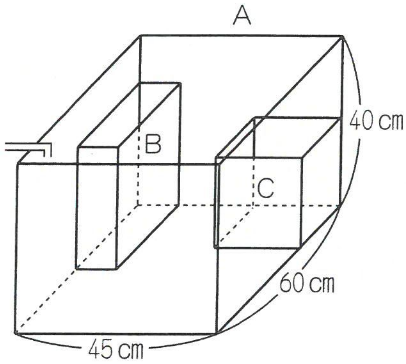
第５回　変化をとらえる問題Ⅱ

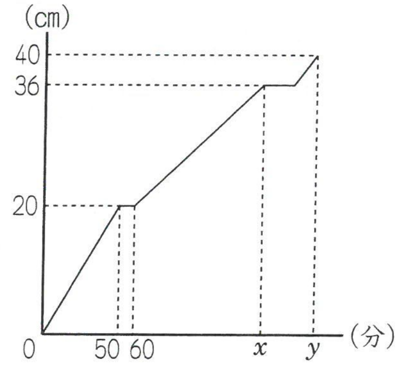
解答は83ページ

1 （図１）のような，直方体の形をした水そうＡの底に，Ｂ，Ｃ２つの小さい水そうが取りつけてあります。Ｂは直方体，Ｃは立方体の形をしていて，ＢはＣよりも深くなっています。いま，空の水そうＡに一定の割合で水を入れたところ，Ａの水の深さは（図２）のように変化しました。これについて，次の問いに答えなさい。

（図１）



（図２）



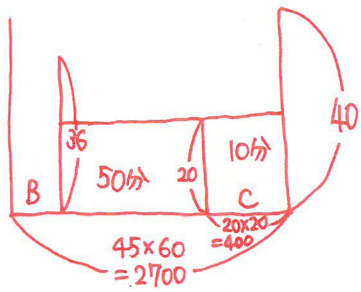
(1) 毎分何cm³の割合で水を入れましたか。

400×20=8000 を10分で入ったので，8000÷10=$\boxed{800}$

(2) （図２）の x，y にあてはまる数を，それぞれ求めなさい。

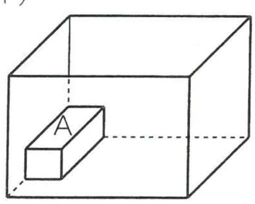
B以外の部分には，60分で20cmの深さまで水が入った。
36cmまで入れるには，3×36=$\boxed{108}$分。→ x
また，水そう全体の体積は，2700×40=108000
だから，108000÷800=$\boxed{135}$ → y

約分
3分で1cm

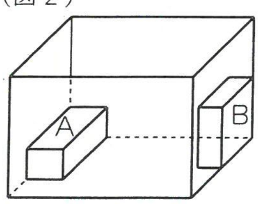


2 同じ形をした直方体の水そうが２つと，２種類の直方体のレンガＡ，Ｂがあります。一方の水そうには（図１）のようにＡだけを置き，もう一方の水そうには（図２）のようにＡとＢを置きました。この２つの水そうに，どちらも毎分240 cm³の割合で同時に水を入れました。（図３）のグラフは，このときの水を入れ始めてからの時間と水の深さの関係を表したものです。これについて，次の問いに答えなさい。

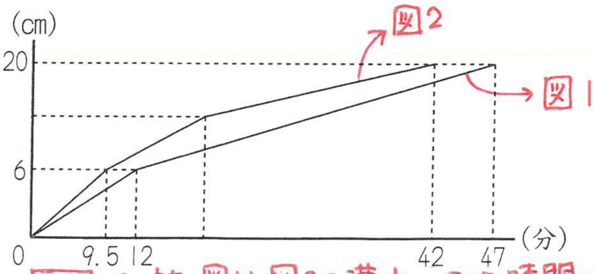
（図１）



（図２）



（図３）



(1) 水そうの底面積は何cm²ですか。

(2) レンガＡとレンガＢの底面積と高さをそれぞれ求めなさい。

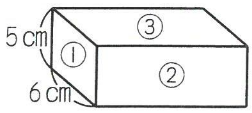
→600−(380+120)=$\boxed{100}$cm²。また，図1と図2の満水になった時間のちがいから，Bの体積は 240×(47−42)=1200cm³なので，Bの高さは 1200÷100=$\boxed{12}$cm。

(1) 図1のグラフにより，12分から47分までの 47−12=35分で，240×35=8400cm³入って，水の深さは20−6=14cm深くなったから，水そうの底面積は，8400÷14=$\boxed{600}$cm²。

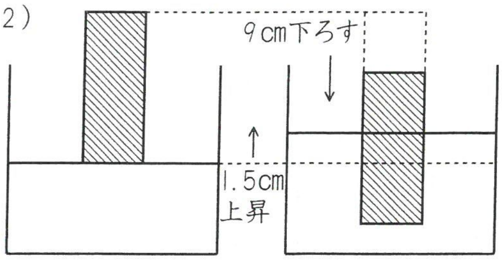
(2) 図1のグラフにより，0分から12分までの12分で，240×12=2880cm³入って，水の深さは6cmになったのだから，水が入った部分の底面積は，2880÷6=480cm²。よってAの底面積は，600−480=$\boxed{120}$cm²。Aの高さは$\boxed{6}$cm。
また，図2のグラフにより，0分から9.5分までの9.5分で，240×9.5=2280cm³入って，水の深さは6cmになったのだから，水が入った部分の底面積は，2280÷6=380cm²。よってBの底面積は，

3 (図1)のような鉄でできた直方体があります。この直方体の3辺の長さは5cm, 6cm, $x$cmです。各面が長方形でできている水そうに水を張り，この鉄を静かに入れていきます。鉄を全部水の中に入れても水そうから水はあふれません。(図2)のように①の面を水面にぴたりとつけてから，鉄を9cm下ろしたら，水面は1.5cm上昇しました。鉄の一部は水面より上にありました。次に②の面を水面にぴったりとつけて，そこから鉄を下ろした長さと水面が上昇した長さをはかりました。そのときのグラフが(図3)です。これについて，次の問いに答えなさい。

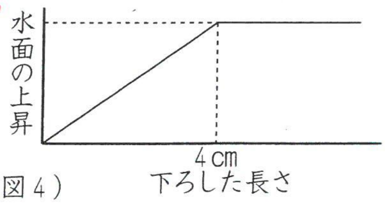
(図1)



(図2)



(図3)

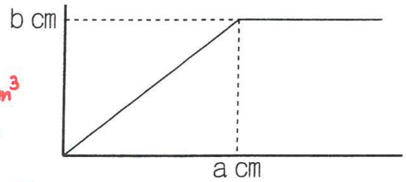


(1) 水そうの底面積を求めなさい。鉄は水中に，9+1.5=10.5cm入った。
5×6×10.5=315cm³ 入って水面は1.5cm上がったのだから，水そうの底面積は
315÷1.5=$\boxed{210}$cm²。

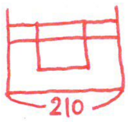
(2) $x$cmとは何cmのことですか。

(3) ③の面をぴったりと水面につけてから同様のことを行ったときのグラフは(図4)のようになります。aとbの値を求めなさい。

(図4)



(2)

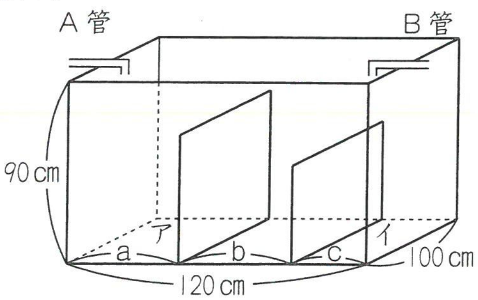


水面は 6−4=2cm上がったので，水かさが 210×2=420cm³ ふえた。よって，この直方体の体積が420cm³ だから，
x=420÷(5×6)=$\boxed{14}$cm。

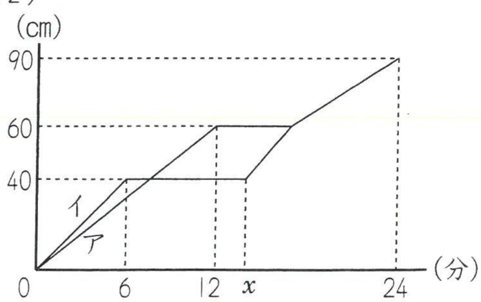
(3) (2)と同様に，水面は2cm上がるはずだから，直方体を 5−2=$\boxed{3}$cm下ろした。これが a。
bはもちろん$\boxed{2}$cm。

4 (図1)のような直方体の容器に，2枚の仕切り板が側面に平行に立っています。いま，A管からは毎分25 ℓ の割合でアの部分に，B管からもある一定の割合でイの部分に同時に水を入れたところ，入れ始めてからの時間とア，イの部分の水面の高さの関係は，(図2)のグラフのようになりました。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，仕切り板の厚さは考えないものとします。

(図1)



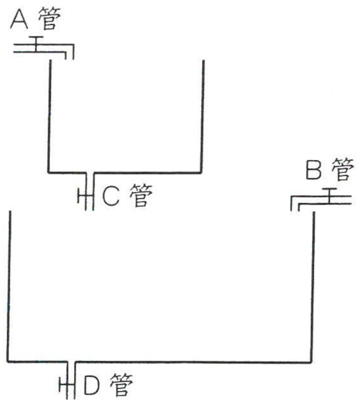
(図2)



(1) B管からは毎分何ℓの割合で水が入りますか。
容器が水でいっぱいになったのは24分後で，120×100×90=1080000cm³→1080L。1分あたり，1080÷24=45L ずつ，AとBで入れたから，Bは 45−25=$\boxed{20}$Lずつ。

(2) (図1)のa，b，cの値をそれぞれ求めなさい。
アの部分は，12分で60cm。1分に25Lずつ入れたので，a=25000×12÷(60×100)=$\boxed{50}$cm。イの部分は，6分で40cm。1分に20Lずつ入れたので，c=20000×6÷(40×100)=$\boxed{30}$cm。
よってbは，120−(50+30)=$\boxed{40}$cm。

(3) (図2)のxの値を求めなさい。
xは12分よりもあとだから，アからも水がやってくる。x分のときに，全部で
(50×60+40×40+30×40)×100=580000cm³
の水を，1分にA+B=45Lずつ入れた。
x=580000÷45000=$\boxed{12\frac{8}{9}}$



5 大小２つの水そうがあります。水そうに水を入れる管Ａ，Ｂから出る水量は等しく，水そうから水を排出する管Ｃ，Ｄから出る水量は等しくなっています。また，Ｂ，Ｃから出る水と小さい水そうからあふれ出た水はすべて大きい水そうに入ります。いま，２つの水そうが空の状態のとき，Ａ管を開き，Ｂ管，Ｃ管，Ｄ管を閉じたところ，小さい水そうは20分後に，大きい水そうは１時間40分後にいっぱいになりました。そして，もう一度２つの水そうを空にして，Ａ管とＤ管を開き，Ｂ管とＣ管を閉じたところ，大きい水そうは４時間20分後にいっぱいになりました。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) 小さい水そうと大きい水そうの容積の比を求めなさい。

1時間40分

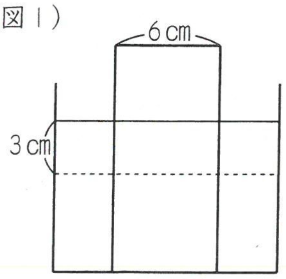
Aから1分に1ずつ入るとすると，小さい水そうは 1×20＝20。小と大の水そう合わせて 1×100＝100だから，大は 100−20＝80。 → 20：80＝$\boxed{1:4}$

(2) 水そうが空の状態のとき，４つの管Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄをすべて開くと，大きい水そうがいっぱいになるのは何時間何分後ですか。

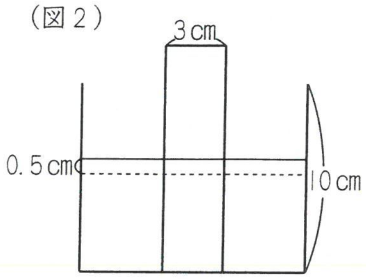
AとDだけを開いたとき，4時間20分＝260分で 小と大の水そうがいっぱいになった。
小は20分でいっぱいになり，そのときから Dで水を出しはじめた。
Dは 260−20＝240分で いっぱいになったので，1分に 80÷240＝$\frac{1}{3}$ずつ増えた。
Aでは1ずつ水を入れるのだから，Dでは 1−$\frac{1}{3}$＝$\frac{2}{3}$ずつ水を出す。
A,B,C,Dをすべて開くと，AとBでそれぞれ1ずつ水が入り，Dで$\frac{2}{3}$ずつ水を出す。Cは小の水そうから水を出すが，出した水は大きい水そうに入るから，小と大の水そうの和には影響しない。 (20+80)÷(1+1−$\frac{2}{3}$)＝75分 → $\boxed{1時間15分}$

6 深さ10cmの水そうにいくらかの水が入っています。Ａ，Ｂ２種類のおもりがあり，おもりＡは底面が１辺６cmの正方形で高さが12cmの直方体であり，おもりＢは底面が１辺３cmの正方形で高さが12cmの直方体です。(図１)のように，水そうの中におもりＡを立てて入れると，水面は３cm上がりました。また，(図２)のように，水そうの中におもりＢを立てて入れると，水面は0.5cm上がりました。これについて，次の問いに答えなさい。

(図１)



(図２)



(1) おもりＡの水の中にしずんでいる部分の体積は，おもりＢの水の中にしずんでいる部分の体積の何倍ですか。

→水そうの底面積×3　　→水そうの底面積×0.5

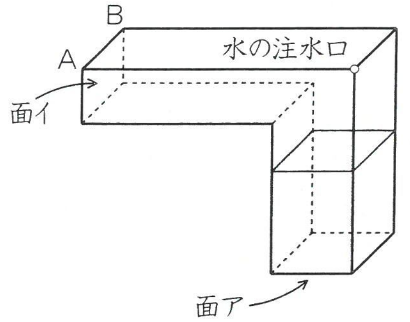
3÷0.5＝$\boxed{6}$倍

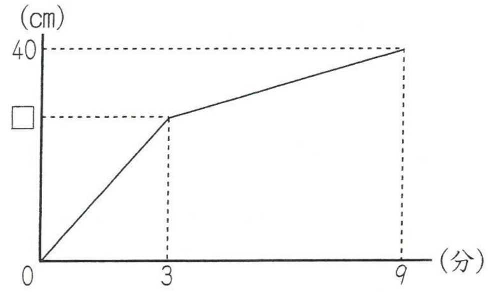
(2) (図１)の水の深さは，(図２)の水の深さの何倍ですか。(1)により，AとBの水の中にしずんでいる部分の体積の比は 6:1 で，底面積の比は (6×6):(3×3)＝4:1 だから，水の中にしずんでいる部分の深さの比は，(6÷4)：(1÷1)＝3:2 。よって，図1の水の深さは，図2の水の深さの，3÷2＝$\boxed{1.5}$倍になる。

(3) 水そうに入っている水の量は何cm³ですか。

図1と図2の水の深さを，(2)により③と②にすると，③−②＝①が，3−0.5＝2.5cm。
図1の水の深さは③だから，2.5×3＝7.5cm。
水中のAの体積は，6×6×7.5＝270cm³。
よって，水そうの底面積は，270÷3＝90cm²。
水そうに入っている水の量は，90×7.5−270＝$\boxed{405}$cm³。

7 図のような容器に，一定の割合で水を注ぎます。

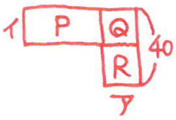




面アを底面として，毎分 1200 cm³の割合で水を注いだところ，９分でいっぱいになりました。上のグラフはそのときのようすを表しています。次に容器を空にして，今度は面イを底面として，毎分 1500 cm³の割合で水を注ぎました。すると注ぎ始めてから３分 12 秒後に，水の深さの増え方が，毎分 2.5 cm に変わりました。これについて，次の問いに答えなさい。

(1) グラフの□にあてはまる数を求めなさい。

(2) 容器の奥行き(図の辺ＡＢの長さ)を求めなさい。

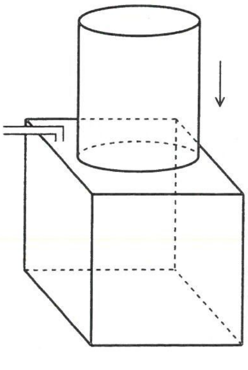
(1) 

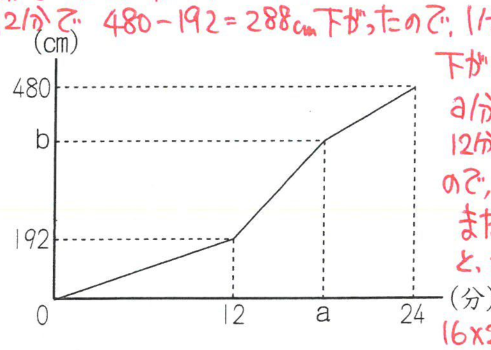
とする。 3分でRのところ，残り6分でPQのところに水が入ったから，$R=1200\times3=3600cm^3$，
$PQ=1200\times6=7200cm^3$。
また，イを底面にしたとき，3分12秒＝3.2分でPのところに水が入ったから，$P=1500\times3.2=4800cm^3$。
よって，$Q=7200-4800=2400cm^3$。$Q:R=2400:3600=2:3$ だから，$□=40\div(2+3)\times3=\boxed{24}$ cm。

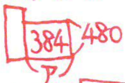
(2) イを底面にしたときに，QRの部分は，$(2400+3600)\div1500=4$分で入る。水の深さは毎分2.5cmずつ深くなるのだから，QRの部分の横の長さは，$2.5\times4=10$cm。奥行きは，$(2400+3600)\div(10\times40)=\boxed{15}$ cm。

8 深さ 480 cmの直方体の空の容器と円柱があり，円柱の底面は直方体の上の面と同じ高さにあります。容器に一定の割合で水を入れ始めるのと同時に，円柱を容器の底につくまで真下に一定の速さで降ろします。グラフは，水を入れ始めてから満水になるまでの時間と水面の高さの関係を表したものです。円柱の高さは 480 cm以上あるものとして，次の問いに答えなさい。

(1) 12分のとき，水面と円柱の底面がくっつき， となる。
水面は12分で192cm増えたので，1分に $192\div12=16$cmずつ増える。
円柱は12分で $480-192=288$cm下がったので，1分に $288\div12=24$cmずつ下がる。





a分のとき，円柱は底についた。12分のときから，192cmぶん下がったので，$12+192\div24=\boxed{20}\to a$。
また，水そうの底面積を1とすると，水は1分に $1\times16=16$ずつ入ることになり，24分では $16\times24=384$入って，


(1) グラフのａの値とｂの値を求めなさい。

となる。$384\div480=0.8$ だから，アの底面積は0.8。
20分のとき，水は $16\times20=320$ 入って となるので，bは $320\div0.8=\boxed{400}$

(2) 最初の状態にもどして，円柱を降ろしていく速さだけをもとの速さの $\frac{2}{3}$ にすると，水を入れ始めてから満水になるまでに何分かかりますか。

整理すると，水は1分に16ずつ入り，円柱は1分に $24\times\frac{2}{3}=16$cmずつ下がる。水そうの底面積を1にすると，円柱がある場合の水が入る部分の底面積は0.8。
円柱と水面がくっつくのは，$480\div(16+16)=15$分後で， のようになる。このときの水の深さは，$16\times15=240$cm
このあとも水は16ずつ増え続けるが，水面は $16\div0.8=20$cmずつ上がっていくのではなく，もっと上がっていく。なぜなら，円柱が水の中に $(1-0.8)\times16=3.2$ずつくいこんでいくので，$3.2\div0.8=4$cmずつよけいに上がっていき，$20+4=24$cmずつ上がっていくことになり，$240\div24=10$分で満水になるから，$15+10=\boxed{25}$ 分。