

## 第9回 平面図形に関する問題Ⅱ

解答は111ページ

- 1 1辺の長さが1cmの正三角形の厚紙Aと、1辺の長さが1cmの正六角形の厚紙Bがそれぞれたくさんあります。このA、Bの厚紙をすき間のないようにしきつめて、次のような図形を作ります。このとき、AとBのそれぞれの枚数を答えなさい。ただし、枚数はできるだけ少なくなるようにします。

- (1) 1辺の長さが3cmの正六角形  
(図1)の通り、Aが12枚、Bが7枚。

- (2) 1辺の長さが6cmの正六角形  
(図2)は、正六角形のの部分。

この部分だけで、Aは5枚あるから、  
正六角形全体では、 $5 \times 6 = 30$ 枚。

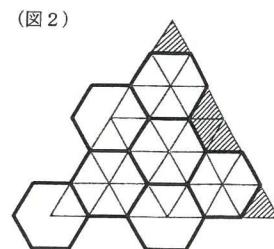
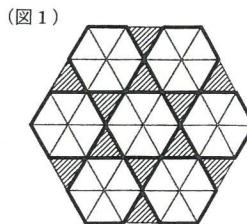
また、この部分の面積は、Aの $6 \times 6 = 36$ 倍

だから、正六角形全体では、 $36 \times 6 = 216$ 倍。

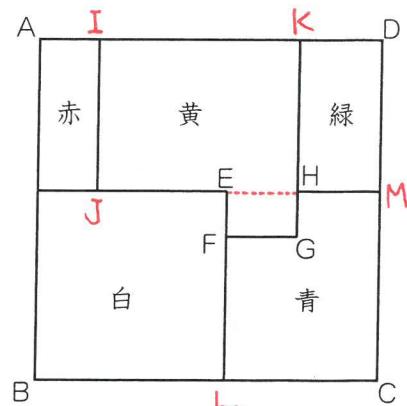
よって、正六角形全体では、Aが216枚ぶんある。

実際には、Aは30枚ぶんだけ使うので、残り $216 - 30 = 186$ 枚は、Bのぶん。

B1枚には、Aを6枚使うから、 $186 \div 6 = 31$ 枚が、Bの枚数。



- 2 同じ大きさの正方形の紙を、右の図のように、下から赤、緑、青、黄、白色の順に重ねて正方形ABCDを作りました。このとき、表に出ている面積は、青色の部分が $80\text{ cm}^2$ 、黄色の部分が $100\text{ cm}^2$ 、白色の部分が $120\text{ cm}^2$ でした。これについて、次の問い合わせに答えなさい。



- (1) 4点E, F, G, Hを順に結んでできる長方形の面積を求めなさい。

- (2) FGの長さは、折り紙の1辺の長さの何倍ですか。

- (3) 表に出ている赤色の部分の面積を求めなさい。

- (4) 表に出ている緑色の部分の面積を求めなさい。

(1) 長方形IJHKのたては、「正方形ABCDの1辺から紙の1辺を引いたもの」で、横は、「紙の1辺」。

長方形ELCMの横は、  
で、たては、  
。

よって、長方形IJHKとELCMは、面積が等しい。合計は、 $\text{黄} + \text{青} = 100 + 80 = 180$ だから、 $180 \div 2 = 90$ 。

従って、長方形EFGHは、 $100 - 90 = 10$ 。

- (2) 黄は100で、黄にすると、白と同じく120だから、 $JE : FG = (120 - 100) : 10 = 2 : 1$ 。

よって、FGは紙の1辺の $\frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$ 倍。

- (3)  $AI = \text{紙の1辺} - JE = IK - JE = FG$ だから、赤 = 長方形IJHKの $\frac{1}{3} = 90 \times \frac{1}{3} = 30$ 。

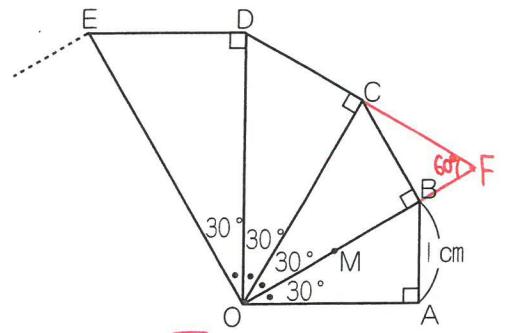
- (4)  $BL : LC = \text{紙} : \text{長方形ELCM} = 120 : 90 = 4 : 3$ だから、 $FG : LC = (4 \times \frac{1}{3}) : 3 = 4 : 9$

よって、 $FG : HM = 4 : (9-4) = 4 : 5$ なので、 $AI : KD = 4 : 5$ 。

従って、赤と緑の面積比も4:5なので、緑 =  $30 \div 4 \times 5 = 37.5$

→ (2) はよく使う解き方なのでマスターしておくように。

- ③ 角の大きさが 30 度, 60 度, 90 度の直角三角形を、点 O のまわりに 1 番目に直角三角形 OAB, 2 番目に直角三角形 OBC, 3 番目に直角三角形 OCD, ……と、右の図のようにすきまなく並べていきます。AB = 1 cm とするとき、次の問い合わせに答えなさい。



- (1) OB の真ん中の点を M としたとき、MA の長さを求めなさい。  
△OAB は正三角形の半分なので、OB = 1 cm。  
△MAB は、角 B が 60 度で MB = AB だから正三角形なので、MA =  $\boxed{1}$  cm。

- (2) 3 番目の直角三角形 OCD の最も短い辺 CD の長さを求めなさい。

- (3) 11 番目の直角三角形の最も短い辺の長さを求めなさい。

(2) BF を ① とすると CF は ② で、OF は、 $② \times 2 = ④$ 。よって OB は、 $④ - ① = ③$ 。

OB は 2 cm なので、①あたり、 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$  cm。CD = CF は ②だから、 $\frac{2}{3} \times 2 = \boxed{1\frac{1}{3}}$  cm。

(3) 1 番目の直角三角形の最も短い辺の長さは 1 cm。(AB だから)  $\frac{4}{3}$  倍

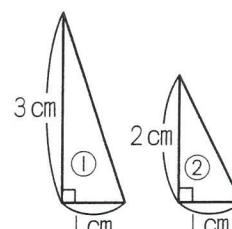
3 "  $\frac{4}{3}$  cm。(CD だから)  $\frac{16}{9}$  cm。

5 "  $\frac{16}{9}$  cm。

同じように考えていくと、11 番目は、 $\frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1024}{243} = \boxed{4\frac{52}{243}}$  cm。

- ④ 右の(図 1)のような直角三角形の板

(図 1)

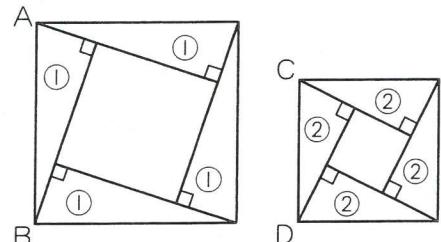


①, ② が何枚あります。これについて、次の問い合わせに答えなさい。

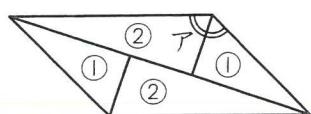
- (1) ①, ② をそれぞれ 4 枚ずつ使って、右の(図 2)のような図形を作りました。AB を 1 辺とする正方形の面積と、CD を 1 边とする正方形の面積の比を求めなさい。

- (2) ①, ② をそれぞれ 2 枚ずつ使って、右の(図 3)のような図形を作りました。このとき、アの角度を求めなさい。

(図 2)



(図 3)



(1) AB を 1 辺とする正方形の、まん中の空白部分の 1 辺は、 $3 - 1 = 2$  cm。  
" は、 $2 \times 2 + 1 \times 3 \div 2 \times 4 = 10$ 。

空白 三角形

CD を 1 辺とする正方形の、まん中の空白部分の 1 辺は、 $2 - 1 = 1$  cm。

" は、 $1 \times 1 + 1 \times 2 \div 2 \times 4 = 5$ 。

よって面積の比は、 $10 : 5 = \boxed{2:1}$ 。

- (2)
- の角度は 45 度なので、①と②の和は 45 度。

よって、(図 3) の

は、 $180 - 45 = \boxed{135}$  度。

⑤ 横がたてより長い長方形の紙から、右の図のように正方形を切り取っていきます。まず、短い方の辺を1辺とする正方形ができるだけたくさん切り取ります(図1)。紙があまつたら、さらにそのあまつた長方形の短い方の辺を1辺とする正方形ができるだけたくさん切り取ります(図2)。これをくり返していき、紙があまらなくなったら終了します(図3)。これについて、次の問いに答えなさい。

(1) たて5cm、横18.6cmの長方形からは、正方形を何個切り取ることができますか。

(2) 正方形をちょうど5個切り取るためにには、はじめの長方形のたての長さを10cmとすると、横の長さは何cmになりますか。考えられる長さをすべて答えなさい。

$$(1) 18.6 \div 5 = 3 \cdots 3.6$$

$$5 \div 3.6 = 1 \cdots 1.4$$

$$3.6 \div 1.4 = 2 \cdots 0.8$$

$$1.4 \div 0.8 = 1 \cdots 0.6$$

$$0.8 \div 0.6 = 1 \cdots 0.2$$

$$0.6 \div 0.2 = 3$$

$$3+1+2+1+1+3=11$$

$$(2) 10 \boxed{□□□□} \rightarrow 10 \times 5 = 50$$

$$10 \boxed{□□□□} \rightarrow 10 \times 3 + 10 \div 2 = 35$$

$$10 \boxed{□□□} \rightarrow 10 \times 2 + 10 \div 3 = 23\frac{1}{3}$$

$$\rightarrow ③=10 \text{なので } ②=6\frac{2}{3}$$

$$10 \times 2 + 6\frac{2}{3} = 26\frac{2}{3}$$

$$10 \boxed{□} \rightarrow 10 + 10 \div 4 = 12.5$$

→ 大変まちがいやすい

⑥ 1辺が1cmの正方形のタイルをしきつめて長方形を作り、その長方形に対角線を引きます。たとえば、たてに3個、横に5個のタイルをしきつめた長方形に2本の対角線を引くと、右の図のように、対角線が横切るタイルの数は11個になります。これについて、次の問い合わせに答えなさい。

(1) たてに13個、横に25個のタイルをしきつめた長方形に1本の対角線を引くと、対角線が横切るタイルの数は何個になりますか。  
内部のたて線と  $13-1=12$  回交わり、横線と  $25-1=24$  回交わるので

$$\text{合計 } 12+24=36 \text{ 回} \rightarrow \text{最後にもう1回切るの } 36+1=37$$

(2) たてに28個、横に42個のタイルをしきつめた長方形に2本の対角線を引くと、対角線が横切るタイルの数は何個になりますか。  
→ 両方とも偶数なので、まん中あたりを 2本の対角線が切ることはないので、1本ずつ考えればよい。(続きは後に)

(3) たてに13個、横に40個のタイルをしきつめた長方形に2本の対角線を引くと、対角線が横切るタイルの数は何個になりますか。

※ (2) の続き

28と42の最大公約数は14なので、たて  $28 \div 14 = 2$  ヶ、横  $42 \div 14 = 3$  ヶの長方形がせなめに14ヶよがっているところを、対角線が通っていく。

$$(1) \text{と同様に } 2-1=1 \quad 3-1=2 \quad 1+2+1=4 \quad 4 \times 14 = 56 \text{ の正方形を切る。}$$

もう1本の対角線も56ヶなので、 $56 \times 2 = 112$ ヶ。

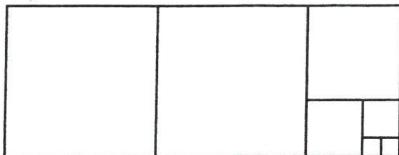
(3) たては13ヶなので奇数、横は40ヶなので偶数。よってまん中あたりの正方形を  のように切る。

しかもたて:横 = 13:40の割合でせなめに進んでいくのだから、たての  $\frac{1}{2}$  のところを通るためにには、横は  $\frac{1}{2} \div 13 \times 40 = 1\frac{11}{13}$  のところからせなめに進んでくる。よって

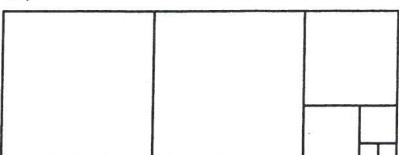


1本の対角線では  $13-1=12$   $40-1=39$   $12+39+1=52$  を切るが、対角線はもう1本あり、4ヶぶんがタづることから、 $52 \times 2 - 4 = 100$ ヶ。

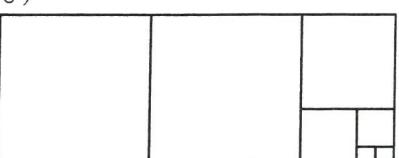
(図1)



(図2)



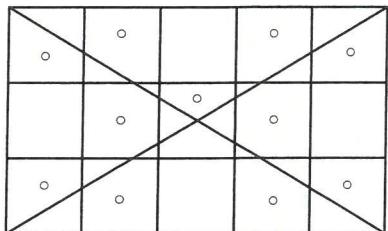
(図3)



$$\begin{array}{c} \text{④}=10 \text{なので } ③=7.5 \\ 10 \boxed{□□□□} \rightarrow 10+7.5=17.5 \\ \text{①} \end{array}$$

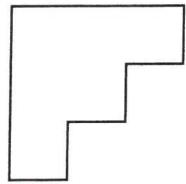
$$\begin{array}{c} \text{⑤}=10 \text{なので } ②=4 \\ 10 \boxed{□□□□} \rightarrow 10+4=14 \\ \text{①} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{⑤}=10 \text{なので } ③=6 \\ 10 \boxed{□□□□} \rightarrow 10+6=16 \\ \text{①} \end{array}$$

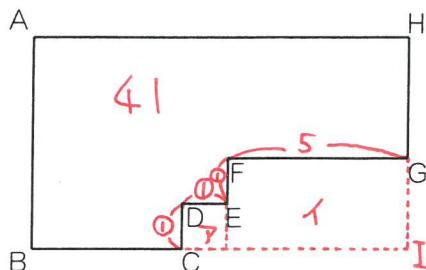


7 1目もりが1cmの方眼紙の線をなぞって、(図1)のような8個の点を持つ图形をいろいろ作ってみました。(図2), (図3)は、その例です。この图形はどちらも面積が41cm<sup>2</sup>でCD, DE, EFの長さはそれぞれ等しく、FGの長さはどちらも5cmです。このような图形のABの長さを考えられるだけ求めなさい。

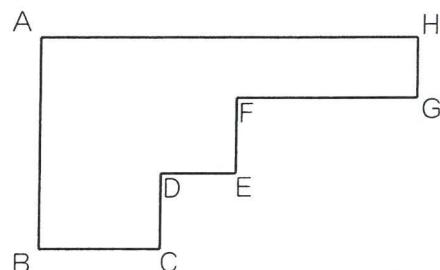
(図1)



(図2)



(図3)

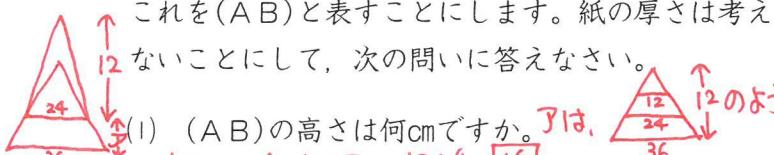


| ①   | ア                 | イ                          | 長方形ABIH            | たて  | よこ  | たて×よこ                  | 答え |
|-----|-------------------|----------------------------|--------------------|-----|-----|------------------------|----|
| 1cm | $1 \times 1 = 1$  | $1 \times 2 \times 5 = 10$ | 41 + 1 + 10 = 52   | 2超  | 6超  | $4 \times 13$          | 4  |
| 2cm | $2 \times 2 = 4$  | $2 \times 2 \times 5 = 20$ | 41 + 4 + 20 = 65   | 4超  | 7超  | $5 \times 13$          | 5  |
| 3cm | $3 \times 3 = 9$  | $3 \times 2 \times 5 = 30$ | 41 + 9 + 30 = 80   | 6超  | 8超  | $8 \times 10$          | 8  |
| 4cm | $4 \times 4 = 16$ | $4 \times 2 \times 5 = 40$ | 41 + 16 + 40 = 97  | 8超  | 9超  | なし                     |    |
| 5cm | $5 \times 5 = 25$ | $5 \times 2 \times 5 = 50$ | 41 + 25 + 50 = 116 | 10超 | 10超 | なし                     |    |
| 6cm | $6 \times 6 = 36$ | $6 \times 2 \times 5 = 60$ | 41 + 36 + 60 = 137 | 12超 | 11超 | なし                     |    |
| 7cm | $7 \times 7 = 49$ | $7 \times 2 \times 5 = 70$ | 41 + 49 + 70 = 160 | 14超 | 12超 | 14 × 12 > 160 だから絶対無理。 |    |

8 紙で作った、(図1)のような円すい形のとんがり

(図1)

帽子A, B, Cがそれたくさんあります。高さはどれも12cmです。はじめに1つを机の上に置いて、真上に次々に帽子をかぶせていきます。(図2)は、Aの上にBをかぶせたときのようすを表しています。



これを(A B)と表すことになります。紙の厚さは考えないことにして、次の問い合わせに答えなさい。

(1) (A B)の高さは何cmですか。  
アは、12 ÷ 3 = 4 なので、12 + 4 = [16]

(2) (A B C)と(A C B)の高さの差は何cmですか。

(3) (B A C B C)の高さは何cmですか。

(4) A 1個, B 2個, C 2個を全部使って、高さを18cmにしようと思います。考えられるかぶせ方をすべて、記号を用いて書きなさい。

(2) (1)により、Aの上にBだと4cm高く、(2)により、Bの上にCだと3cm高く、  
☆により、Aの上にCだと6cm高くなる。

(ABC)だと、A → B → C だとから、12 + 4 + 3 = 19。

(ACB)だと、A → C → B だとから、12 + 6 = 18。

差は、19 - 18 = [1]

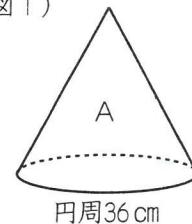
(3) B → A → C → B → C だとから、12 + 6 + 3 = [21]

(4) A → B, B → C, A → C の組み合わせで、+6になれば、12 + 6 = 18 にすることができる。

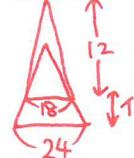
よって、「B → C」と「B → C」とするが、「A → C」のみにする。

「B → C」と「B → C」のとき…BCBCA, 「A → C」のみのとき…ACCB, BACCB, CABBB, BBACC, CBACB, CCBA

(図2)

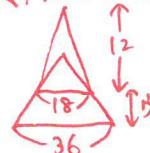


\* Bの上にCをかぶせる場合



イは、12 ÷ 4 = 3  
のようにして、12 ÷ 4 = 3

★ Aの上にCをかぶせる場合



ウは、12 ÷ 2 = 6