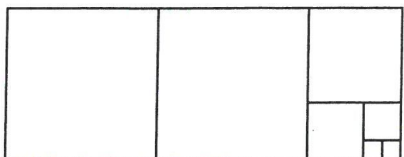
従って、赤と緑の面積比も4:5なので、 $\text{緑} = 30 \div 4 \times 5 = 37.5$

5 横がたてより長い長方形の紙から、右の図のように正方形を切り取っていきます。まず、短い方の辺を1辺とする正方形をできるだけたくさん切り取ります(図1)。紙があまったら、さらにそのあまった長方形の短い方の辺を1辺とする正方形をできるだけたくさん切り取ります(図2)。これをくり返していき、紙があまらなくなったら終了します(図3)。これについて、次の問いに答えなさい。

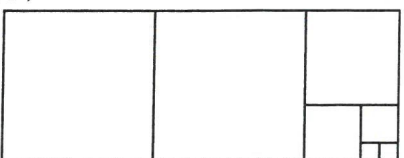
(図1)



(図2)



(図3)



(1) たて5cm, 横18.6cmの長方形からは、正方形を何個切り取ることができますか。

(2) 正方形をちょうど5個切り取るためには、はじめの長方形のたての長さを10cmとすると、横の長さは何cmになりますか。考えられる長さをすべて答えなさい。

(1) $18.6 \div 5 = 3 \dots 3.6$
 $5 \div 3.6 = 1 \dots 1.4$
 $3.6 \div 1.4 = 2 \dots 0.8$
 $1.4 \div 0.8 = 1 \dots 0.6$
 $0.8 \div 0.6 = 1 \dots 0.2$
 $0.6 \div 0.2 = 3$

$3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 3 = 11$

(2) $10 \rightarrow 10 \times 5 = 50$

$10 \rightarrow 10 \times 3 + 10 \div 2 = 35$

$10 \rightarrow 10 \times 2 + 10 \div 3 = 23\frac{1}{3}$

$10 \rightarrow \begin{cases} \textcircled{3} = 10 \text{ 個の } \textcircled{2} = 6\frac{2}{3} \\ 10 \times 2 + 6\frac{2}{3} = 26\frac{2}{3} \end{cases}$

$10 \rightarrow 10 + 10 \div 4 = 12.5$

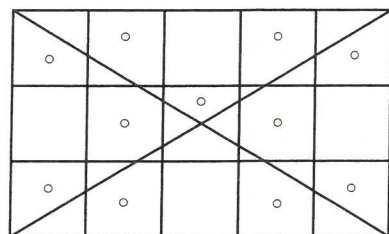
$10 \rightarrow \begin{cases} \textcircled{4} = 10 \text{ 個の } \textcircled{3} = 7.5 \\ 10 + 7.5 = 17.5 \end{cases}$

$10 \rightarrow \begin{cases} \textcircled{5} = 10 \text{ 個の } \textcircled{2} = 4 \\ 10 + 4 = 14 \end{cases}$

$10 \rightarrow \begin{cases} \textcircled{5} = 10 \text{ 個の } \textcircled{3} = 6 \\ 10 + 6 = 16 \end{cases}$

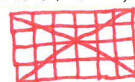
→ 大変まちがいが多い

6 1辺が1cmの正方形のタイルをしきつめて長方形を作り、その長方形に対角線を引きます。たとえば、たてに3個、横に5個のタイルをしきつめた長方形に2本の対角線を引くと、右の図のように、対角線が横切るタイルの数は11個になります。これについて、次の問いに答えなさい。



(1) たてに13個、横に25個のタイルをしきつめた長方形に1本の対角線を引くと、対角線が横切るタイルの数は何個になりますか。内部のたて線と $13-1=12$ 回交わり、横線と $25-1=24$ 回交わるので、合計 $12+24=36$ 回切り、最後にもう1回切るので、 $36+1=37$

(2) たてに28個、横に42個のタイルをしきつめた長方形に2本の対角線を引くと、対角線が横切るタイルの数は何個になりますか。→ 両方とも偶数なので、まん中あたりを2本の対角線が切ることはないので、1本ずつ考えればよい。(続きは※に)



(3) たてに13個、横に40個のタイルをしきつめた長方形に2本の対角線を引くと、対角線が横切るタイルの数は何個になりますか。

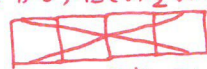
※ (2)の続き

28と42の最大公約数は14なので、たて $28 \div 14 = 2$ 、横 $42 \div 14 = 3$ の長方形が4つ並んでいるところを、対角線が通っていく。

(1)と同様に、 $2-1=1$ $3-1=2$ $1+2+1=4$ $4 \times 14 = 56$ の正方形を切る。

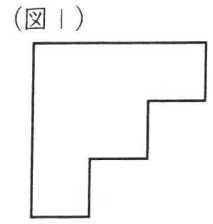
もう1本の対角線も56なので、 $56 \times 2 = 112$ 個。のように切る。

(3) たては13個なので奇数、横は40個なので偶数。よってまん中あたりの正方形を1つ飛ばし、たて:横 = 13:40 の割合で進んでいくのだから、たての1/2のところを通るためには、横は $\frac{1}{2} \div 13 \times 40 = 1\frac{10}{13}$ のところから進んでくる。よって

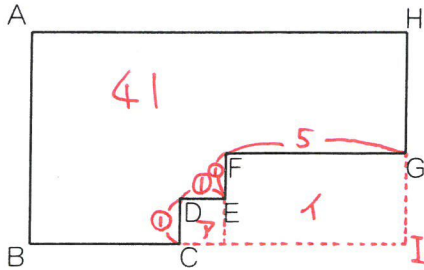


4つぶんがダブる。1本の対角線では $13-1=12$ $40-1=39$ $12+39+1=52$ を切るが、対角線はもう1本あり、4つぶんがダブることから、 $52 \times 2 - 4 = 100$ 個。

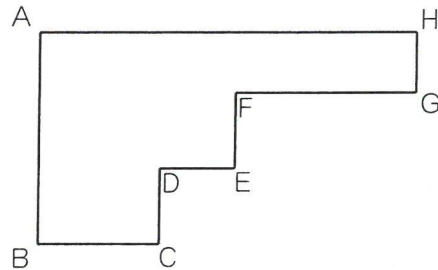
7 1目もりが1cmの方眼紙の線をなぞって、(図1)のような8個の点を持つ図形をいろいろ作ってみました。(図2)、(図3)は、その例です。この図形はどちらも面積が41cm²でCD、DE、EFの長さはそれぞれ等しく、FGの長さはどちらも5cmです。このような図形のABの長さを考えられるだけ求めなさい。



(図2)



(図3)



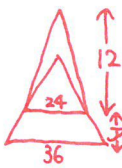
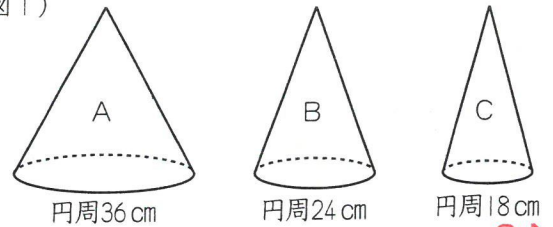
① ア イ 長方形ABIH たて よこ たて×よこ 答え

1cm	1×1=1	1×2×5=10	41+1+10=52	2超 6超	4×13	<u>4</u>
2cm	2×2=4	2×2×5=20	41+4+20=65	4超 7超	5×13	<u>5</u>
3cm	3×3=9	3×2×5=30	41+9+30=80	6超 8超	8×10	<u>8</u>
4cm	4×4=16	4×2×5=40	41+16+40=97	8超 9超	なし	
5cm	5×5=25	5×2×5=50	41+25+50=116	10超 10超	なし	
6cm	6×6=36	6×2×5=60	41+36+60=137	12超 11超	なし	
7cm	7×7=49	7×2×5=70	41+49+70=160	14超 12超		

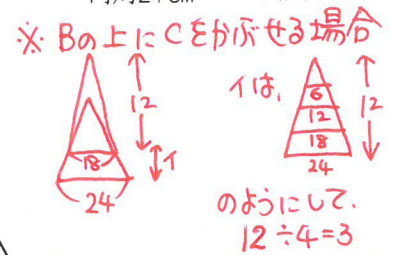
14×12>160 ため、絶対無理。

8 紙で作った、(図1)のような円すい形のとんがり (図1)

帽子A、B、Cがそれぞれたくさんあります。高さはどれも12cmです。はじめに1つを机の上に置いて、真上に次々に帽子をかぶせていきます。(図2)は、Aの上にBをかぶせたときのようなすを表しています。これを(AB)と表すことにします。紙の厚さは考えないことにして、次の問いに答えなさい。



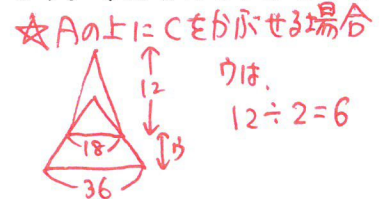
(図2)



- (1) (AB)の高さは何cmですか。アは、 $\frac{12}{24} \times 12 = 6$ のようにして、 $12 + 6 = 18$
- (2) (ABC)と(ACB)の高さの差は何cmですか。
- (3) (BACBC)の高さは何cmですか。

(4) A 1個、B 2個、C 2個を全部使って、高さを18cmにしようと思います。考えられるかぶせ方をすべて、記号を用いて書きなさい。

- (2) (1)により、Aの上にBだと4cm高く、*により、Bの上にCだと3cm高く、*により、Aの上にCだと6cm高くなる。
- (ABC)だと、 $A \xrightarrow{+4} B \xrightarrow{+3} C$ ため、 $12 + 4 + 3 = 19$ 。
- (ACB)だと、 $A \xrightarrow{+6} C \xrightarrow{+3} B$ ため、 $12 + 6 = 18$ 。
- 差は、 $19 - 18 = 1$



- (3) $B \xrightarrow{+6} A \xrightarrow{+6} C \xrightarrow{+3} B \xrightarrow{+3} C$ ため、 $12 + 6 + 3 = 21$
- (4) $A \xrightarrow{+4} B, B \xrightarrow{+3} C, A \xrightarrow{+6} C$ の組み合わせで、+6になれば、 $12 + 6 = 18$ にすることができ。よって、「B→C」と「B→C」とするが、「A→C」のみにする。「B→C」と「B→C」のとき... BCBCA, 「A→C」のみのとき... ACCBB, BACCB, CACBB, BBACC, CBACB, CCBAC