問題 1

1, 2, 3, 4, 5, …, 9, 10, 11, 12, 13, …, 98, 99, 100, 101, 102, … という整数の数列の各けたをバラバラにして作った, 1, 2, 3, 4, 5, …, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 3, …, 9, 8, 9, 9, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 2, … という数列を考えます。このとき, 次の各問いに答えなさい。

1 この数列の最初から 100 番目の数は何ですか。

2 この数列の最初から 300 番目の数は何ですか。

1
1ケタ 1〜9 1×9=9コ
2ケタ 10〜□ 2×(□−10+1)
} 100コ

100−9=91 91÷2=45…1 注意

□−10+1=45 とすると, □=54

よって, 1から54までの数をバラバラにすると, 99コになり, あと1コあまっている。

54の次の数は55だから, 55の十の位の $\boxed{5}$ が正解。

2
1ケタ 1〜9 1×9=9コ
2ケタ 10〜99 2×(99−10+1)=180コ
3ケタ 100〜□ 3×(□−100+1)
} 300コ

300−(9+180)=111

111÷3=37

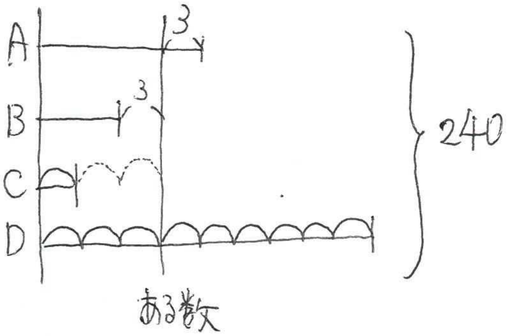
□−100+1=37 とすると, □=136

よって, 300番目の数は, 「136」の一の位の $\boxed{6}$ になる。

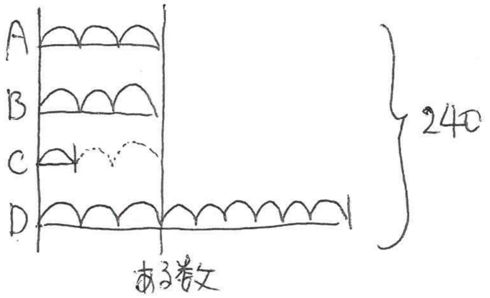
問題２

４つの数Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄについて，Ａ－３＝Ｂ＋３＝Ｃ×３＝Ｄ÷３が成り立ち，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの和は240になります。このとき，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを求めなさい。

Aは3をひくと「ある数」になり，
Bは3をたすと「ある数」になり，
Cは3倍すると「ある数」になり，
Dは3でわると「ある数」になるのだから，
線分図で表すと，次のようになる。



AからBに3移動させると，



全部で　3+3+1+9=16山で240だから，

240÷16=15→1山

Aは，15×3+3=48
Bは　15×3−3=42
Cは　15
Dは　15×9=135

答えは，$\boxed{A=48,\ B=42,\ C=15,\ D=135}$

問題３

1 1，4，5，8の4つの数から異なる2つの数を取り出して作ることのできる，すべての2けたの数の和を求めなさい。また，1，4，5，8の4つの数から異なる3つの数を取り出して作ることのできる，すべての3けたの数の和を求めなさい。

2 1，2，3，6，□の5つの異なる1けたの数から異なる3つの数を取り出して作ることのできる，すべての3けたの数の和は27972になります。また，1，2，3，6，□の5つの異なる1けたの数から異なる4つの数を取り出して作ることのできる4けたの数のうち，小さい方から40番目の数を求めなさい。

1　2ケタの数は，□□

4×3＝12通りできる。

一の位だけたし算をするとき，1,4,5,8が平等に出現する。

1,4,5,8とも，12÷4＝3コずつ出現するから，(1+4+5+8)×3＝54

十の位も同様に54になるから，

$$\begin{array}{r} 54 \\ +\ 54 \\ \hline 594 \end{array}$$

答えは $\boxed{594}$

3ケタの数は，□□□

4×3×2＝24通りできる。

一の位だけたし算をするとき，1,4,5,8が平等に出現する。

1,4,5,8とも，24÷4＝6コずつ出現するから，(1+4+5+8)×6＝108

十の位，百の位も同様に108になるから，

$$\begin{array}{r} 108 \\ 108\ \ \\ +\ 108\ \ \ \ \\ \hline 11988 \end{array}$$

答えは $\boxed{11988}$

2　3ケタの数は，□□□

5×4×3＝60通りできる。

一の位だけたし算をするとき，1,2,3,6,□が平等に出現する。

1,2,3,6,□とも，60÷5＝12コずつ出現するから，(1+2+3+6+□)×12。

十の位，百の位も同様で，

$$\begin{array}{r} □□□ \\ □□□\ \ \\ +\ □□□\ \ \ \ \\ \hline 27972 \end{array}$$

となるから，□□□＝252

よって，(1+2+3+6+□)×12＝252

□＝$\boxed{9}$

また，1,2,3,6,9から4つの数をとり出して4ケタの数をつくると，

1□□□という数は4×3×2＝24通り，2□□□も24通り，合わせて48通り。48通り目は2□□□で最も大きい2963。ここからもどっていって，

48 2963, 47 2961, 46 2936, 45 2931, 44 2916, 43 2913, 42 2693, 41 2691,

40 $\boxed{2639}$

問題 4

1 から 50 までのすべての整数の積は，

1　一の位から連続して何個の 0 が並びますか。

2　12 で割ると何回割り切れますか。

1　$50 \div 5 = 10$

$10 \div 5 = 2$

$10 + 2 = \boxed{12}$

2　$12 = 2 \times 2 \times 3$ だから，

「2と2と3でわる」ことを何回できるか考える。

$50 \div 2 = 25$
$25 \div 2 = 12 \cdots 1$
$12 \div 2 = 6$
$6 \div 2 = 3$
$3 \div 2 = 1 \cdots 1$

$25 + 12 + 6 + 3 + 1 = 47$ 回 2でわれる。

$50 \div 3 = 16 \cdots 2$
$16 \div 3 = 5 \cdots 1$
$5 \div 3 = 1 \cdots 2$

$16 + 5 + 1 = 22$ 回 3でわれる。

2で47回われるのだから，$47 \div 2 = 23 \cdots 1$ より，

「2と2」で 23回われる。

しかし，「3」では 22回しかわれないのだった。

「2と2」「2と2」…　「2と2」「2と2」

「3」　「3」　…　「3」

↓　↓　↓　↓

1回　2回　22回　23回

いくら「2と2」で23回われても，「3」では22回しかわれないのだから，

「2と2と3」でわることは，$\boxed{22}$ 回しかできない。

問題５

1 ３けたの整数について，次の各問いに答えなさい。

(1) ５で割っても８で割っても４あまる数のうち，最小のものを求めなさい。

(2) ５で割ると３あまり，８で割ると６あまる数のうち，最大のものを求めなさい。

(3) ５で割ると３あまり，８で割ると２あまる数は全部で何個ありますか。

2 ５で割ると２あまり，７で割ると３あまり，９で割ると４あまる整数のうち，最小のものを求めなさい。

1 (1)「5でわっても8でわっても4あまる」＝「40でわると4あまる」
40でわると4あまる数は，4, 44, 84, $\boxed{124}$。

(2)「あと2あれば，5でも8でもわり切れる」
＝「あと2あれば，40でわり切れる」
1000÷40＝25 だから，1000は40でわり切れる。
あと2あれば1000になる数は，1000－2＝$\boxed{998}$。

(3) がんばって書くしかない。
5でわると3あまる→3, 8, 13, 18, 23, …
8でわると2あまる→2, 10, 18, 26, …
よって，最小の数は18で，40ずつふえていく等差数列。
18, 58, 98, $\underbrace{138}_{\text{3ケタで最小の数}}$, 178, … となるから，
138＋40×(□－1)＝999 とすると，
999－138＝861　861÷40＝21…21　21＋1＝$\boxed{22}$コ

2 9でわると4あまる→4, 13, 22, 31, 40, …
7でわると3あまる→3, 10, 17, 24, 31, …
9と7の最小公倍数である63を加えていって，
31, 94, 157, …
これが5でわると2あまる
よって，答えは$\boxed{157}$

問題 6

192 個のアメ，360 個のチョコレート，612 個のガムを子どもたちに分けると，すべて同じ個数ずつあまりました。このとき，子どもたちの人数として考えられるものをすべて求めなさい。

ひいてひいて公約数。

360－192＝168，　612－360＝252

168と252の最大公約数は 84。

84の約数は，1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84。

この中で，1, 2, 3, 4, 6, 12は，192・360・612 をわり切るのでダメ。

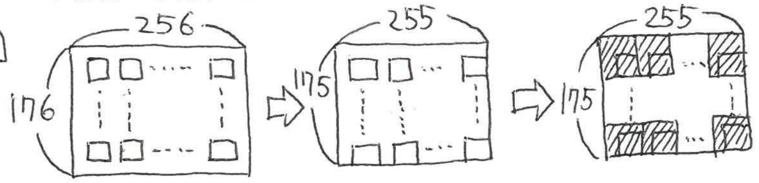
残りの，$\boxed{7, 14, 21, 28, 42, 84}$ が正解。

問題 7

1 たて，横の長さが 176cm，256cm の長方形の中に，タイルとタイルのすき間を 1cm ずつあけながら正方形のタイルを並べることを考えます。長方形の辺とタイルの間も 1cm のすき間をあけることにします。このとき，タイルをきっちり並べるためには，タイルの 1 辺の長さは最も大きくて何 cm にすればいいですか。

2 たて，横の長さが 10cm，16cm の長方形の紙がたくさんあります。これらを，のりしろの幅を 1cm にしてたて横にたくさん貼り合わせ，正方形を作ることを考えます。最も小さい正方形を作る場合，正方形の 1 辺の長さは何 cm になりますか。また，このとき，できあがった正方形の紙が 2 枚以上重なっている部分の面積は何 cm^2 ですか。

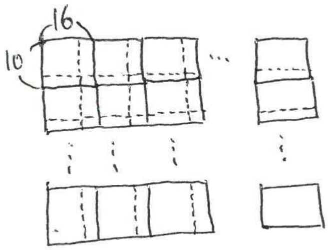
1



175と255の最大公約数は5なので，左図の　の1辺が5cm。よってタイルの1辺は，

$5-1=\boxed{4}$

2



たてを，9cm+9cm+…+9cm+1cmとし，

横を，15cm+15cm+…+15cm+1cmとする。

たて，横とも1cmぶん切っても，正方形であることに変わりはない。

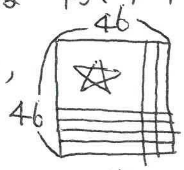
このとき，たては9cmの倍数，横は15cmの倍数。

よって，1辺の長さは，最小公倍数である45cm。

本当はあと1cmあるから，$45+1=\boxed{46}$ cm。

また，たて方向  ののりしろは $45\div15-1=2$ カ所あり，

横方向  ののりしろは $45\div9-1=4$ カ所ある。

これらののりしろをはじに集めると， となる。

紙が重なっていない部分（☆）の面積は，$(46-4)\times(46-2)=1848$ cm^2

全体は $46\times46=2116$ cm^2 だから，重なっている部分は，$2116-1848=\boxed{268}$ cm^2

問題 8

1 $1+3+5+7+9+11+\cdots+95+97+99$ は，全部で 50 個の連続する奇数を加えています。このとき，この計算の答を求めなさい。

2 $1+3+5+7+9+11+\cdots+\square$ という，連続する奇数を加えると答が 6400 になりました。□を求めなさい。

3 $101+103+105+107+109+111+\cdots+\square$ という，101 から始まる連続する奇数を加えると答が 20000 になりました。□を求めなさい。

1 例えば $1+3+5+7=4\times4=16$ となる。
このように、「1から始まる奇数の和」＝「個数の平方数」となる。
よって，$50\times50=\boxed{2500}$

2 $6400=80\times80$ だから，全部で 80っある。
はじめ ＋ ふえる数 ×（□番目－1）＝ $1+2\times(80-1)=\boxed{159}$

3 $101+103+105+\cdots+\square$
$=(1+3+5+\cdots+101+103+105+\cdots+\square)-(1+3+5+\cdots+99)$
$=($ 〃 $)-2500$
よって，$1+3+5+\cdots+101+103+105+\cdots+\square=20000+2500$
$=22500$
$=150\times150$

よって，全部で 150っある。

$1+2\times(150-1)=\boxed{299}$

問題 9

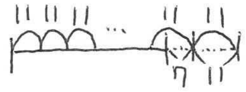
7 を加えると 11 の倍数となり，11 を加えると 7 の倍数となるような整数を考えます。次の各問いに答えなさい。

1 このような整数の中で，最も小さい数を求めなさい。

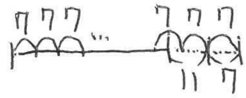
2 このような整数の中で，1500 に最も近い数を求めなさい。

3 このような整数は，1 から 1500 までに何個ありますか。

① 

→あと11加えると… →


18を加えると11でわれる

→あと7加えると… →


18を加えると7でわれる

つまり，18を加えると，11でも7でもわれる。

よって，18を加えると，77でわれる。

最小の数は，　$77-18=\boxed{59}$

② 59に77を加えていけばよい。

$59+77\times(\square-1)=1500$ とすると，

$1500-59=1441$　　$1441\div77=18.7\cdots$　　$18.7\cdots+1=19.7\cdots$

よって，19ばんめか 20ばんめが，1500に近い。

$59+77\times(19-1)=1445$，　$59+77\times(20-1)=1522$

1445と1522のうち，1500に近いのは $\boxed{1522}$。

③ ②で求めた通り，$\boxed{19}$コ。

問題１０

50 円切手と 80 円切手がたくさんあります。今，これらの切手を使って作ることのできる 10 円の倍数の金額を考えます。片方の切手しか使わなくてもいいものとして，次の各問いに答えなさい。

1 作ることのできない金額のうち，最も大きいものを求めなさい。

2 500 円は何通りの作り方がありますか。

1

10	20	30	40	50	60	70	80
90	100	110	120	130	140	150	160
170	180	190	200	210	220	230	240
250	260	270	280	290	300	310	320
330	340	350	360	370	380	390	400
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

答え $\boxed{270}$

2

$\overbrace{\boxed{50\times ア}}^{400}+\overbrace{\boxed{80\times イ}}^{400}=500$

8ずつ　5ずつ

$10 \xrightarrow{-8} 2$　　$0 \xrightarrow{+5} 5$

$\boxed{2通り}$

問題１１

1 $\dfrac{35}{12}$ と $\dfrac{21}{20}$ のどちらで割っても整数になるような分数のうち，最も小さいものを求めなさい。

2 $\dfrac{55}{24}$ と $\dfrac{77}{36}$ のどちらを割っても整数になるような分数のうち，最も大きいものを求めなさい。

3 $\dfrac{28}{75}$ にかけても $\dfrac{45}{44}$ で割っても整数になるような分数のうち，最も小さいものを求めなさい。

4 $\dfrac{35}{18}$ にかけても $\dfrac{72}{7}$ を割っても整数になるような分数として考えられるものの総和を求めなさい。

5 $\dfrac{77}{24}$ と $\dfrac{49}{18}$ に異なる整数をかけて，積がなるべく小さく等しい整数になるようにします。このとき，それぞれの分数にかける整数を求めなさい。

1 $\frac{△}{○}\div\frac{35}{12}=$せ，$\frac{△}{○}\div\frac{21}{20}=$せ　だから，$\frac{△\times12}{○\times35}=$せ，$\frac{△\times20}{○\times21}=$せ

○は，12と20の最大公約数である4，△は35と21の最小公倍数である105。

$\frac{105}{4}=\boxed{26\frac{1}{4}}$

2 $\frac{55}{24}\div\frac{△}{○}=$せ，$\frac{77}{36}\div\frac{△}{○}=$せ　だから，$\frac{55\times○}{24\times△}=$せ，$\frac{77\times○}{36\times△}=$せ

○は24と36の公倍数だが，$\frac{△}{○}$を最大にするためには最小公倍数にすべきで，72。

△は55と77の公約数だが　〃　最大公約数にすべきで，11。

よって，$\frac{△}{○}=\boxed{\frac{11}{72}}$

3 $\frac{28\times△}{75\times○}=$せ，$\frac{△\times44}{○\times45}=$せ　だから，○は28と44の最大公約数である4。

△は75と45の最小公倍数である225。$\frac{△}{○}=\frac{225}{4}=\boxed{56\frac{1}{4}}$

4 $\frac{35\times△}{18\times○}=$せ，$\frac{72\times○}{7\times△}=$せ　だから，○は$\underbrace{35の約数}_{1,5,7,35}$であり，$\underbrace{7の倍数}_{7,14,21,\cdots}$でもあるので，7と35。

△は$\underbrace{18の倍数}_{18,36,54\cdots}$であり，$\underbrace{72の約数}_{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72}$でもあるので，18と36と72。

$\frac{18}{7}+\frac{36}{7}+\frac{72}{7}+\frac{18}{35}+\frac{36}{35}+\frac{72}{35}=\frac{126}{7}+\frac{126}{35}=18+3\frac{3}{5}=\boxed{21\frac{3}{5}}$

5 $\frac{77}{24}\times A=\frac{49}{18}\times B$　だから，比を求める。$\frac{77}{24}\times A=1$，$\frac{49}{18}\times B=1$　とすると，$A=\frac{24}{77}$，$B=\frac{18}{49}$

$A:B=\frac{24}{77}:\frac{18}{49}=28:33$。ところが $A=28$，$B=33$とすると，$\frac{77}{24}\times A=\frac{539}{6}$となり，整数にならない。

整数にするためには，さらに6倍して，$A=28\times6=\boxed{168}$，$B=33\times6=\boxed{198}$

問題１２

$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=1$のA，B，Cに当てはまる整数の組み合わせは全部で何通りありますか。

まずパターンを見つけるために，$A \leqq B \leqq C$ とする。

A=2のとき，$\frac{1}{2}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=1$ だから，$\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=\frac{1}{2}$。

Bが2だと無理なので，B=3とすると，$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ だから，C=6

B=4とすると，$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$ だから，C=4。

B=5とすると，$\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{3}{10}=\frac{1}{3.3\cdots}$ だから，C=3.3…となり，だめ。

Bをもっと大きくしても，CはBより小さくなってしまうので，ダメ。

A=3のとき，$\frac{1}{3}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=1$ だから，$\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=\frac{2}{3}$。

B=3とすると，$\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ だから，C=3。

B=4とすると，$\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}=\frac{1}{2.4}$ だから，C=2.4となり，だめ。

Bをもっと大きくしても，CはBより小さくなってしまうので，ダメ。

A=4のとき，BやCは最も小さくても4であり，

$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}$は，最も大きくても $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ となり，1になることはない。

よって，$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}=1$となるパターンは，(2, 3, 6)と(2, 4, 4)と(3, 3, 3)のみ。

(2, 3, 6)のときは，並びかえることによって 6通りある。

(2, 4, 4)　〃　3 〃

(3, 3, 3)は 1通りのみ。

よって，$6+3+1=\boxed{10}$ 通りになる。

問題１３

1 $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}$を求めなさい。

2 $\frac{1}{1\times4}+\frac{1}{4\times7}+\frac{1}{7\times10}+\cdots+\frac{1}{94\times97}+\frac{1}{97\times100}$を求めなさい。

3 $\frac{1}{1\times3\times5}+\frac{1}{3\times5\times7}+\frac{1}{5\times7\times9}+\cdots+\frac{1}{11\times13\times15}$を求めなさい。

1 $\frac{1}{1}-\frac{1}{10}=\boxed{\frac{9}{10}}$

2 $\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{100}\right)\div3=\boxed{\frac{33}{100}}$

3 $\frac{1}{1\times3}-\frac{1}{3\times5}=\frac{4}{1\times3\times5}$ となるから，$\frac{1}{1\times3\times5}=\left(\frac{1}{1\times3}-\frac{1}{3\times5}\right)\div4$

$$\frac{1}{1\times3\times5}+\frac{1}{3\times5\times7}+\frac{1}{5\times7\times9}+\cdots+\frac{1}{11\times13\times15}$$

$$=\left(\frac{1}{1\times3}-\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{3\times5}-\frac{1}{5\times7}+\frac{1}{5\times7}-\frac{1}{7\times9}+\cdots+\frac{1}{11\times13}-\frac{1}{13\times15}\right)\div4$$

$$=\left(\frac{1}{1\times3}-\frac{1}{13\times15}\right)\div4$$

$$=\boxed{\frac{16}{195}}$$

問題１４

1 $\dfrac{A}{B\times B}=\dfrac{1}{120}$ に当てはまる整数A，Bの組み合わせの中で最小のものを求めなさい。

2 $\dfrac{A}{B\times B\times B}=\dfrac{1}{360}$ に当てはまる整数A，Bの組み合わせの中で最小のものを求めなさい。

1 $120=2\times2\times2\times3\times5$ だから，$\dfrac{A}{B\times B}=\dfrac{1}{2\times2\times2\times3\times5}$

分母には2が3個，3が1個，5が1個ある。

分母がB×Bの形になるためには，どの素因数も偶数個なければならない。

よって，2，3，5を1個ずつつけ加えてあげる。

$$\frac{A}{B\times B}=\frac{1}{2\times2\times2\times3\times5}=\frac{2\times3\times5}{2\times2\times2\times2\times3\times3\times5\times5}=\frac{2\times3\times5}{(2\times2\times3\times5)\times(2\times2\times3\times5)}$$

よって，$A=2\times3\times5=\boxed{30}$，$B=2\times2\times3\times5=\boxed{60}$

2 $360=2\times2\times2\times3\times3\times5$ だから，$\dfrac{A}{B\times B\times B}=\dfrac{1}{2\times2\times2\times3\times3\times5}$

分母には，2が3個，3が2個，5が1個ある。

分母がB×B×Bの形になるためには，どの素因数の個数も3の倍数にならなければならない。よって，2はそのまま3個でよいのだが，

3を1個，5を2個つけ加えてあげる。

$$\frac{A}{B\times B\times B}=\frac{1}{2\times2\times2\times3\times3\times5}=\frac{3\times5\times5}{2\times2\times2\times3\times3\times3\times5\times5\times5}=\frac{3\times5\times5}{(2\times3\times5)\times(2\times3\times5)\times(2\times3\times5)}$$

よって，$A=3\times5\times5=\boxed{75}$，$B=2\times3\times5=\boxed{30}$

問題１５

次の魔方陣のあいているところをうめなさい。ただし，魔方陣とは，たて，横，ななめの数の和がすべて等しくなるもののことをいいます。

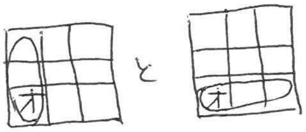
1

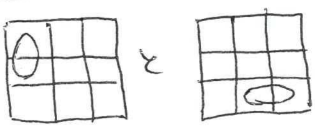
4	ア	イ
9	ウ	エ
オ	7	カ

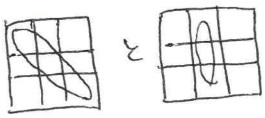
2

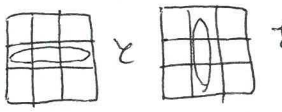
ア	イ	ウ
15	エ	7
オ	3	カ

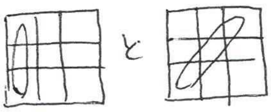
1

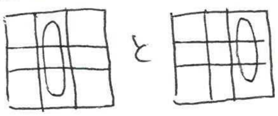

は等しいから，オの部分を取り除いて，

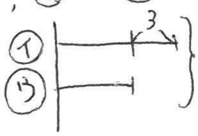

は等しい。よって カ は，4+9−7=6

次に  をくらべて ア=4+6−7=3

 をくらべて エ=3+7−9=1

 をくらべて，イ+ウ=4+9=13

 をくらべて，イはウより3大きい。

よって，


}13 となり，イ=8，ウ=5

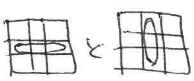
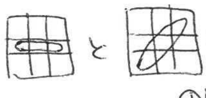
これで

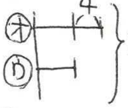
4	3	8
9	5	1
オ	7	6

となったので，オ=(4+5+6)−(8+5)= 2。よって

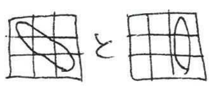
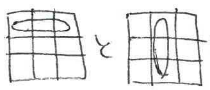
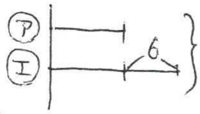
4	3	8
9	5	1
2	7	6

2

 から，イ=15+7−3=19。 から，ウ+オ=15+7=22。

 から，オはウより 7−3=4 だけ大きい。


}22 となり，オ=13，ウ=9。

 から，ア+エ=9+7=16。 から，アはエより 9−3=6 だけ小さい。


}16 となり，ア=5，エ=11。

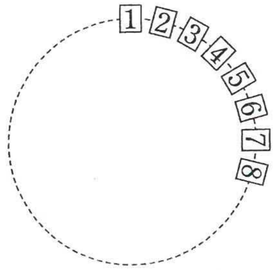
よって，

5	19	9
15	11	7
13	3	カ

となったので，カ=(9+11+13)−(5+11)=17。よって

5	19	9
15	11	7
13	3	17

問題１６



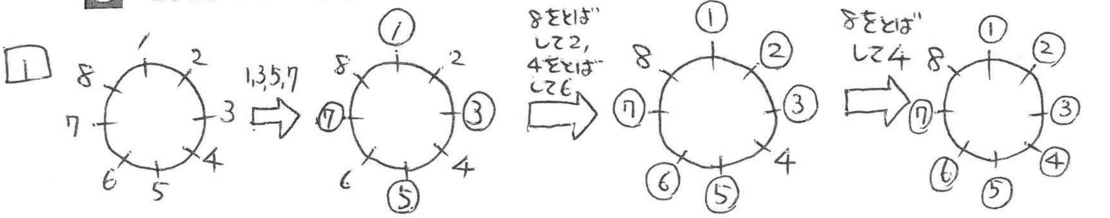
図のように，１から順に整数を書いたカードがある整数まで並んでいるものを考えます。ここから，１を最初に取り，１つおきに(1，3，5，7，…と)カードを取っていくことを考えます。このとき，次の各問いに答えなさい。

1　８のカードまで並んでいるときに，最後に残るカードの番号を求めなさい。

2　９のカードまで並んでいるときに，最後に残るカードの番号を求めなさい。

3　2008 のカードまで並んでいるときに，最後に残るカードの番号を求めなさい。

1



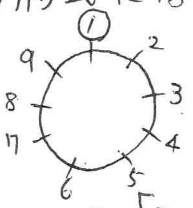
答え $\boxed{8}$

教訓。8=2×2×2のような形式のとき，最大の数である8が最後に残る。

教訓言いかえ。8=2×2×2のような形式のとき，最初にとる数(1)の1つ左の数である8が最後に残る。

2　9は，2×2×…の形式になっていない。しかし，

まず1をとったら，



残り8枚となり，「教訓言いかえ」が通用する。

1の次に取るのは3。その「3」の1つ左の数は2だから，答えは $\boxed{2}$。

3　2008は，2×2×…の形式になっていない。

2008に近い(けど小さい) 2×2×…の形式の数は，

$\underbrace{2\times 2\times\cdots\times 2}_{10コ}=1024$。　2008－1024＝984 だから，

984枚を取った残りは，2×2×…の形式になっているので，「教訓言いかえ」が通用する。

ところで，984枚を取るときは，1，3，5，…と取っていくので，

984枚目は，1＋2×(984－1)＝1967。

つまり，1，3，5，…と，1967まで取ったときに，984枚を取ったことになり，

残りの枚数は 1024＝2×2×…の形式になっている。

次に取るのは 1969 だから，その1つ左の数の $\boxed{1968}$ が最後に残ることになる。

問題１７

A 商店ではある品物を原価 100 円で 1000 個仕入れ，5 割の利益を見込んで定価をつけました。定価通りに 600 個売れましたが，売れ行きが悪いので，定価の 3 割引でいくらか売り，さらに定価の 4 割引でいくらか売ったところ，それでも 100 個売れ残りました。この段階で，総利益は 20000 円だったといいます。このとき，次の各問いに答えなさい。

1 この品物の定価はいくらですか。

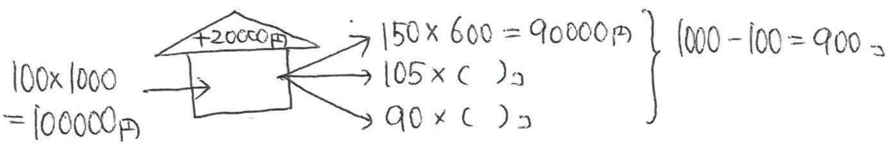
2 この品物を定価の 3 割引で売った個数は何個ですか。

3 売れ残った品物をすべて同じ価格で売って，総利益を 25000 円にするためには，1 個いくらで売ればいいですか。

1 原価は1コ100円。定価は1コ $100\times1.5=\boxed{150}$ 円。

2 定価の3割引は $150\times(1-0.3)=105$ 円。

〃　4割引は $150\times(1-0.4)=90$ 円。

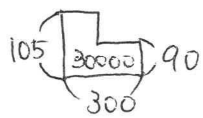


$100000+20000=120000$ 円…総売上

$120000-90000=30000$

$900-600=300$ コ

1コ105円か1コ90円で，全部で300コ売って30000円の売上。あとはつるかめ算。



$105\times300=31500$　　$31500-30000=1500$

$1500\div(105-90)=100$ コ…1コ90円

$300-100=\boxed{200}$ コ…1コ105円

3 2では，総売上は120000円だった。

それを，$100000+25000=125000$ 円にするのだから，

$125000-120000=5000$ 円ぶん売らなければならない。

100コ売れ残っていたはずだから，

1コあたり，$5000\div100=\boxed{50}$ 円で売らなければならない。

問題１８

1 5% の食塩水 200g に 8% の食塩水 300g を加えると，何 % の食塩水ができますか。

2 3% の食塩水 300g に何 % の食塩水 400g を加えると，11% の食塩水ができますか。

3 2% の食塩水 250g に 10% の食塩水何 g を加えると，$6\frac{2}{3}$% の食塩水ができますか。

4 6% の食塩水何 g から水を 100g 蒸発させると 8% の食塩水ができますか。

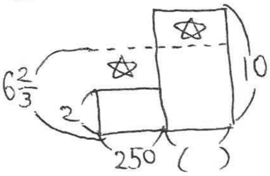
5 5% の食塩水 170g に食塩何 g を加えると，15% の食塩水ができますか。

6 A，B 2 種類の食塩水があります。今，A と B を 1：2 の割合で混ぜると 7% の食塩水ができ，A と B を 2：3 の割合で混ぜると 8% の食塩水ができるといいます。このとき，A，B の食塩水の濃さを求めなさい。

1
10 / 200 (5%) + 24 / 300 (8%) = 34 / 500 (6.8%)　$\boxed{6.8}$%

2
9 / 300 (3%) + 68 / 400 ((17)%) = 77 / 700 (11%)　$\boxed{17}$%

3 面積図。



$\left(6\frac{2}{3}-2\right)\times 250=\frac{3500}{3}$

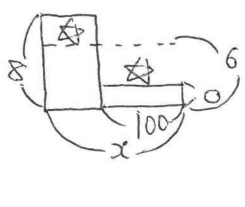
$\frac{3500}{3}\div\left(10-6\frac{2}{3}\right)=\boxed{350}$

4
( ) (6%) − 0 / 100 (0%) = ( ) (8%)

たし算に直す。

( ) (8%) + 0 / 100 (0%) = ( ) (6%)

面積図。

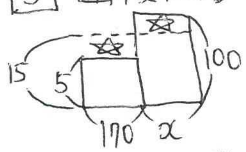


$(6-0)\times 100=600$

$600\div(8-6)=300$

$300+100=\boxed{400}$

5 面積図。



$(15-5)\times 170=1700$

$1700\div(100-15)=\boxed{20}$

6
A 100 + B 200 = 21 / 300 (7%) → ☆

A 200 + B 300 = 40 / 500 (8%)

Aを200にそろえる。

A 200 + B 400 = 42 / 600 (7%)

A 200 + B 300 = 40 / 500 (8%)

B　400−300＝100gの中に，

食塩は　42−40＝2g 入っているから

Bのこさは　2÷100＝0.02 → $\boxed{2}$%

Aは☆を利用して，200×0.02＝4

21−4＝17　17÷100＝0.17 → $\boxed{17}$%

問題１９

1 50 円切手と 80 円切手を枚数が 8：7 になるように買ったところ，全部で 24000 円になりました。このとき，それぞれの切手を何枚買いましたか。

2 50 円切手と 80 円切手を金額が 3：4 になるように買ったところ，全部で 88 枚になりました。このとき，切手の金額の合計はいくらですか。

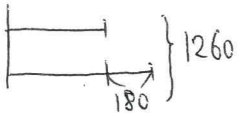
3 大玉が何個かと小玉が何個かあります。大玉 1 個と小玉 1 個の重さの比は 12：5，玉は全部で 63 個あります。玉の重さの和は 1260g で，大玉の重さの和は小玉の重さの和よりも 180g 軽くなっています。このとき，大玉，小玉について，1 個の重さと個数を求めなさい。

4 ある川を船が A 地点から流れの影響を受けて毎分 40m の速さで上り始めました。A 地点を出て 5 分経ったときに，後ろからきたボートに追い抜かれました。それから 45 分経ったとき，船は上流の B 地点から引き返してきたボートとすれ違いました。AB 間の距離を 6.2km，ボートの上りと下りの速さの比を 5：7 とすると，ボートの静水時の速さとこの川の流速は分速何 m ですか。

1 50円切手を8枚，80円切手を7枚にすると，50×8＋80×7＝960円。
実際は24000円で，24000÷960＝25倍。
よって，50円切手は 8×25＝$\boxed{200}$枚，80円切手は 7×25＝$\boxed{175}$枚。

2 金額を300円と400円にすると，50円切手は 300÷50＝6枚，
80円切手は 400÷80＝5枚。合計，6＋5＝11枚。
実際は88枚だから，88÷11＝8倍。
よって，金額の合計は，(300＋400)×8＝$\boxed{5600}$円。

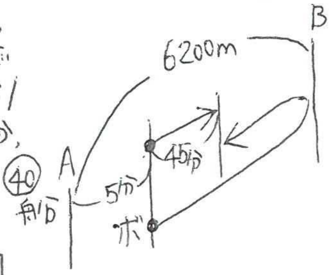
3 大玉の重さの和
小玉の重さの和



1260−180＝1080
1080÷2＝540g …大玉の重さの和
540＋180＝720g …小玉の重さの和

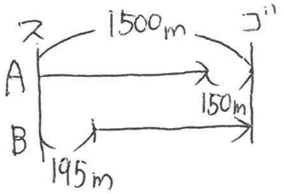
大玉1コと小玉1コの重さの比は 12:5 だから，
大玉1コを12g，小玉1コを5gとすると，大玉は 540÷12＝45コ，小玉は 720÷5＝144コと
なり，合計 45＋144＝189コ。実際は63コで，3分の1。よって，1コの重さを
それぞれ3倍にして，大玉1コは 12×3＝$\boxed{36}$g。小玉1コは 5×3＝$\boxed{15}$g。
大玉の個数は 540÷36＝$\boxed{15}$コ。小玉の個数は 720÷15＝$\boxed{48}$コ。

4 6200−40×5＝6000，6000−40×45＝4200 だから，
ボートは 6000mを5の速さで上り，4200mを7の速さで
下った。かかった時間の比は，(6000÷5)：(4200÷7)＝2：1
全部で45分かかったのだから，下りは 45÷(2＋1)＝15分，
上りは 15×2＝30分。
下りの速さは，4200÷15＝280 m/分，
上り 〃 6000÷30＝200 m/分。
静水時は，(280＋200)÷2＝$\boxed{240}$，川は (280−200)÷2＝$\boxed{40}$

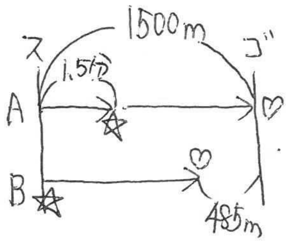


問題２０

A，Bの２人が，1500mのコースを走る競走をします。Bだけがスタート地点よりも195mゴールに近い地点から出発すると，Bがゴールしたとき A はゴールの150m後ろにいました。また，AがBより１分30秒早くスタート地点を出発すると，AがゴールしたときBはゴールの485m後ろにいたといいます。このとき，A，Bの速さは分速何mですか。



Aが 1500−150＝1350m 進む間に、
Bは 1500−195＝1305m 進む。
速さの比は，1350：1305 ＝ 30：29



Bは 1500−485＝1015m 進んでいる。
AとBの速さの比は 30：29 だから，
Aは，1015÷29×30 ＝ 1050m 進んだ。
Aは 1500−1050＝450m を 1.5分かかる。
Aの分速は，450÷1.5＝$\boxed{300}$ m。
AとBの速さの比は30：29だから，
Bの分速は，300÷30×29 ＝$\boxed{290}$ m。