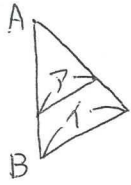
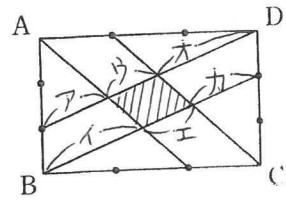


問題 4 1

長方形 ABCD があり、辺上の点は各辺を 3 等分しています。図のように長方形に 4 本の直線を引いたとき、影の面積と長方形 ABCD の面積比を求めなさい。



というピラミッド形から、ア:イ = 2:3

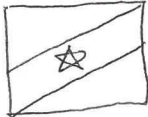


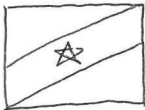
というピラミッド形から、イ:エ = 2:1

$$\begin{array}{r} \text{ア} \quad \text{イ} \quad \text{エ} \\ 2:3 \\ \quad 2:1 \\ \hline 4:6:3 \end{array}$$

とわかるので、ア=カ=4, イ=オ=6, ウ=エ=3 とする。

ア+ウ+オ は、 $4+3+6=13$ で、ウは 3 だから、

斜線部分は  の、 $\frac{3}{13}$ になる。

ところで  は長方形の $\frac{1}{3}$ だから、

斜線部分は長方形の、 $\frac{1}{3} \times \frac{3}{13} = \frac{1}{13}$ となる。

$$\frac{1}{13} : 1 = \boxed{1:13}$$

問題 4 2

次の各場合について、面積を求めなさい。

1 半径が 5cm, 曲線部分の長さが 5cm のおうぎ形。

2 おうぎ形から中心が一致するお

うぎ形を取り去った図形で、直線部分が 4cm, 曲線部分の長さが 3cm と 7cm。

図 1

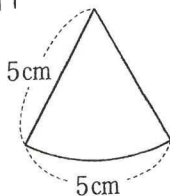
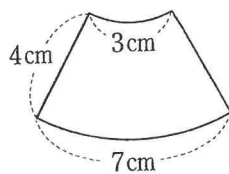


図 2



1 三角形とみなして、 $\underbrace{5} \times \underbrace{5} \div 2 = \boxed{12.5} \text{ cm}^2$
 底辺 高さ

2 台形とみなして、 $(3 + 7) \times 4 \div 2 = \boxed{20} \text{ cm}^2$ 。
 上底 下底 高さ

問題 4 3

円周率を 3.14 として、次の各問いに答えなさい。

1 図 1 は、底面の半径が 4cm の円柱をある平面で斜めに切ってできた立体です。この立体の体積と表面積を求めなさい。

2 図 2 は、たて、横、高さが順に 6cm, 8cm, 10cm の直方体を平面で切っているところを表しています。平面で切った下側の立体の体積を求めなさい。

3 図 3 は、底面積が 12cm^2 の三角柱を平面で切ってできた立体です。この立体の体積を求めなさい。高さはすべて底面に垂直であるものとします。

4 図 4 は、底面積が 72cm^2 で、底面が 6cm と 12cm の辺が平行になっている台形の四角柱を平面で切っているところを表しています。平面で切った下側の立体の体積と、 x の値を求めなさい。

図 1

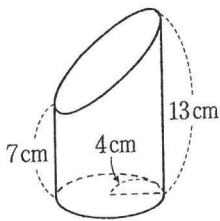


図 2

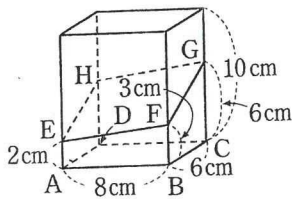


図 3

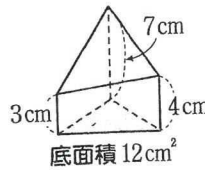
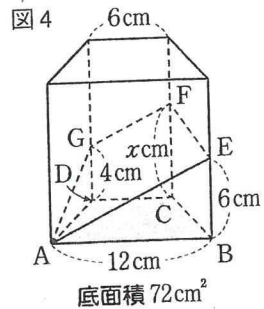


図 4



1 ① 高さも、 7cm と 13cm の平均である $(7+13) \div 2 = 10\text{cm}$ にして、
 $4 \times 4 \times 3.14 \times 10 = \boxed{502.4} \text{cm}^3$

② $4 \times 4 \times 3.14 + 4 \times 2 \times 3.14 \times 10 + 4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{5}{4} = \boxed{364.24} \text{cm}^2$
 底面 側面 上の面 \Rightarrow 正面から見ると

2 高さも、EA と GC の平均である $(2+6) \div 2 = 4\text{cm}$ にして、
 (2cm) (6cm)

$6 \times 8 \times 4 = \boxed{192} \text{cm}^3$
 底面積

3 高さも、 7cm と 4cm と 3cm の平均である $(7+4+3) \div 3 = \frac{14}{3}\text{cm}$
 にして、 $12 \times \frac{14}{3} = \boxed{56} \text{cm}^3$

4 AE のかたむきは、右に 12cm 進んで上に 6cm 進む。
 右:上 = 2:1 のかたむき。

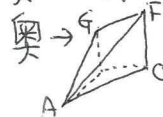
GF のかたむきも同じだから、 $6 \div 2 \times 1 = 3\text{cm}$ だけ上に進む。

$x = 4 + 3 = \boxed{7} \text{cm}$

① 平均の考え方は、そのままは使えないことに注意。

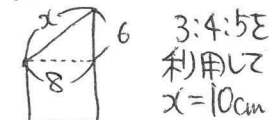
F, C, A を通る平面で切断する。手前と奥の立体に分かれる。

手前 \rightarrow $48 \times (7+6+0) \div 3 = 208 \text{cm}^3$



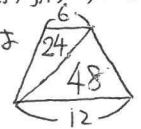
奥 \rightarrow $24 \times (7+4+0) \div 3 = 88 \text{cm}^3$

$208 + 88 = \boxed{296} \text{cm}^3$



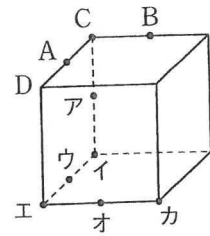
上の面は $\boxed{4}$ と $\boxed{5}$ とより、

半径 4cm の円の $\frac{5}{4}$ 倍とより。



問題 4 4

右の図は、1辺6cmの立方体で、点A, B, ア, ウ, 才はそれぞれ辺のまん中の点です。今、A, Bと次の各場合に指定する1点の3点を通る平面でこの立方体を切ったときの、切り口の形の名称と指定されているものを求めなさい。



- 1 点ア。Cを含む立体の体積。
- 2 点イ。Cを含む立体の体積と表面積。
- 3 点ウ。Cを含む立体の体積。
- 4 点エ。Cを含む立体の体積と表面積。
- 5 点オ。Cを含む立体の体積。
- 6 点カ。Cを含む立体の体積、切り口が辺Dエを切る位置のDからの距離。

1 三角すい。 $3 \times 3 \div 2 \times 3 \div 3 = 4.5 \text{ cm}^3$
切り口は **正三角形**

2 **体** $3 \times 3 \div 2 \times 6 \div 3 = 9 \text{ cm}^3$
表 広げると とよぶから、 $6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$
切り口は **二等辺三角形**

3 三角柱。 $3 \times 3 \div 2 \times 6 = 27 \text{ cm}^3$
切り口は **長方形**

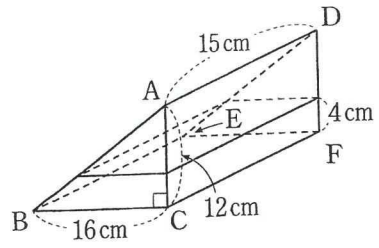
4 6cmであることを注意!!
体 $6 \times 6 \div 2 \times 12 \div 3 - 3 \times 3 \div 2 \times 6 \div 3 = 63 \text{ cm}^3$
表 $3 \times 3 \div 2 + 6 \times 6 \div 2 + (3+6) \times 6 \div 2 \times 2 +$
 と
 $(12 \times 12 - 6 \times 6 \div 2 - 6 \times 12 \div 2 \times 2) - (6 \times 6 - 3 \times 3 \div 2 - 3 \times 6 \div 2 \times 2)$
切り口
 $= 117 \text{ cm}^2$

5 手前と奥は全く同じ立体なので、 $6 \times 6 \times 6 \div 2 = 108 \text{ cm}^3$

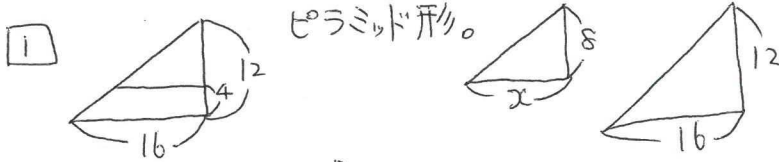
6 切り口の形は左右対称なので、 $b=e, f=c$ 。
 $a:d=1:2$ だから、 $b:c$ も $1:2$ 。よって $e:c$ も $1:2$ 。
 $e=6 \div (1+2) \times 1 = 2 \text{ cm}$ 。
右図のようにのぼすと、 $e:c=1:2$ だから、
 $x=6 \div 2 = 3 \text{ cm}$ 。 y も同様にして 3 cm 。
 $(6+3) \times (6+3) \div 2 \times 6 \div 3 - 3 \times 3 \div 2 \times 2 \div 3 \times 2 = 75 \text{ cm}^3 \rightarrow$ 手前の立体の体積
奥の立体は、 $6 \times 6 \times 6 - 75 = 141 \text{ cm}^3$

問題 4 5

右の図の容器 ABC-DEF は、底面 ABC が AC=12cm, BC=16cm, 角 C が直角の直角三角形で、高さが AD=15cm である三角柱の形をしています。今、この容器に水を入れて密閉し、面 BCFE を水平に保つと、水の深さは 4cm になりました。このとき、次の各問いに答えなさい。



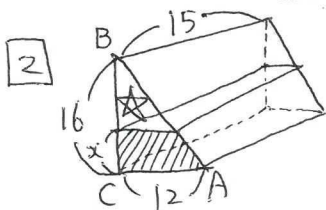
- 1 面 ABC が底になるように水平に置くと、水の深さは何 cm になりますか。
- 2 面 ACFD が底になるように水平に置くと、水の深さは何 cm になりますか。



8:12=2:3 だから
 $x = 16 \div 3 \times 2 = \frac{32}{3} \text{ cm}$

水の体積 = $(\frac{32}{3} + 16) \times 4 \div 2 \times 15 = 800 \text{ cm}^3$
 ABC が底になるように置くと、底面積は $16 \times 12 \div 2 = 96 \text{ cm}^2$ だから、

$800 \div 96 = \boxed{8\frac{1}{3}} \text{ cm}$



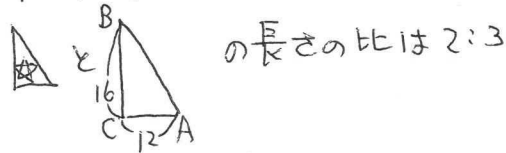
$800 \div 15 = \frac{160}{3} \text{ cm}^2 \rightarrow$ 左図の斜線部分

$12 \times 16 \div 2 = 96 \text{ cm}^2 \rightarrow$ 三角形 ABC

$96 - \frac{160}{3} = \frac{128}{3} \text{ cm}^2 \rightarrow \star$

$\frac{128}{3} : 96 = 4 : 9 \rightarrow \star$ と三角形 ABC の面積の比

$4 : 9 = (2 \times 2) : (3 \times 3)$ だから、



$16 \div 3 \times 2 = \frac{32}{3}$

$16 - \frac{32}{3} = \boxed{5\frac{1}{3}} \text{ cm} \rightarrow x$

問題 4 6

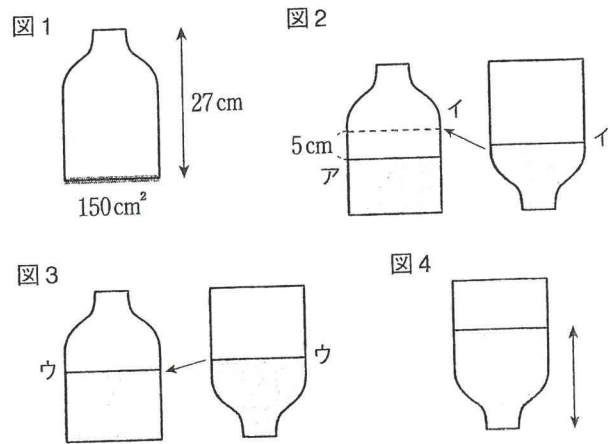
図1のような底面から口の近くまでは円柱になっていて、口の近くで少しせばまっている形のびんがあります。このびんの底面積は 150cm^2 で、高さは 27cm です。今、このびんに 1.5 リットルの水を入れたところ、図2のように水面はアのところになりました。そして、このびんにふたをして逆にしたところ、水面はアよりもびんの口に近いイのところになり、びんに印をつけると、びんについた印のアとイは 5cm ずれていました。このとき、次の各問いに答えなさい。

1 このびんの容積は何リットルですか。

2 図3のように、このびんに水を入れたところ、水面がウのところになりました。そして、このびんにふた

をして逆にしたところ、水面は同じくウのところになりました。このとき、入れた水の量は何リットルですか。

3 図4のように、このびんに 2.4 リットルの水を入れてふたをし、逆にしたとき、水面の高さは何 cm になりますか。

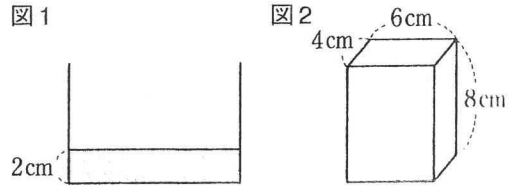


- 1 びんの底からアまでの容積は 1.5 リットル。
 びんの底からイまでの容積は 1.5 リットル + $150\text{cm}^2 \times 5\text{cm} = 2.25$ リットル
 よって、水の入っていない部分の容積も 2.25 リットル。
 びんの水が入っている部分は 1.5 リットルで、入っていない部分は 2.25 リットル
 だから、びんの容積は、 $1.5 + 2.25 = \boxed{3.75}$ リットル。
- 2 図3左を見て、水の量は、底からウまで。
 図3右を見て、水の入っていない部分も、底からウまで。
 水の量と、水の入っていない部分の体積は同じで、
 全体は 1 で求めたように 3.75 リットルだから、 $3.75 \div 2 = \boxed{1.875}$ リットル
- 3 2.4 リットル = 2400cm^3
 びんの容積は 3.75 リットル = 3750cm^3 だから、
 水の入っていない部分の体積は、 $3750 - 2400 = 1350\text{cm}^3$
 $1350 \div 150 = 9\text{cm}$ → 水の入っていない部分の高さ
 $27 - 9 = \boxed{18}$ cm

問題 4 7

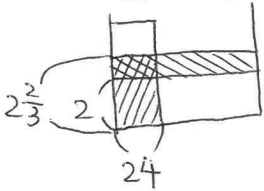
図1のように、2cmの深さまで水の入った直方体の形をした容器があります。今、この容器に、図2のような直方体のおもりを入れます。おもりは容器の底面におもりの面が接するように入れるものとします。おもりの入れる向きによって3通りの入れ方があり、水面の上がり

方が少ない順に水面の深さは、 $2\frac{2}{3}$ cm, 3cm, x cm となりました。このとき、 x を求めなさい。



底面積が小さいおもりを入れると、あまり水面は上昇しない。
 よって、図2のおもりの $4 \times 6 = 24\text{cm}^2$ の部分を底につけると水面は $2\frac{2}{3}\text{cm}$ になり、
 " $4 \times 8 = 32\text{cm}^2$ " 3cm "
 " $6 \times 8 = 48\text{cm}^2$ " $x\text{cm}$ になる。

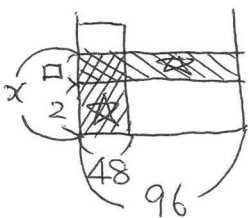
24cm^2 の部分を底につけると、



$$24 \times 2\frac{2}{3} = 64$$

$$64 \div (2\frac{2}{3} - 2) = 96\text{cm}^2 \rightarrow \text{容器の底面積}$$

48cm^2 の部分を底につけると、



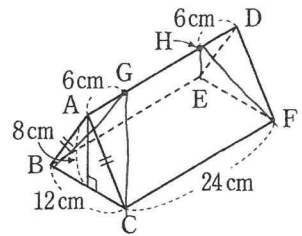
$$48 \times 2 = 96\text{cm}^2 \rightarrow \star$$

$$96 \div (96 - 48) = 2\text{cm} \rightarrow \square$$

$$x = 2 + 2 = \boxed{4}\text{cm}$$

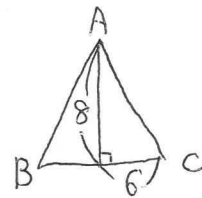
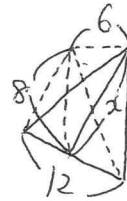
問題 48

右の図は、底面が底辺 12cm、高さ 8cm の二等辺三角形であり、高さが 24cm の三角柱 ABC-DEF です。今、この三角柱を B, C, G を通る平面と、E, F, H を通る平面で切ってまん中に残る立体を考えます。この立体の体積と表面積を求めなさい。



① 底面積を $12 \times 8 \div 2 = 48 \text{ cm}^2$ とし、
 高さを GH, BE, CF の平均である $(12 + 24 + 24) \div 3 = 20 \text{ cm}$ と
 して、 $48 \times 20 = \boxed{960} \text{ cm}^3$

② 三角形 GBC の底辺を 12 cm とすると、
 高さは右図の x の部分で、
 3:4:5 を利用して 10 cm。
 台形 GCFH の高さは、AC の長さと同じ。
 AC の長さは、3:4:5 を利用して、10 cm。



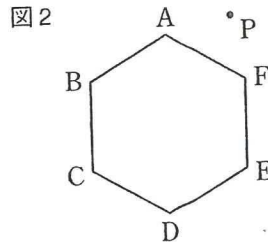
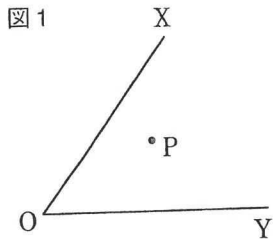
$$\frac{12 \times 10 \div 2 \times 2}{\text{三角形 GBC}} + \frac{(12 + 24) \times 10 \div 2 \times 2}{\text{台形 GCFH}} + \frac{12 \times 24}{\text{底面 GBEH}}$$

$$= 120 + 360 + 288$$

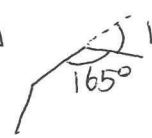
$$= \boxed{768} \text{ cm}^2$$

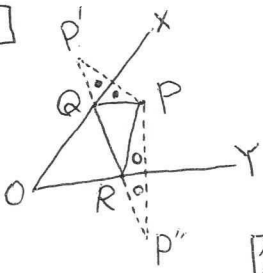
問題 4 9

- 1 ^{とつ} 凸十角形の内角の和, 外角の和, 対角線の本数を求めなさい。
- 2 1つの内角の大きさが 165 度の正多角形は正何角形ですか。
- 3 図1のOX上に点Q, OY上に点Rをとって三角形PQRを作り, 三角形PQRの周りの長さを最小にするには, どのようにQ, Rをとればいいですか, 説明しなさい。
- 4 図2は正六角形ABCDEFと, その外側にある点Pです。Pを通る直線を引いて, この正六角形の面積を2等分する方法を説明しなさい。



① $180 \times (10 - 2) = \boxed{1440}$ 度 \rightarrow 内角の和
 外角の和は, 何角形でも $\boxed{360}$ 度
 $(10 - 3) \times 10 \div 2 = \boxed{35}$ 本 \rightarrow 対角線

②  1つの外角は, $180 - 165 = 15^\circ$
 外角の和は, 何角形でも 360° なので
 $360 \div 15 = \boxed{24}$ 角形。

③  $\circ \times \circ, \circ \times \circ$ は合同なので, $PQ = P'Q, PR = P''R$
 よって, $PQ + QR + RP$ を最小にするには,
 $P'Q + QR + RP''$ を最小にしなければならぬ。
 そのためには, P'からP''まで一直線に引けばよい。

答 OXを軸にして, Pに線対称な点をP'とし,
 OYを軸にして, Pに線対称な点をP''とする。
 P'P''とOXとが交わった点をQとし,
 P'P''とOYとが交わった点をRとする。

④ ADとBFが交わった点に, Pから糸をひく。

問題 50

- 1 図1において、印をつけている角度の和を求めなさい。
- 2 図2の AB と CD は平行です。アの大きさを求めなさい。
- 3 図3のように、直角三角形と2つの正三角形があります。イの大きさを求めなさい。

図1

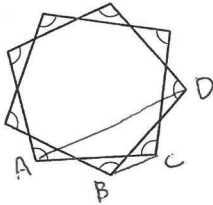


図2

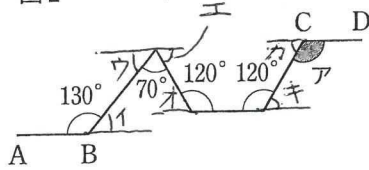
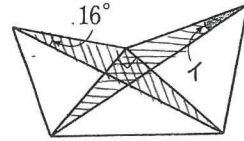
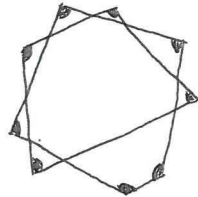


図3



1  において、角A+角Dと、角B+角Cは等しい。
 移動させると、

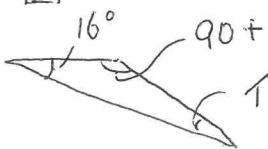


とより、四角形と五角形の内角の

和になるから、 $360 + 540 = \boxed{900}$ 度。

2 図2において、 $\angle \text{イ} = 50^\circ$ 、 $\angle \text{ウ}$ も 50° 、 $\angle \text{エ}$ は $180 - (50 + 70) = 60^\circ$
 $\angle \text{カ}$ も 60° 、 $\angle \text{キ}$ も 60° 、 $\angle \text{カ}$ も 60° だから、 $\angle \text{ア} = 180 - 60 = \boxed{120}^\circ$

3 図3において、斜線をつけた三角形とうしは合同。



$90 + 60 = 150^\circ$

$\angle \text{イ} = 180 - (16 + 150) = \boxed{14}^\circ$

問題 5 1

竹ひごが6本あり、長さは短い方から4cm, 5cm, 5cm, 8cm, 9cm, 10cm
となっています。この中から3本を取り出して三角形を作ると、全部で何種類の
三角形が作れますか。

「小+中>大」を忘れずに。

5cmを2本とも使う場合 ... 4, 5, 5 → ○

5, 5, 8 → ○

5, 5, 9 → ○

5, 5, 10 → $5+5=10$ なので ×

5cmを1本だけ使う場合 ... 4, 5, 8 → ○

4, 5, 9 → $4+5=9$ なので ×

4, 5, 10 → $4+5 < 10$ なので ×

5, 8, 9 → ○

5, 8, 10 → ○

5, 9, 10 → ○

5cmを使わない場合 ... 4, 8, 9 → ○

4, 8, 10 → ○

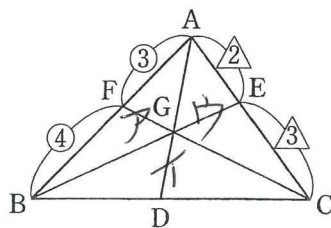
4, 9, 10 → ○

8, 9, 10 → ○

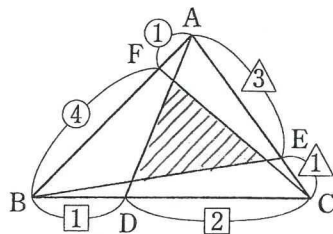
全部で 11 種類。

問題 5 2

1 右の図は、三角形 ABC の辺 AB を 3:4 に分ける点を F、辺 CA を 3:2 に分ける点を E とし、B と E、C と F を結んだものです。また、BE と CF の交点を G とし、AG の延長が BC と交わる点を D とします。このとき、BD:DC と、AG:GD を求めなさい。



2 右の図は、三角形 ABC の辺 AB を 1:4 に分ける点を F、辺 BC を 1:2 に分ける点を D、辺 CA を 1:3 に分ける点を E とし、A と D、B と E、C と F を結んだものです。このとき、影の部分の面積と三角形 ABC の面積比を求めなさい。



1 ア イ ウ
 2:3
 4:3

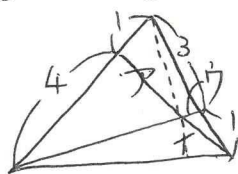
 8:12:9

BD:DC = ア:ウ = 8:9

AG:GD = アウ:イ = (8+9):12 = 17:12

2 内部に引いた3本の線のうち、1本ずつ無視する。

AD を無視したとき



ア イ ウ
 3:1
 4:1

 12:4:1

イは全体の $\frac{4}{12+4+1} = \frac{4}{17}$

BE を無視したとき

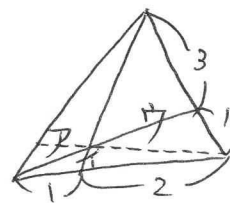


ア イ ウ
 1:2
 4:1

 1:8:2

ウは全体の $\frac{2}{1+8+2} = \frac{2}{11}$

CF を無視したとき

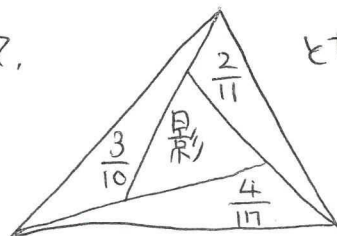


ア イ ウ
 1:2
 3:1

 3:1:6

アは全体の $\frac{3}{3+1+6} = \frac{3}{10}$

よって、

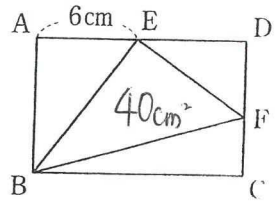


よって、影の部分 = $1 - \left(\frac{4}{17} + \frac{2}{11} + \frac{3}{10} \right) = \frac{529}{1870}$

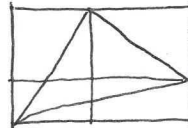
$\frac{529}{1870} : 1 = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">529:1870$

問題 5 3

右の図は、面積が 100cm^2 の長方形 ABCD の辺 AD 上に点 E, 辺 CD 上に点 F をとり、三角形 BFE をかいたものです。三角形 BFE の面積が 40cm^2 , AE の長さが 6cm のとき、CF の長さを求めなさい。

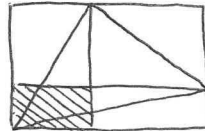


3つの三角形をすべて折り返すと



となる。

3つの三角形の面積の和は、 $100 - 40 = 60\text{cm}^2$ だから、折り返した全体の面積は $60 \times 2 = 120\text{cm}^2$ になるはずだが、実際は 100cm^2 。 $120 - 100 = 20\text{cm}^2$ だけ違っている理由は、三角形が重なっている部分

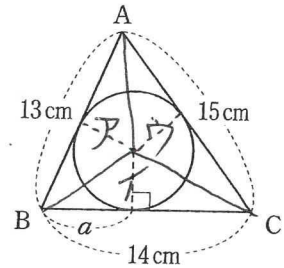


があるから。

この部分の横の長さは 6cm だから、たては $20 \div 6 = 3\frac{1}{3}\text{cm}$ 。
よって CF も $\boxed{3\frac{1}{3}}\text{cm}$ 。

問題 5 4

右の図は、 $AB=13\text{cm}$ 、 $BC=14\text{cm}$ 、 $CA=15\text{cm}$ の三角形 ABC の中に、円がぴったり入っているものです。この三角形 ABC は BC を底辺とすると高さが 12cm になります。このとき、円の半径と a の長さを求めなさい。



三角形 ABC の面積は、 $14 \times 12 \div 2 = 84 \text{cm}^2$

$$ア = 13 \times \text{半径} \div 2,$$

$$イ = 14 \times \text{半径} \div 2,$$

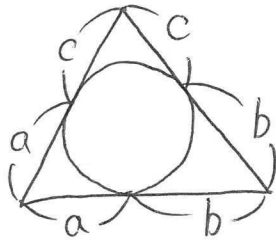
$$ウ = 15 \times \text{半径} \div 2 \text{ ため、}$$

$$13 \times \text{半径} \div 2 + 14 \times \text{半径} \div 2 + 15 \times \text{半径} \div 2 = 84$$

$$\underbrace{(13 + 14 + 15)}_{42} \times \text{半径} \div 2 = 84$$

$$\text{半径} = 84 \times 2 \div 42 = \boxed{4} \text{cm}$$

また、



とすると、

$$a + b = 14 \text{cm}$$

$$b + c = 15 \text{cm}$$

$$c + a = 13 \text{cm}$$

$$\text{加えると、} (a + b + c) \times 2 = 14 + 15 + 13 = 42 \text{cm}$$

$$a + b + c = 42 \div 2 = 21 \text{cm}$$

$$b + c = 15 \text{cm ため、}$$

$$a = 21 - 15 = \boxed{6} \text{cm}$$

問題 5 5

図1, 図2の円柱はいずれも同じです。A, Bは上の底面の直径の両端で, Cは下の底面の周上であってAのま下の点です。図1は, 円柱の側面上を点Bから1周半で点Cまで糸を巻きつけた様子を, 図2は, 円柱の側面上を点Aから図1とは逆の方向にちょうど2周で点Cまで糸を巻きつけた様子を表しています。この両方の糸の巻きつけがすんだとき, 円柱の側面は2本の糸によっていくつの部分に分けられますか。

図1

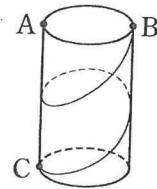


図2

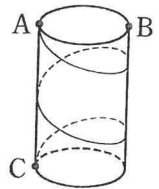
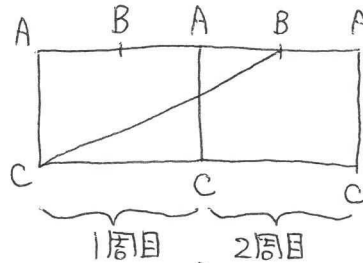


図1では1周半だから,



1周目と2周目を重ねると,

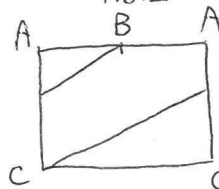
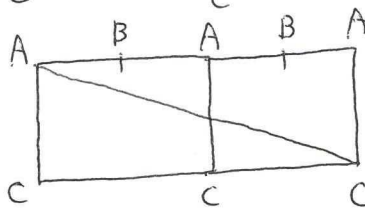


図2では2周だから,



1周目と2周目を重ねると,

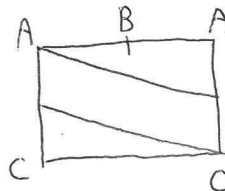
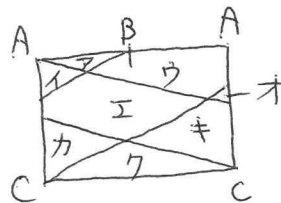


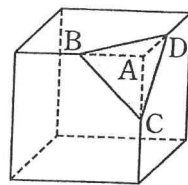
図1と図2を重ねて書くと,



イとウ, エとオ, カとキはつながっているのて,

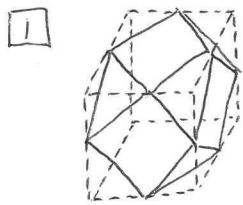
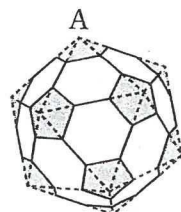
「ア」「イとウ」「エとオ」「カとキ」「ク」の **5** つ。

1 右の図は、立方体の1つの頂点 A から出る 3 本の辺のまん中の点 B, C, D を通る平面で頂点 A を切り取る様子を表しています。この立方体の 8 つのすべての頂点に対してこの操作を行ってできた立体の、面、頂点、辺の数を求めなさい。



2 正五角形だけでできている立体の面、頂点、辺の数を求めなさい。

3 右の図は正二十面体(正三角形の面 20 枚からできている)の 1 つの頂点(A とする)から出る 5 本の辺を 3 等分する点のうち、A に近いものを通る平面で頂点 A を切り取るという操作を、すべての正二十面体の頂点に対して行ったときにできた立体の様子を表しています。このときできた立体の面、頂点、辺の数を求めなさい。



① (面) もともとあった 6 面は、小さくはなったがなくなつたわけではないので、6 面のまま残っている。
 さらに、1 回切ることにより、1 つの面ずつ新しくできるので、8 回切ると 8 つの面が新しくできる。6 + 8 = 14 面
 (頂点) 立方体の辺があった場所のどまん中にだけ、いま頂点ができています。
 立方体の辺は 12 本あるから、いまある頂点も 12 個。
 (辺) 立方体の面の中に、いま辺は 4 本ずつある。
 立方体の面は 6 面あるから、4 × 6 = 24 本。

2 正多面体は、全部で 5 種しかない。

面の数と、面の形をおぼえておくこと。

正五角形でできているのは正十二面体なので、面は 12 面。

1 つの正五角形には 5 本の辺があり、全部で 12 個の正五角形があるので、5 × 12 = 60 本の辺があるように見えるが、

辺と辺がくっついて 1 本の辺になるわけだから、60 ÷ 2 = 30 本。

また、オイラーの定理「点 + 面 - 辺 = 2」を利用して、
 頂点の数は、2 + 30 - 12 = 20 個。

正四面体	正三角形
正六面体	正方形 (立方体)
正八面体	正三角形
正十二面体	正五角形
正二十面体	正三角形

3 正二十面体の面の数は 20、辺の数は 3 × 20 ÷ 2 = 30、頂点の数は 2 + 30 - 20 = 12。

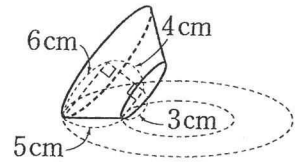
切りとてできた立体の面は、もともとあった 20 面がそのまま残っていて、さらに頂点の部分を 1 回切ることにより、1 つの面ずつ新しくできるので、頂点の数である 12 回切ると 12 個の面が新しくできる。20 + 12 = 32 面。

また、辺の数は、もともとあった 30 本がそのまま残っていて、さらに頂点の部分を 1 回切ることにより、5 本ずつ新しくできるので、30 + 5 × 12 = 90 本。

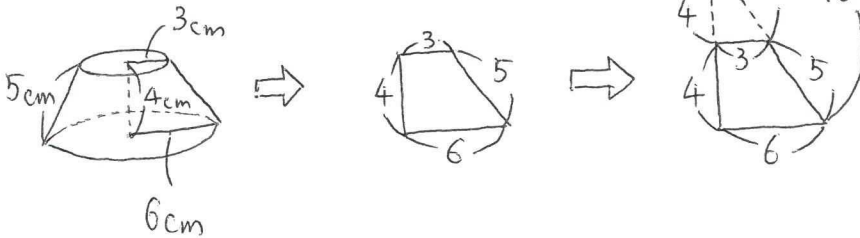
頂点の数は、もともとあった頂点はなくなっているが、1 回切ることにより新しく 5 個の頂点ができるので、5 × 12 = 60 個。

問題 57

右の図は、上底面の半径が 3 cm、下底面の半径が 6 cm、高さが 4 cm、母線の長さが 5 cm の円すい台が、平面上を転がる様子を示しています。このとき、この円すい台は平面上を回転して再び同じ位置にくるまでに、何回転しますか。ただし、円周率は 3.14 とします。



円すい台を転がそうと、円すい台の上の部分をはらしてできる円すいを転がそうと、回転数は同じ。

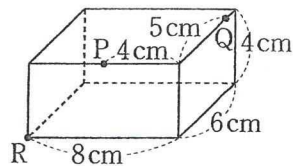


回転数は、「母線 ÷ 底面の半径」で求められるから、

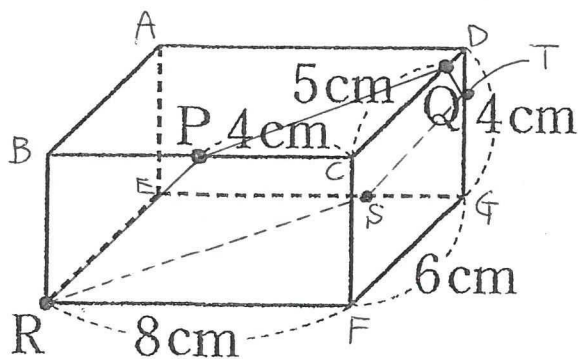
$$10 \div 6 = 1\frac{2}{3} \text{ 回転。}$$

問題 58

右の図の直方体を、3点P, Q, Rを通る平面で切ったときにできる2つの立体の、表面積の差を求めなさい。



PQとRSは平行なので、
 $4:5 = ES:6$ $ES = 4.8$
 $SG = 8 - 4.8 = 3.2$
 RPとSTは平行なので、
 $4:4 = 3.2:GT$ $GT = 3.2$
 $DT = 4 - 3.2 = 0.8$



④ $(8 \times 6 + 6 \times 4 + 8 \times 4) \times 2 = 208 \text{ cm}^2$

⑤ $\frac{4 \times 5}{2} + \frac{(4 \times 6 - 1 \times 0.8 \div 2)}{2} + \frac{(4+8) \times 4}{2} + \frac{3.2 \times 3.2}{2}$

$+ \frac{(3.2+8) \times 6}{2}$

$= 10 + 23.6 + 24 + 5.12 + 33.6$

$= 96.32 \text{ cm}^2$

⑥ $208 - 96.32 = 111.68 \text{ cm}^2$

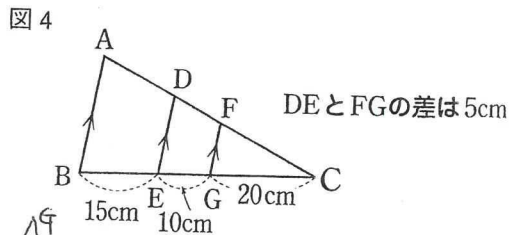
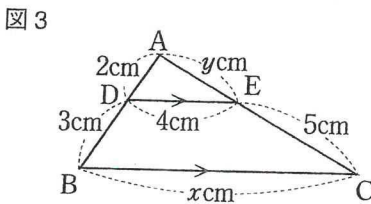
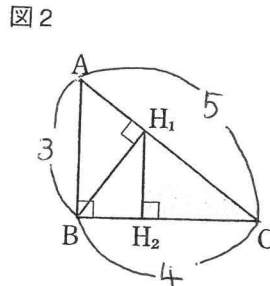
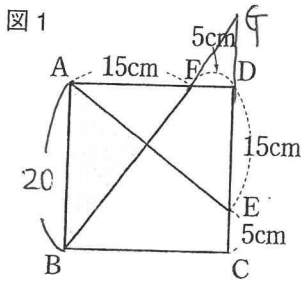
⑦ $111.68 - 96.32 = \boxed{15.36} \text{ cm}^2$

1 図1は、1辺の長さが20cmの正方形ABCDの辺CD上、DA上に点E、FをCE=DF=5cmとなるようにとり、AとE、BとFを直線で結んだものです。このとき、影の部分の面積を求めなさい。

2 図2は辺AB、辺BC、辺CAが順に3cm、4cm、5cmで、角Bが直角の直角三角形ABCのBから辺ACに垂直に直線BH₁を引き、さらにH₁から辺BCに垂直な直線H₁H₂を引いたものです。このとき、三角形H₁H₂Cの面積を求めなさい。

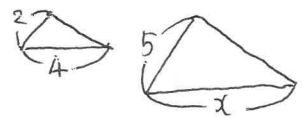
3 図3において、BCとDEが平行のとき、xとyの値を求めなさい。

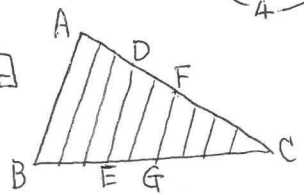
4 図4において、AB、DE、FGが平行で、DEとFGの長さの差が5cmのとき、ABの長さを求めなさい。



1 図1のよりにのばして、ワロス形 $\triangle AFD$ をつくり、 $GD:5 = 20:15$ $GD = 6\frac{2}{3}$ cm
次に、ワロス形 $\triangle ABE$ から、底辺の比は $20:(6\frac{2}{3}+15) = 12:13$ なのて、
高さの比も $12:13$ 。影の部分の高さは $20 \div (12+13) \times 12 = 9.6$ cm だから、 $20 \times 9.6 \div 2 = \boxed{96}$ cm²

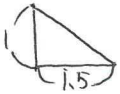
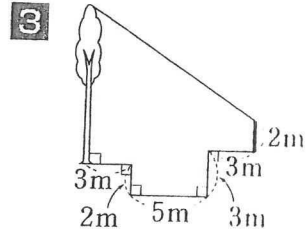
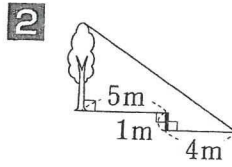
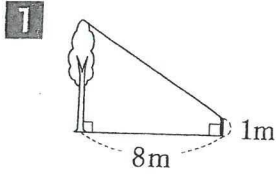
2 三角形 H_1BC の3辺の長さの比も $3:4:5$ だから、 $H_1C = 4 \div 5 \times 4 = 3.2$ cm
三角形 H_1H_2C の3辺の長さの比も $3:4:5$ だから、 $H_1H_2 = 3.2 \div 5 \times 3 = 1.92$ cm,
 $H_2C = 3.2 \div 5 \times 4 = 2.56$ cm。三角形 H_1H_2C の面積は、 $2.56 \times 1.92 \div 2 = \boxed{2.4576}$ cm²

3 ピラミッド形  $2:5 = 4:x$ $x = \boxed{10}$ cm
また、 $2:3 = y:5$ だから、 $y = \boxed{3\frac{1}{3}}$ cm

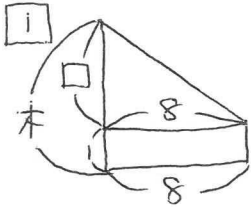
4  左図のように分けると、DEとFGは2段ぶん違うことがわかる。
1段あたり $5 \div 2 = 2.5$ cm だ、ABは9段目だから $2.5 \times 9 = \boxed{22.5}$ cm

問題 60

次の各場合において、木の高さを求めなさい。なお、地面に垂直に立っている1mの棒の影の長さは1.5mであるとしています。



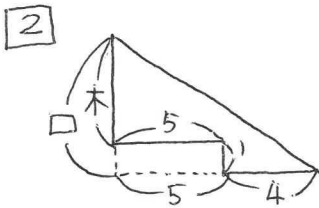
を利用する。



$$1 : 1.5 = \square : 8$$

$$\square = 5\frac{1}{3}$$

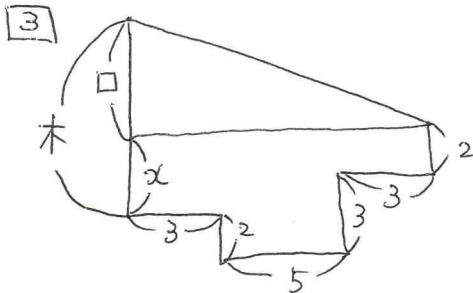
$$\text{木の高さ} = 5\frac{1}{3} + 1 = \boxed{6\frac{1}{3}} \text{ m}$$



$$1 : 1.5 = \square : (5+4)$$

$$\square = 6$$

$$\text{木の高さ} = 6 - 1 = \boxed{5} \text{ m}$$



$$1 : 1.5 = \square : (3+5+3)$$

$$\square = 7\frac{1}{3}$$

$$x = 2+3-2 = 3$$

$$\text{木の高さ} = 7\frac{1}{3} + 3 = \boxed{10\frac{1}{3}} \text{ m}$$