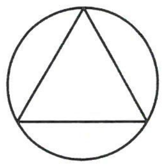
第８回　平面図形に関する問題Ⅰ

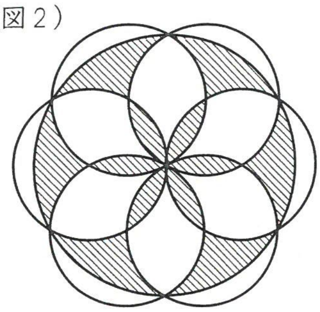
解答は104ページ

1 （図１）のように，円周上に３点をとって正三角形を作ると，図形の大きさにかかわらず，正三角形と円の面積の比は ５：12 になります。（図２）は，同じ大きさの小円６個と大円１個を組み合わせた図形です。小円１個の面積が312 ㎠のとき，次の問いに答えなさい。

（図１）



（図２）



(1)　（図２）の大円の面積は何㎠ですか。

(2)　（図２）の斜線のついた部分の全体の面積はおよそ何㎠ですか。

(1) 小円は 312 cm² なので，正三角形は 312÷12×5＝130 cm²。正三角形６個ぶんである は，130×6＝780 cm²。

は， のように考えると正六角形の半分だから，780÷2＝390 cm²。これと大円の面積比も 5:12 だから，

390÷5×12＝$\boxed{936}$ cm²。

(2) 大円から ６個を引けばよい。 は に等積変形すると ×2 になる。

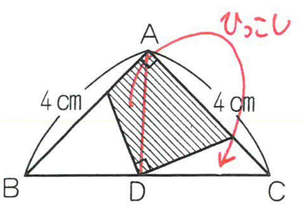
は正三角形の $\frac{1}{3}$。（ だから。）

よって，936－(130÷3×2)×6＝936－520＝$\boxed{416}$

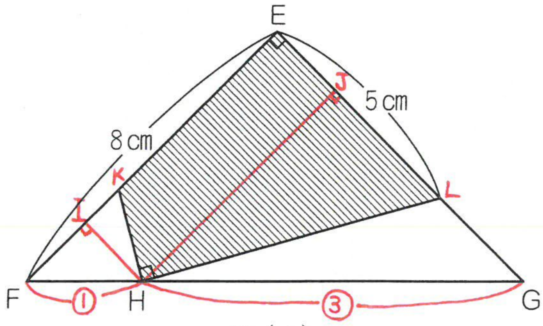
2 次の問いに答えなさい。

(1)　下の図(ア)の三角形ＡＢＣは，直角二等辺三角形で，点Ｄは辺ＢＣの真ん中の点です。斜線部分の面積を求めなさい。三角形ABCの半分になるから，(4×4÷2)÷2＝$\boxed{4}$

(2)　下の図(イ)の三角形ＥＦＧは，直角二等辺三角形で，ＦＨ：ＨＧ＝１：３ です。斜線部分の面積を求めなさい。



図(ア)



図(イ)

(2) 三角形IFHとJHGは相似で，FH:HG＝1:3 だから IF:JH も 1:3。よって，IF:EI も 1:3。

IFの長さは，8÷(1+3)×1＝2cm で，IH も 2cm。JH は，2×3＝6cm。

三角形KIHとLJHも相似で，IH:JH＝2:6＝1:3 だから，KI:LJ も 1:3。

LJは，5－2＝3cm だから，KI＝3÷3＝1cm。

斜線部分の面積＝全体－三角形KFH－三角形LHG

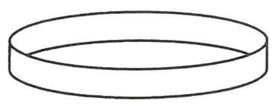
＝8×8÷2－(1+2)×2÷2－(8－5)×6÷2

＝32－3－9

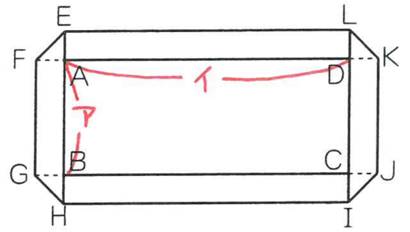
＝$\boxed{20}$

3 (図１)のような幅２cm，まわりの長さが52cmの紙テープの輪があります。それを(図２)のように折って，平らにします。このとき四角形ＡＢＣＤは横に長い長方形です。(図３)の斜線部分の面積は長方形ＡＢＣＤの面積の２倍になりました。これについて，次の問いに答えなさい。

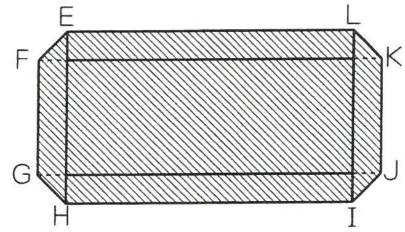
(図１)



(図２)



(図３)



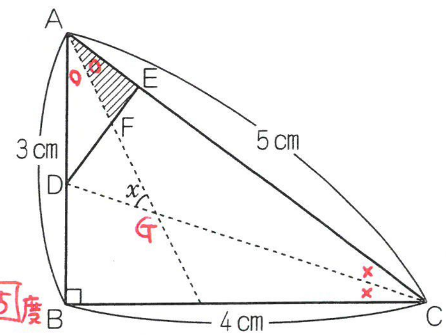
(1) 長方形ＡＢＣＤのまわりの長さは何cmですか。

(2) ＡＢとＢＣの長さはそれぞれ何cmですか。

(1) A→B→H→I→C→D→L→E→A が 52cm。52−2×4＝$\boxed{44}$cmがアアイイなので，長方形ABCDのまわり。
　　ア　２　イ　２　ア　２　イ　２

(2) 紙テープの面積は 2×52＝104cm² だが，図２の面積は 104cm² よりも重なり４か所のぶんだけ小さい。　104−(2×2÷2)×4＝96cm² になる。
図３の斜線部分の面積は長方形ABCDの面積の２倍だから，長方形ABCDの面積と，長方形ABCD以外の面積は等しい。
長方形ABCD以外の面積は，図２の面積なので 96cm² だから，長方形ABCDの面積も 96cm²。
よって，ア×イ＝96。(ア,イ)の組み合わせは，(1,96)，(2,48)，(3,32)，(4,24)，(6,16)，(8,12)。
また，(1)により，ア+イ＝44÷2＝22。よって，(ア,イ)＝(6,16)だから，AB＝$\boxed{6}$，BC＝$\boxed{16}$。

4 右の図のような直角三角形ＡＢＣがあります。点線ＡＦは辺ＡＢが辺ＡＣに重なるように折ったときの折れ線，点線ＤＣは辺ＢＣが辺ＡＣに重なるように折ったときの折れ線で，ＥはＢが重なる点です。これについて，次の問いに答えなさい。

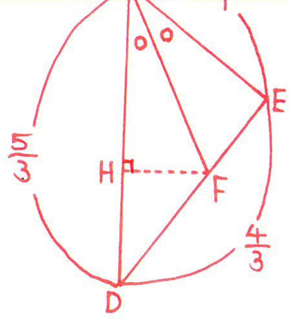


(1) 角 x の大きさは何度ですか。

○○××＝90度だから，○×＝45度。三角形AGCの外角の定理より，x＝$\boxed{45}$度

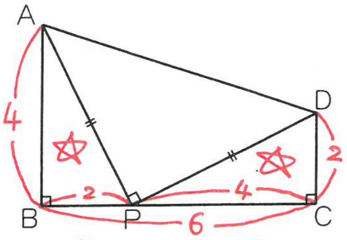
(2) 斜線をつけた部分の面積は三角形ＡＢＣの面積の何倍ですか。

BCは折られてECになったので，EC＝4cm。よって，AE＝5−4＝1cm。
AE：ED：DA＝3：4：5だから，ED＝$\frac{4}{3}$cm，DA＝$\frac{5}{3}$cm。
右の図において，三角形AEFとAHFは合同なので，AH＝1cm。
よって，DH＝$\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$cm。
HF：FD：DH＝3：4：5 だから，HF＝$\frac{2}{3}\div4\times3=\frac{1}{2}$cm。
EFも$\frac{1}{2}$cmなので，三角形AEFの面積(斜線部分)は，
$\frac{1}{2}\times1\div2=\frac{1}{4}$cm²。三角形ABCの面積は，4×3÷2＝6cm²
だから，$\frac{1}{4}\div6=\boxed{\frac{1}{24}}$倍。



5 次の問いに答えなさい。

(1) 図の台形ＡＢＣＤにおいて，三角形ＡＰＤは直角二等辺三角形です。ＡＢの長さは４cm，ＤＣの長さは２cmのとき，三角形ＡＰＤの面積は何cm²ですか。



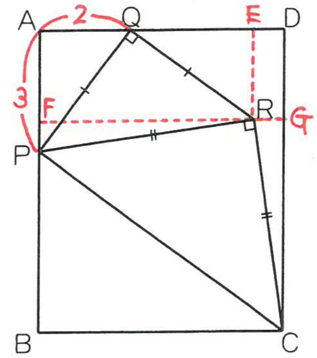
右図の☆と☆は合同。全体−☆☆＝(4+2)×6÷2−(2×4÷2)×2＝$\boxed{10}$

(2) 図の長方形ＡＢＣＤにおいて，三角形ＰＱＲも三角形ＰＲＣも直角二等辺三角形です。また，ＡＰの長さは３cm，ＡＱの長さは２cmです。

① ＡＤの長さは何cmですか。

② 三角形ＰＲＣの面積は何cm²ですか。

③ ２点Ｑ，Ｃを通る直線を引いたとき，三角形ＱＲＣの面積は何cm²ですか。



① 三角形APQとEQRは合同なので,QE=3,RE=2。PF=3−2=1。
三角形FPRとGRCは合同なので,PFが1ならRGも1。
AD=AQ+QE+ED=2+3+1=$\boxed{6}$。

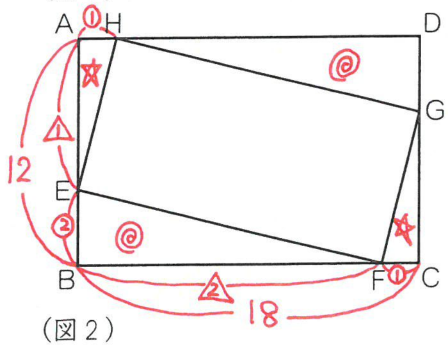
② 三角形FPRとGRCは合同なので,FR=2+3=5なら,GCも5。
三角形PRC=台形GFPC−三角形FPR−三角形GRC=(5+1)×6÷2−1×5÷2−1×5÷2=$\boxed{13}$。

③ 三角形QRC=三角形QCD−(三角形EQR+長方形ERGD+三角形RCG)
=(3+1)×(2+5)÷2−(3×2÷2 + 2×1 + 1×5÷2)
=14−(3+2+2.5)
=$\boxed{6.5}$

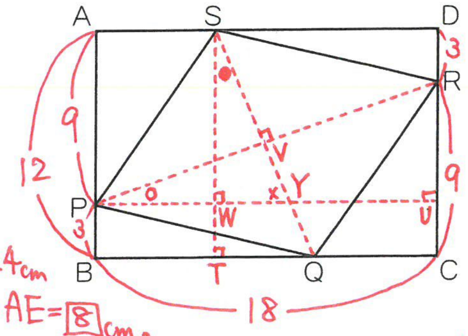
→(2)は相当むずかしい。

6 (図１)は，長方形ＡＢＣＤにぴったり入るように，長方形ＥＦＧＨをかいたものです。また，(図２)は，長方形ＡＢＣＤにぴったり入るように，ひし形ＰＱＲＳをかいたものです。辺ＡＢの長さを12cm，辺ＢＣの長さを18cmとして，次の問いに答えなさい。

(図１)



(図２)



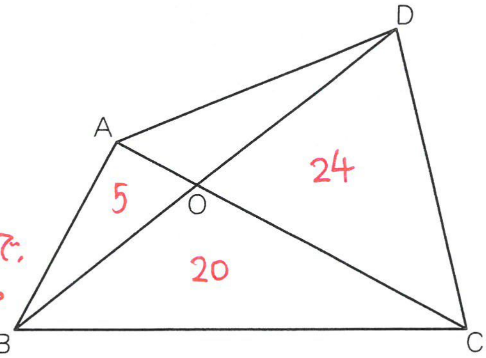
(1) (図１)で，辺ＨＥと辺ＥＦの長さの比は１：２になっています。ＡＥの長さを求めなさい。

(2) (図２)で，辺ＡＰの長さは９cmになっています。ひし形ＰＱＲＳの面積を求めなさい。

(1) ☆と☆は合同,◎と◎も合同,☆と◎は相似。
HE:EF=1:2だから,☆と◎の相似比は1:2。
AH=①,EB=②,AE=△1,BF=△2とすると,
AB=12cmを利用して,△1+②=12cm。
BC=18cmを利用して,△2+①=18cm。 2倍
△4+②=36cm
くらべて,△3=24cm
△1=8cmだから,AE=$\boxed{8}$cm。

(2) 三角形PURと三角形STQは相似。なぜなら,図3の○と×の和は90度,●と×の和も90度なので,
三角形PURとPVYは相似,PVYとSWYは相似,SWYとSTQは相似だから。
三角形PURにおいて,PU:UR=18:(9−3)=3:1だから,三角形STQにおいて,ST:TQも3:1。
STは12cmなので,TQは12÷3=4cm。ASとQCは同じ長さだから,AS=(18−4)÷2=7cm。
よってSDは,18−7=11cmなので,
ひし形PQRS=長方形ABCD−(三角形APS×2+三角形SRD×2)
=12×18−(9×7÷2×2+11×3÷2×2)
=$\boxed{120}$

7　四角形ＡＢＣＤがあります。対角線の交点をＯとするとき，三角形ＡＢＯ，ＢＣＯ，ＣＤＯの面積はそれぞれ５㎠，20㎠，24㎠です。これについて，次の問いに答えなさい。



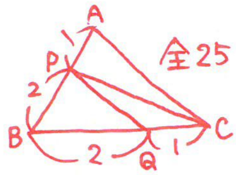
(1)　三角形ＤＡＯの面積を求めなさい。

BO:OD=20:24=5:6 だから，ABOとDAOの面積比も5:6 なので，$\boxed{6}$ になる。

(2)　辺ＡＢ，ＢＣ上にそれぞれ点Ｐ，Ｑをとり，

ＡＰ：ＰＢ＝１：２，ＢＱ：ＱＣ＝２：１

としました。このとき，三角形ＰＱＣの面積を求めなさい。



ABC＝5＋20＝25

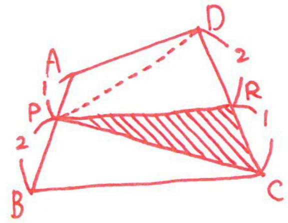
PBC＝$25\div(1+2)\times2=\frac{50}{3}$

PQC＝$\frac{50}{3}\div(2+1)\times1=\frac{50}{9}=\boxed{5\frac{5}{9}}$

(3)　(2)のとき，さらにＣＤ上に点Ｒをとり，

ＣＲ：ＲＤ＝１：２

としました。このとき，三角形ＰＣＲの面積を求めなさい。



PBC＝ABCの$\frac{2}{3}$＝$25\times\frac{2}{3}=\frac{50}{3}$

APD＝ABDの$\frac{1}{3}$＝$(5+6)\times\frac{1}{3}=\frac{11}{3}$

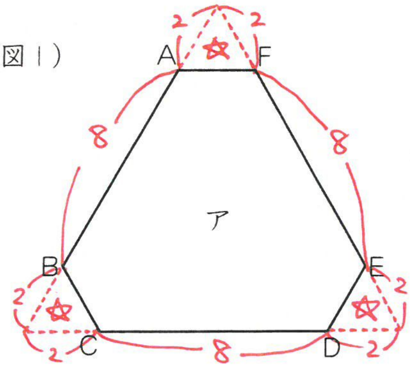
ABCD＝5＋20＋24＋6＝55

PCD＝$55-\left(\frac{50}{3}+\frac{11}{3}\right)=\frac{104}{3}$

PCR＝PCDの$\frac{1}{3}$＝$\frac{104}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{104}{9}=\boxed{11\frac{5}{9}}$

8　（図１）の六角形アは正三角形から同じ大きさの３つの正三角形を切り取ったものです。３辺ＡＢ，ＣＤ，ＥＦの長さはすべて８cm，３辺ＢＣ，ＤＥ，ＦＡの長さはすべて２cmです。また，１辺の長さが１cmの正三角形をイとします。これについて，次の問いに答えなさい。

（図１）



(1)　アの面積はイの面積の何倍ですか。

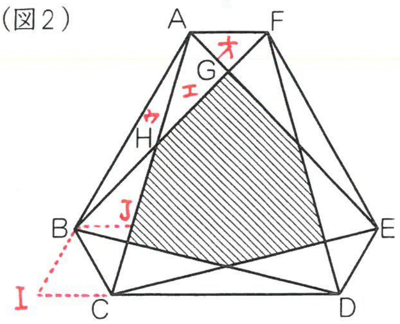
イを1×1=1 とすると，☆は2×2=4，2+8+2=12だから ア☆☆☆は 12×12=144

(2)　（図２）の三角形ＡＣＥの面積はイの面積の何倍ですか。ア=144−4×3=132

☆が4のとき，三角形ABC,CDE,EFAはその8÷2=4倍だから，4×4=16。 132÷1=$\boxed{132}$倍

(3)　（図２）において，(132−16×3)÷1=$\boxed{84}$倍。

（図２）



①　（ＢＧの長さ）：（ＧＦの長さ）を求めなさい。

②　（ＢＨの長さ）：（ＨＦの長さ）を求めなさい。

③　斜線をつけた六角形の面積はイの面積の何倍ですか。

① BE=2+8=10，AF=2だから，BE:AF=5:1
クロス形なので，BG:GFも$\boxed{5:1}$

② BH:HF=BJ:AF=BJ:IC=AB:AI=8:(8+2)=$\boxed{4:5}$

③「これこ〜れ」と「こ〜れこれ」。
BH:HF=4:5のとき，BG:GF=5:1 のとき，BF=5+1=6 で，BF=4+5=9 だから，BFを6と9の最小公倍数である18にする。すると，BH:HG:GF=8:7:3。
三角形ABFの面積は三角形ABCの面積と等しいので，イの16倍。
$16\div(8+7+3)=\frac{8}{9}$　$\frac{8}{9}\times8=\frac{64}{9}$→ウ，$\frac{8}{9}\times7=\frac{56}{9}$→エ，$\frac{8}{9}\times3=\frac{24}{9}$→オ。
斜線部分＝ア−(ウ×3＋エ×6＋オ×3)＝$132-\left(\frac{64}{9}\times3+\frac{56}{9}\times6+\frac{24}{9}\times3\right)=\boxed{65\frac{1}{3}}$