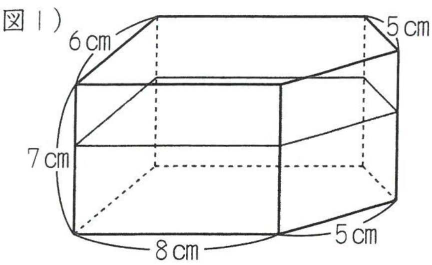
第７回　立体図形に関する問題Ⅱ

解答は96ページ

→簡単だが，ミスしないように慎重に。

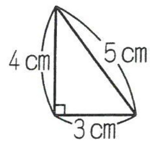
1　(図１)のように，直方体と三角柱をつなげた形の五角柱の容器があり，ある量の水を入れ密閉します。ただし，容器の厚みは考えないものとします。これについて，次の問いに答えなさい。

(図１)



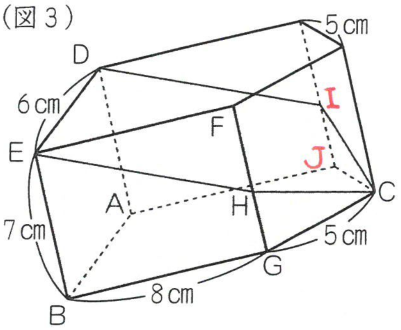
(1)　(図２)の直角三角形を参考にして，五角柱の容積を求めなさい。$(6\times4\div2+8\times6)\times7=\boxed{420}$

(図２)



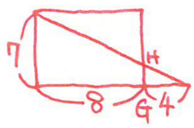
(2)　(図３)のように辺ＡＢを地面につけたまま容器を静かに傾けていくと，水面がちょうど五角柱の３つの頂点Ｃ，Ｄ，Ｅに来ました。この水面が辺ＦＧと交わる点をＨとします。このときＨＧの長さを求めなさい。

(図３)



(3)　容器に入っている水の体積を求めなさい。

(2)正面から見ると，



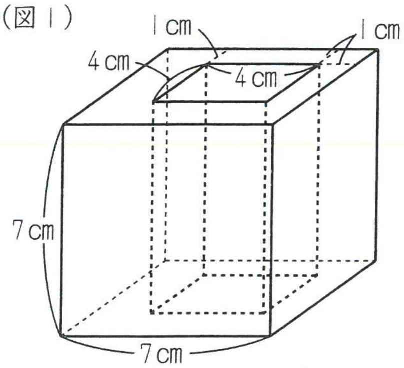
8:4＝2:1　$7\div(2+1)\times1=\boxed{2\frac{1}{3}}$

(3)右図のように点I,Jを決める。
底面が台形EBGHで高さが6cmの四角柱と，
底面が長方形HGJIで，頂点がCの四角すいに分ける。
$(2\frac{1}{3}+7)\times8\div2\times6+2\frac{1}{3}\times6\times4\div3=224+18\frac{2}{3}=\boxed{242\frac{2}{3}}$

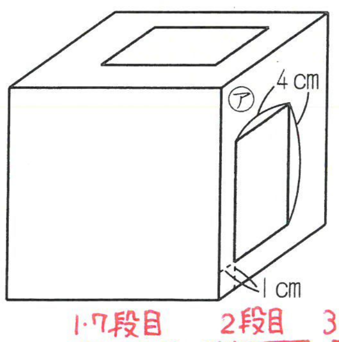
→くりぬき部分の形を書くのはむずかしすぎるので，体積は「スライス」で，表面積は「前後左右上下」で。

2　１辺の長さが７cmの立方体があります。この立方体から(図１)のように，底面が１辺の長さ４cmの正方形で，高さ７cmの直方体の部分をくり抜きました。次に，(図２)のように，㋐の面からも反対側の面まで同じように穴をあけました。さらに(図３)のように，㋑の面からも同じように穴をあけました。これについて，次の問いに答えなさい。

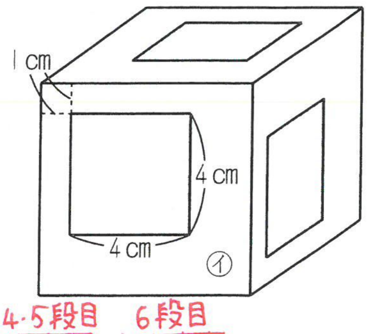
(図１)

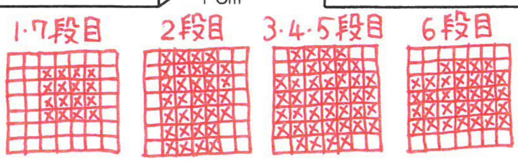


(図２)



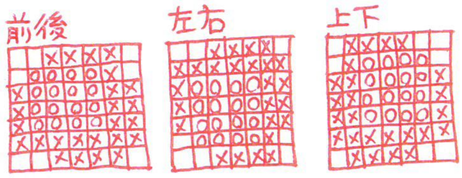
(図３)





(1)　この立体の体積は何cm³ですか。スライスで。
右図によって，$33\times2+17+8\times3+17=\boxed{124}$

(2)　この立体の表面積は何cm²ですか。



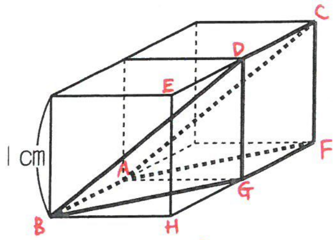
内部は「前後左右上下」の図を書く。
右図において，×は面があるところで，○は穴。
どれも×は25個あるので，内部の表面積は
$25\times6=150$ cm²。
$(7\times7-4\times4)\times6+150=198+150=\boxed{348}$ cm²。

→「移動」の考え方に慣れる。

3 次の問題に答えなさい。

(1) １辺の長さが１cmの立方体を２つ並べた中に，【図１】のように太線で囲まれた立体を考えます。この立体の体積は何cm³ですか。

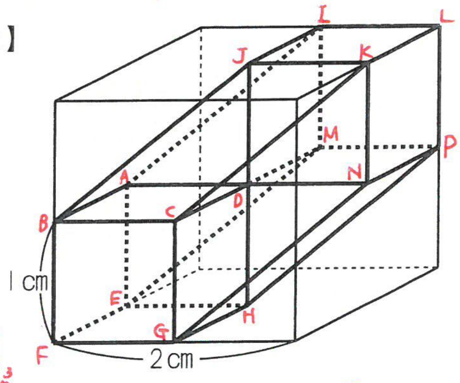
【図１】



四角すい A−CDGF を，B−EHGDのところにうめこむと，
底面が三角形EBHで，高さがHGの三角柱になる。$1\times1\div2\times1=\boxed{\frac{1}{2}}$

(2) １辺の長さが２cmの立方体の中を【図２】のように，１辺の長さが１cmの立方体を移動させます。この立方体が通過した部分の体積は何cm³ですか。ただし，「通過した部分」とは，移動する前の立方体と移動した後の立方体も含まれるものとします。

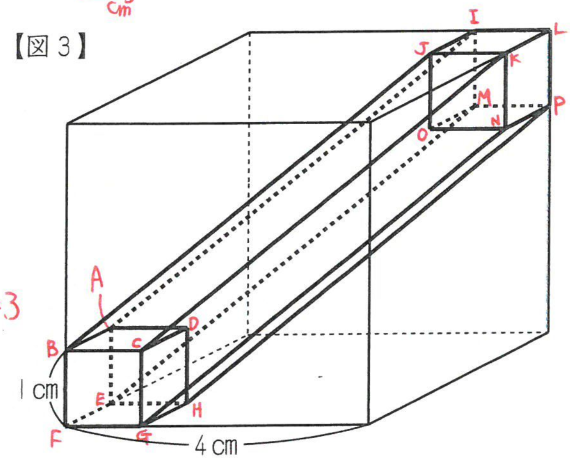
【図２】



正方形BFGCが正方形JDNKに移動してできる体積は，$1\times1\times1=1$
〃　EFGH　〃　MDNP　〃　〃
〃　ABFE　〃　IJDM　〃　〃
他に，立方体IJKL−MDNPの体積が $1\times1\times1=1$ なので，$1\times4=\boxed{4}$ cm³

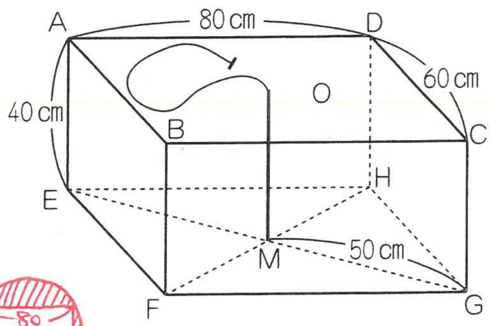
(3) １辺の長さが４cmの立方体の中を【図３】のように，１辺の長さが１cmの立方体を移動させます。小さい方の立方体が通過した部分の体積は何cm³ですか。ただし，「通過した部分」とは，移動する前の立方体と移動した後の立方体も含まれるものとします。

【図３】



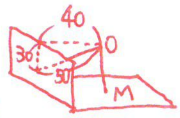
正方形BFGCが正方形JONKに移動してできる体積は，$1\times1\times3=3$
〃　EFGH　〃　MONP　〃　〃
〃　ABFE　〃　IJOM　〃　〃
他に，立方体IJKL−MONPの体積が $1\times1\times1=1$ なので，
$3\times3+1=\boxed{10}$ cm³。

4 右の図のＡＢＣＤ−ＥＦＧＨはたて60cm，横80cm，高さ40cmの直方体の箱で，ふたはありません。底面の対角線の交点Ｍに高さ40cmの柱がまっすぐ立てられており，柱の頂点Ｏとチョークが長さ50cmの糸で結びつけてあります。ＭＧの長さは50cmです。これについて，次の問いに答えなさい。



(1) 箱の外側でチョークでぬれる部分の面積は何cm²ですか。 $50\times50\times3.14-60\times80=7850-4800=\boxed{3050}$ cm²

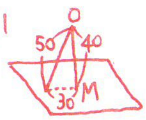
(2) 箱の内側でチョークでぬれる部分の面積は何cm²ですか。



となるから，

たとえば面AEFBでは，糸の先は点Aまで達する。点Bまでも達する。それから，
ABの中点から下に30cmのところにも達する。このことから，面AEFBの内側部分は，
半径30cmの半円を描く。面DHGCも同様なので，合わせて半径30cmの円になる。
同じようにして，面AEHDと面BFGCの内側部分は，半径40cmの円になる。
底面では，右の図１のように，半径30cmの円になる。

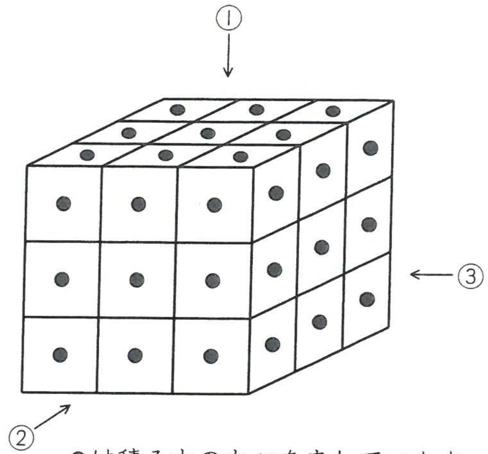
図１



合計，$30\times30\times3.14+40\times40\times3.14+30\times30\times3.14=(900+1600+900)\times3.14=3400\times3.14=\boxed{10676}$

→最大…なるべく重なるように穴をあける。 最小…なるべく重ならないように穴をあける。

5 1辺の長さが1cmの立方体の積み木を27個きっちり積み上げて，右の図のような1辺の長さが3cmの大きな立方体を作ります。この立方体を①の方向から見た9個の積み木から1つを選び，その面の中心(対角線の交点)を通り，面に垂直に反対の面までドリルで穴をあけると3個の積み木に穴をあけることができます。同じように②と③の方向からもドリルで穴をあけるものとします。次の(1)，(2)の各場合について，穴のあいていない積み木の最大の個数と最小の個数を求めなさい。

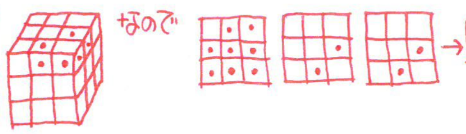


●は積み木の中心を表しています。

(1) ①，②，③それぞれの方向から2回ずつ合計6回ドリルで穴をあける場合。ただし，各方向から穴をあける2つの面は異なるものとします。

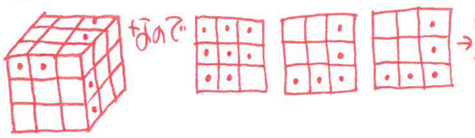
(2) ①，②，③それぞれの方向から3回ずつ合計9回ドリルで穴をあける場合。ただし，各方向から穴をあける3つの面は異なるものとします。

(1)最大は（他のあけ方もあり）



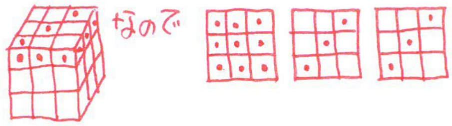
→ 15コ

最小は（他のあけ方もあり）



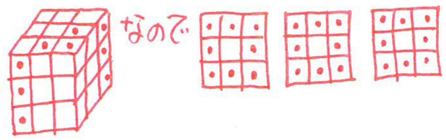
→ 9コ

(2)最大は（他のあけ方もあり）



→ 12コ

最小は（他のあけ方もあり）

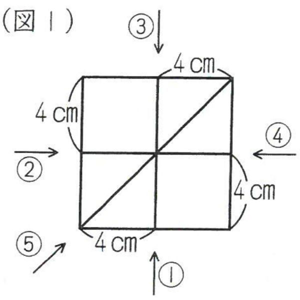


→ 3コ

6 1辺が8cmの立方体を，何か所か平面で切り取って作った立体があります。(図1)は，その立体を真上から見た図で，(図2)は，その立体の側面を(図1)の①，②，③，④の方向から見た図です。これについて，次の問いに答えなさい。

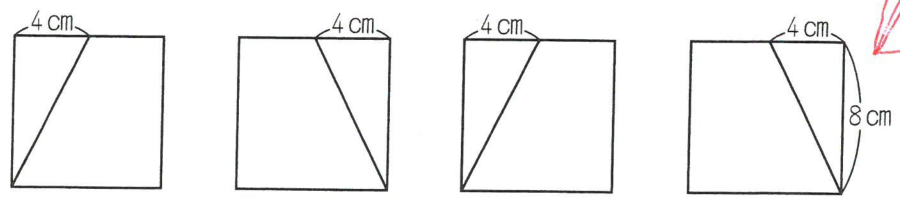
立方体から切り取る

(図1)



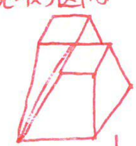
[真上から見た図]

(図2)

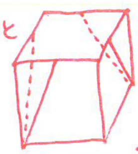


[①から見た図] [②から見た図] [③から見た図] [④から見た図]

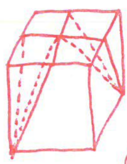
見取り図は



①〜④を書くと

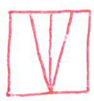


となり，真上図も書くと



となるので

⑤の方向から見ると，



(1) (図1)の⑤の方向からこの立体を見た図をかきなさい。

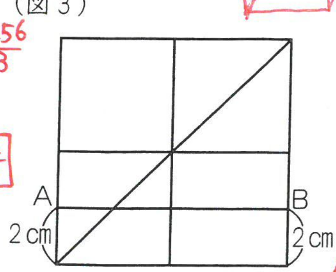
(2) この立体の体積を求めなさい。

立方体から四角すい2個を切り取る。$8\times8\times8-4\times4\times8\div3\times2=512-\frac{256}{3}$

$=\frac{1280}{3}$

$=\boxed{426\frac{2}{3}}$

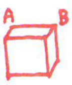
(図3)



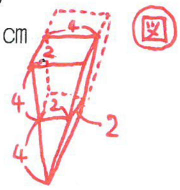
[真上から見た図]

(3) (図3)のように，直線ABを含み底面に垂直な平面でこの立体を切ったとき，小さい方の立体の体積を求めなさい。

この立体は，立方体から四角すい2個ぶんを切り取った立体。

この立体と  との交わった部分の体積を求めるのだから， から，四角すいと  の交わった部分を引けばよい。

交わった部分は図のようになっていて，上は台形柱で下は四角すい。

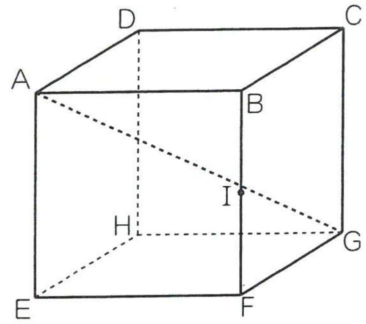


↳ $(4+2)\times4\div2\times2$
$=24$

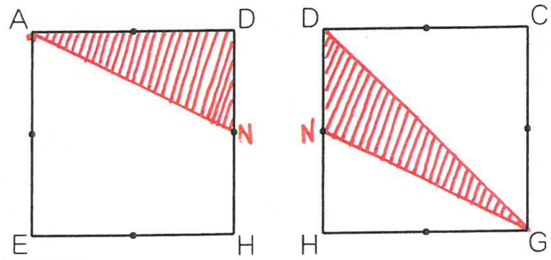
→ $2\times2\times4\div3=\frac{16}{3}$

$2\times8\times8-(24+\frac{16}{3})=\boxed{98\frac{2}{3}}$

7　１辺の長さが10cmの立方体の箱があります。辺ＢＦの真ん中の点をＩとします。２つの頂点Ａ，Ｇを両はしとするまっすぐな棒が置いてあります。



(1)　光源を点Ｉから点Ｆまで辺ＢＦ上を移動させると，棒ＡＧの影が面ＡＥＨＤ上と面ＤＨＧＣ上で移動します。このときそれぞれの面上で，影が移動した部分を右の図に斜線で示しなさい。ただし，図の黒丸は各辺の真ん中の点を表します。



(2)　次に，棒を取り出して頂点Ｃ，Ｅが両はしとなるように棒を置きます。そして光源を，再び点Ｉから点Ｆまで移動させます。面ＤＨＧＣ上で，(1)のときも，このときも影にならない部分の面積を求めなさい。

(Nとする)

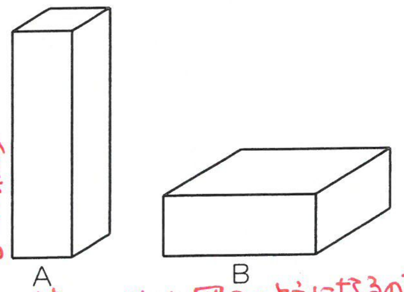
(1) AGの中点をMとすると，Iに光源があればDHの中点にMの影ができ，Fに光源があればDにMの影ができる。よって，Iに光源があればAMの影はANになり，MGの影はNGになる。また，Fに光源があればAMの影はADになり，MGの影はDGになる。よって図の斜線のようになる。

(2) (1)と同様にして，Iに光源があればCMの影はCNになり，Fに光源があればCMの影はCDになるから，面DHGC上では　となる。(1)の図と重ねると　となり，アは $10\times\frac{20}{3}\div2=\frac{100}{3}$，イは $10\times5\div2=25$ だから $\frac{100}{3}+25=\boxed{58\frac{1}{3}}$

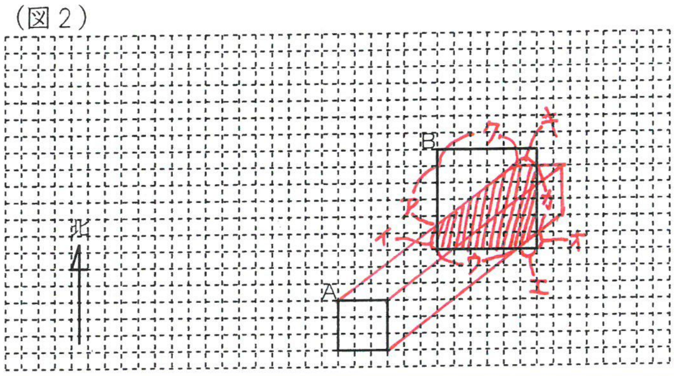
クロス形を利用

8　(図１)のように，平らな土地にＡ，Ｂ，２つの直方体の建物があります。Ａは，底面が１辺15ｍの正方形で高さが60ｍ，Ｂは，底面が１辺30ｍの正方形で高さが12ｍです。(図２)はこれらを真上から見た図です。これについて，次の問いに答えなさい。

(図１)



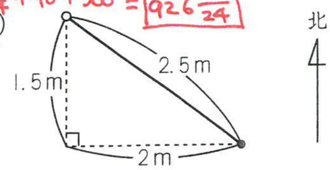
(図２)



(2) Aの屋上からBの屋上まで，高さは $60-12=48$m ちがう。
1.8mのときの棒のかげは図3のようになるので，48mのときは，$48\div1.8=\frac{80}{3}$ 倍。
$2.5\times\frac{80}{3}=\frac{200}{3}$，$1.5\times\frac{80}{3}=40$，$2\times\frac{80}{3}=\frac{160}{3}$ だから
Bの屋上には，左図の斜線部分のような影ができる。その面積は，$\underset{アイ}{25}\times\underset{ウエ}{30}-\underset{エ}{5}\times\underset{オ}{\frac{15}{4}}\div2-\underset{ア}{\frac{35}{2}}\times\underset{ク}{\frac{70}{3}}\div2=536\frac{11}{24}$
他に西壁に $\underset{イ}{\frac{15}{2}}\times12=90$，南壁に $\underset{ウ}{25}\times12=300$ の影ができるので，$536\frac{11}{24}+90+300=\boxed{926\frac{11}{24}}$

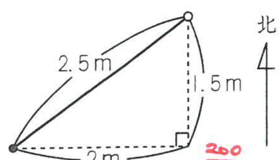
(1)　午前中のある時刻に，1.8ｍの棒の影の長さは2.5ｍで，真上から見ると(図３)のようになりました(●は棒，○は影の先端を表しています)。この時刻にできるＡの影の面積を求めなさい。

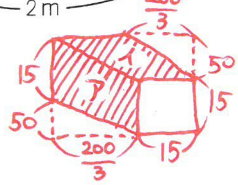
(図３)



(2)　午後のある時刻に，1.8ｍの棒の影の長さは2.5ｍで，真上から見ると(図４)のようになりました(●は棒，○は影の先端を表しています)。この時刻に，Ａの影の一部がＢの南側壁面と西側壁面および屋上の面の３面にできました。Ｂの南側壁面と西側壁面および屋上の面にできたＡの影の面積の合計を求めなさい。

(図４)





(1) 1.8mの棒のかげが図3のようになるので，高さが60mであるAなら，かげは $60\div1.8=\frac{100}{3}$ 倍になり，$2.5\times\frac{100}{3}=\frac{250}{3}$，$1.5\times\frac{100}{3}=50$，$2\times\frac{100}{3}=\frac{200}{3}$ だから，右図のような影ができる。
アは $15\times\frac{200}{3}=1000$，イは $15\times50=750$ だから，$1000+750=\boxed{1750}$